HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNE'E M.DCCLIV.

A BERLIN.

CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLVI.

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Préſident.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

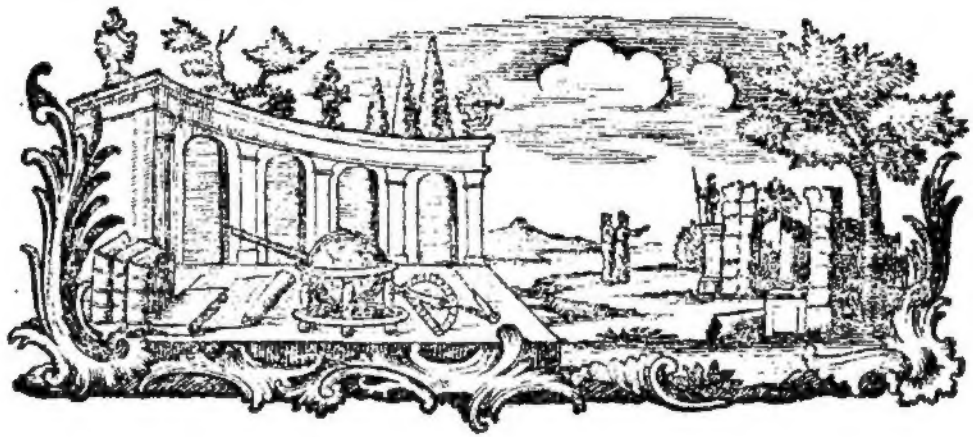
SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* *
*



RECHERCHES

SUR L'USAGE PRÉTENDU DANGEREUX DE LA VAISSELLE DE CUIVRE DANS NOS CUISINES.

PAR M. ELLER.

Il y a quelques années ſeulement, qu'on a commencé à décrier, comme très-nuiſible, la vaiſſelle des cuiſines faite de cuivre ; & cet avis s'étant répandu très-rapidement presque dans toute l'Europe, on n'a fait depuis que condamner comme empoiſonnés les alimens, ou les mets, qu'on oſe préparer dans les vaiſſeaux de ce métal ; & au lieu d'en faire la recherche comme il faut, tout le monde ajoute foi à ce bruit, on tache d'éloigner à jamais le cuivre de la batterie de cuiſine, & on en défend l'uſage, après qu'on s'en eſt ſervi fort paiſiblement pendant trente Siècles, ou environ.

Cependant il me ſemble que la choſe mérite qu'on y faſſe des réfléxions plus mûres, avant que de ſe laiſſer entrainer avec le vulgaire. Il eſt facile de prouver, qu'aucun de tous les métaux n'a ſoutenu chez les Anciens une réputation plus diſtinguée que le Cuivre, ou l'Airain, & les compoſitions métalliques, qu'on en fait, ſavoir le Leton & le Bronze. La premiere monnoye qu'on battit à Rome étoit de cuivre, ou d'airain; d'où eſt venu le nom d'*Ærarium*, ou Tréſor public; & les Romains ſe ſont contentés uniquement de la monnoye faite de ce métal pendant les cinq premiers Siècles de la fondation de Rome; ce ne fut qu'après la défaite de *Pyrrhus*, l'an de Rome 483. qu'on commença à battre des eſpeces d'or & d'argent.

L'origine, ou la découverte du Cuivre, brille auſſi d'un certain éclat; on le conſacra à cette belle Etoile qui embellit le crépuſcule, & que nous connoiſſons ſous le nom de *Venus;* laquelle on crut préſider à ſa génération: du moins prétend-on que l'Isle de *Chypre* eſt la commune patrie de la Divinité Payenne de ce nom, & de notre métal, celui-ci ayant été tiré en premier lieu des entrailles de la terre de cette Isle, dans le tems que la Déeſſe des Amours ſortit des ondes qui l'environnent; & c'eſt apparement cette tradition qui fit que les Anciens nommerent le Cuivre *Æs Cyprium*, & dans la ſuite *Cuprum*. Les Romains encore, & avant eux les Grecs, lorsqu'ils jugeoient à propos d'immortaliſer la mémoire de quelques Héros, qui avoient rendu des ſervices éclatans à la patrie, confioient la reſſemblance de ces grands hommes à la fonte de ce métal que nous voyons braver la corruption depuis les Siecles les plus reculés. De là nous viennent encore ces précieux monumens de l'Antiquité, & ces chefs-d'œuvre de l'art de la fonderie, dont Rome & l'Italie nous ébloüiſſent, & qui en même tems éterniſent la mémoire des grands Artiſtes de la Grece & de l'Italie, comme les *Phidias*, les *Polycletes*, les *Myrons*, les *Leontins*, les *Lyſippes*, les *Euthycrates*, les *Praxiteles*, les *Pericles*, les *Zenodores*, & tant d'autres dont *Pauſanias* * & *Pline* ** donnent le récit le plus circonſtancié.

* *Pauſ. Eliac.* l. 6. & in Attic. l. 1. &c.
** *Plin. Hiſt. nat.* l. 34.

Ce

Ce n'eſt pas tout ; l'Hiſtoire ſainte nous enſeigne que Dieu, lorsqu'il donna ſes ordres à *Moyſe*, de quelle maniere il devoit construire le Tabernacle d'aſſignation & l'Arche de l'alliance, lui apprit en même tems la conſtruction de l'Autel des Holocauſtes, ordonnant tout exprès, *Exode c.* 27. *v.* 3. & *c.* 38. *v.* 3. que tous les utenſiles de cet Autel, comme les chaudrons, les racloirs, les baſſins &c. devoient être d'airain, ou de cuivre ; ce qui fut exécuté auſſi par *Bezaleel* & *Ahaliab*, qui étoient ſans doute les plus grands Artiſtes dans ces ſortes d'ouvrages, puisque ſelon l'*Exode c.* 31. *v.* 2. ils étoient instruits par l'Eſprit de Dieu même. Parmi les arrangemens encore, qui concernoient la maniere dont les ſacrifices ſe devoient exécuter, Dieu ajoute, *Exode c.* 29. *v.* 31. & dit à *Moyſe :* „ Tu prendras le „ bélier de conſecration, & tu feras bouïllir ſa chair dans le lieu ſaint, „ & *Aaron & ſes fils* mangeront à l'entrée du Tabernacle d'aſſigna„ tion la chair du bélier ; „ & dans le *Levitique c.* 6. *v.* 15. il ordonne : „ Qu'on levera une poignée de la fleur de farine du gâ„ teau & de ſon huile, &c. ajoûtant, qu'*Aaron & ſes fils* mangeront „ ce qui en reſtera. „ Or tous ces vaiſſeaux, dont ſe ſervoit le Sacrificateur ſur l'Autel des Holocauſtes, étoient d'airain, ou de cuivre, comme nous venons de le voir, & étant ſacrés avec la ſainte huile & dédiés à Dieu comme des choſes très-ſaintes, ſelon l'*Exode c.* 30. *v.* 28. 29. il n'eſt pas permis de croire, que la divine Sageſſe eut choiſi pour ſon ſervice ſacré un métal tel que le cuivre, s'il cachoit dans ſon ſein un poiſon ſi redoutable : d'autant plus qu'il fut ordonné, qu'*Aaron & ſes fils* devoient manger la chair de ce bélier de conſécration, auſſi bien que le reſte des gâteaux cuits & préparés dans ces ſortes de vaiſſeaux. Ce n'étoit pas faute d'avoir des meilleurs métaux pour cet uſage, puisque l'or & l'argent furent tellement prodigués dans la conſtruction & l'embelliſſement du Tabernacle & de l'Arche de l'alliance, qu'on a de la peine de comprendre la préſence de tant de tréſors en or & en argent chez un peuple exilé qui avoit été eſclave en Egypte, & qui ſe trouvoit alors au milieu d'un vaſte deſert du plus ingrat pays de l'Univers.

Ajoutons à tout cela, que les Médecins les plus experts dans la Chymie n'ont jamais pu découvrir un poiſon, ou quelque choſe d'approchant à un véritable vénin, dans le cuivre bien purifié de tout corps étranger ; au contraire, il y en a pluſieurs qui ont tâché d'y trouver quelques remèdes d'un effet ſûr & approuvé par l'expérience. *Aretæus*, ce fameux Médecin Grec, s'eſt déjà ſervi du cuivre dans la guériſon du haut mal, & même dans les mouvemens convulſifs des enfans (*). *Van Helmont*, ce ſavant Chymiſte, ne balance point de nous aſſurer, qu'il avoit trouvé dans le cuivre un remède excellent dans la plûpart des maladies chroniques ; & quoiqu'il ait caché ſa véritable compoſition, il ne laiſſe pas d'en donner la deſcription, conçuë à peu près dans ces termes : „ *Ens ſive ignis Veneris*, c'eſt à dire, „ l'Etre ou le feu de cuivre, n'eſt point cet eſprit du vitriol de cui„ vre, quoique rectifié même à l'excès ; c'eſt plûtot le ſouffre vola„ til de ce métal ſous la forme d'une huile verte, plus douce que le „ miel, irréductible à ſa premiere ſubſtance métallique, entièrement „ ſeparée de ſa portion mercurielle, à laquelle on pourroit néan„ moins rendre la forme métallique d'un nouveau métal anonyme d'u„ ne couleur d'argent „ &c. Le fameux *Robert Boyle* approuve ce remède en nous donnant la compoſition de ſon *Ens Veneris*. Les Auteurs Pharmacologiſtes, comme *Schröder*, *Zwelfer*, *Angeli Sala*, *Hofman*, &c. nous donnent la compoſition de pluſieurs remèdes dans leſquels entrent quelques préparations de cuivre, ſurtout l'*eſprit de de verd de gris*. D'ailleurs certains Médicamens, que nous connoiſſons ſous le nom de *Teintures Lunaires Antépileptiques*, ne ſont autre choſe qu'une ſolution du cuivre tirée par l'*eſprit vineux du Sel Ammoniac*, de l'argent qui cache encore un peu de l'alliage de cuivre. Et qui eſt-ce qui ignore l'uſage fréquent & le bon effet de la *Teinture des métaux* dans les maladies ſecretes ? Cependant cette Teinture n'eſt autre choſe que l'*Extrait des Scories du regule de l'Antimoine*, *de l'Acier*, *du Cuivre & de l'Etain*, & on n'a jamais vû une

(*) V. *libr. 1. de morbis acut. cap. 5. pag. m. 84. Edit. ult. in fol. Lugd. Batav. 1735.*

une opération équivoque, ou pernicieuſe de ce remède. Je paſſe ſous ſilence pluſieurs onguens, & autres médicamens des Chirurgiens, ou les préparations de cuivre ſont les principaux ingrédiens, & qui leur ſont d'un bon ſecours. Il ſuffira d'alléguer encore l'expérience conſommée de mon Précepteur pendant pluſieurs années, le ſavant *Boerhaave*, auquel tout le Monde accordera ſans doute une connoiſſance achevée des Simples, & des autres matériaux qui compoſent les remèdes. Si ce grand Médecin & très habile Chymiſte avoit jamais pû découvrir une action deſtructive, approchante de l'opération d'un poiſon, il auroit bien eu garde de nous enſeigner un remède tiré du cuivre par l'*Eſprit du Sel Ammoniac*, ayant ſans doute appris par l'expérience, que cette Teinture du cuivre étoit un puiſſant diurétique, qui fond les glaires & la pituite qui menacent de ſuffoquer les Cachectiques & ceux qui ſont attaqués de l'hydropiſie. D'ailleurs le *Docteur William Henry*, dans ſa Deſcription des Mines, ou Sources de Cuivre du Comté de *Wicklow* en Irlande, nous apprend, que les ouvriers de ces ſources de Cuivre, & beaucoup d'autres gens, boivent fréquemment de cette eau ſans en éprouver aucune ſuite facheuſe, étant un Spécifique pour differentes maladies, particulièrement pour toutes les éruptions à la peau. On remarque que la Livre de cette eau contient à peu près une Drachme de Cuivre bien dépuré.

Mais tout ceci ne ſera peut-être pas ſuffiſant pour convaincre ceux qui tiennent trop aux prejugés vulgaires que les aſſurances publiques ont fait naitre, du danger que l'uſage de la vaiſſelle de ce métal pourroit cauſer. C'eſt pour cette raiſon que j'ai fait toutes les réfléxions néceſſaires jointes à l'expérience, pour me convaincre premièrement moi-même, & pour me débarraſſer auſſi de tout préjugé que je reproche aux autres, avant que de déterminer en quoi l'uſage des vaiſſeaux de cuivre ſera indifférent, & de quelle maniere il pourra devenir nuiſible. Mais, avant que de détailler les expériences en queſtion, j'ai jugé néceſſaire de remarquer auparavant quelques phènomenes, qui dans cette vuë regardent tous les métaux en général.

On

On ſait, & chacun pourra facilement l'éprouver par l'expérience, que généralement tous les métaux pris dans leur état pur & naturel, n'impriment aucun goût remarquable à la langue, même quand on les a broyés ou raclés auſſi menus qu'il eſt poſſible; ce qui prouve que la ſalive n'en peut rien diſſoudre, ni les autres liquides de notre corps, ſi on en excepte les aigreurs dont les eſtomacs de quelques perſonnes ſont ſouvent ſurchargés, qui peuvent diſſoudre alors quelque choſe des métaux imparfaits, ſurtout le fer & le plomb; ce que la limaille de fer ou d'acier, priſe intérieurement, nous apprend, parce que la diſſolution de ce métal ſe manifeſte après par ſa couleur, lorsqu'elle eſt rejettée par la voye ordinaire: mais les perſonnes deſtituées des aigreurs de l'eſtomac, rendent ce métal ſans avoir été entamé, ou qu'il ait ſouffert presque le moindre changement. Il n'y a donc que les métaux diſſouts, & réduits, (ſoit dehors ou dedans notre corps,) en forme ſaline ou vitriolique, qui puiſſent ſe mêler avec les liqueurs telles que la maſſe fluide de notre ſang. Cette production ſaline, ou vitriolique, de tous les métaux en général, ſe manifeſte par un goût adſtringent, fort âpre, dégoûtant, & quelquefois cauſtique même & corroſif, ſelon la qualité du diſſolvant qu'on a employé pour cet effet.

Perſonne n'ignore l'uſage ſûr, & pour la plûpart ſalutaire, du Vif argent, ou du Mercure, tel qu'il exiſte naturellement, & ſans la moindre préparation chimiqne, quand il eſt pris intérieurement dans pluſieurs maladies du corps humain; ſa doſe exceſſive n'a pas été trouvée nuiſible, quand même on l'a augmentée jusqu'à huit ou douze onces peſant, pour la faire avaler dans cette maladie déſeſpérée qu'on nomme *la paſſion iliaque*, ou *le miſerere*. D'un autre côté, ce même Mercure, diſſous dans l'*Eſprit acide du Nitre*, & précipité par l'évaporation en poudre rouge, devient un corroſif aſſez puiſſant, de ſorte qu'on ne l'employe qu'extérieurement pour diſſoudre & emporter la chair morte & la calloſité des ulcéres; c'eſt pourquoi la doſe la plus petite cauſeroit des ſymptomes fâcheux, ſi quelqu'un ha-

zar-

zardoit de le donner intérieurement. Ce même métal diſſous dans l'*acide du Vitriol*, & converti en *Turpeth*, ou *précipité blanc*, devient un corroſif encore plus nuiſible que le précédent. Et le Mercure lié & uni par la ſublimation avec l'*acide du Sel commun*, ou *marin*, ſous le nom de *Sublimé corroſif*, devient le poiſon le plus redoutable connu dans l'Univers par ſa force corroſive & détruiſante. Auſſi n'eſt-ce pas le Mercure ſeul parmi les métaux, qui par les diſſolvans minéraux ſouffre un changement ſi étrange; le métal le plus bienfaiſant, & reconnu pour tel depuis longtems, le Fer, lorsqu'on le diſſout dans l'*acide du Nitre*, quoiqu'on ait ôté ce diſſolvant corroſif par l'évaporation, acquiert néanmoins un ſi haut degré de corroſion & de cauſticité, qu'on ſent un charbon allumé ſur la langue, quand on y en met ſeulement autant que la pointe d'une épingle peut en porter. Mais que dira-t-on de ces métaux parfaits de l'or, & de l'argent, dont les Adeptes ſe flattent de tirer cette *Panacée*, ou ce remède univerſel, par le moyen duquel ils nous flattent de pouvoir vivre nombre de Siècles, à l'imitation de leur Confrères, *les Morienes*, *les Flamels*, *les Artephius*, *&c.* ? Nous voyons cependant, que, nonobſtant cette matiere parfaite & incorruptible, que ces deux précieux métaux, (ſelon le ſentiment unanime de ces Artiſtes,) renferment dans leur centre, ce tréſor bienfaiſant, dis-je, n'empêche pourtant pas, qu'ils ne ſe laiſſent gâter par *les acides minéraux ſusdits*, & qu'ils ne deviennent des corroſifs ſi redoutables que toute leur force *panaceïſtique* ne ſauroit les vaincre.

Je viens de faire cette petite digreſſion, uniquement dans l'intention de montrer, que la corroſion cauſtique & vénimeuſe des métaux dépend presque uniquement des diſſolvans par lequels ils ont été changés en ſels, ou en vitriols, dont la concluſion naturelle s'enſuit: Que tel métal, qui n'eſt pas diſſous dans quelques acides minéraux, & qui permet une diſſolution d'un diſſolvant pris d'un autre régne de la Nature, n'acquiert pas une qualité vénimeuſe proprement dite par une ſolution de cette nature; quoiqu'on ne ſauroit éviter par là cette adſtriction plus ou moins âpre, dégoûtante, & nuiſible en trop grande

quantité, qui eſt ſi naturelle à tous les métaux diſſouts, & qu'on ne ſauroit même corriger dans le fer, lorsqu'il eſt délié dans quelque jus acide des végétaux, conſtituant néanmoins un bon remède, & ſouvent d'un grand ſecours dans pluſieurs maladies. Même le feu ſeul, convertiſſant les métaux imparfaits en chaux, leur imprime cette âpreté adſtringeante & nuiſible, lorsqu'on voudroit s'en ſervir intérieurement en trop grande doſe.

Pour prouver encore davantage ce que j'ai avancé jusqu'ici, & pour en faire l'application à notre métal, ſavoir au Cuivre, je m'en vais donner un petit détail des recherches que j'ai faites par les expériences les plus néceſſaires à ce ſujet. J'avouë, que depuis qu'on a décrié ce métal comme trop dangereux pour s'en ſervir dans les cuiſines, je faiſois dabord mes réfléxions, que non ſeulement les braſſeurs de bière & les diſtillateurs d'eau de vie s'étoient toujours ſervis de chaudieres & d'alembics de cuivre, ſans qu'on ſe fut apperçu du moindre inconvénient, ou d'une mauvaiſe qualité imprimée par ce métal aux boiſſons préparées dans ces vaiſſeaux depuis tant de ſiècles, ſachant d'ailleurs, que c'eſt ſeulement la quantité, & non pas la qualité, qui en eſt nuiſible aux beuveurs immodérés. Mais il me venoit en même tems auſſi dans l'eſprit, que les Apoticaires ſe ſervoient toujours de chauderons & de caſſerolles de cuivre pour y faire bouïllir leurs Tiſanes & potions médicales, auſſi bien que les Extraits & pluſieurs herbes & racines, dont la décoction traine pluſieurs heures avant que les Extraits gagnent cette conſiſtance épaiſſe qu'il leur faut pour être conſervés; & nonobstant ces opérations journalieres des Apoticaires, faites par le moyen des vaſes d'airain, les Médecins n'ont jamais remarqué un mauvais effet communiqué par là aux remèdes préparés de cette façon. D'ailleurs le raffinage du Sucre, où cette moëlle mielleuſe des cannes des Indes entre tant de fois dans des chaudieres de cuivre, avant qu'elle ait acquis ce degré de pureté, nous doit convaincre par ſon goût & par ſa blancheur luiſante, que ce métal n'a rien communiqué à cette drogue qui puiſſe altérer le goût & la couleur, effet qui en de-

devoit ſuivre abſolument ſi la moindre ſolution du cuivre y avoit été mêlée.

Quoique tout ceci m'auroit déjà ſuffiſamment convaincu, que l'uſage de la vaiſſelle de cuivre ne devroit pas être ſi pernicieux par rapport à notre ſanté, qu'on a tâché de nous le perſuader, j'ai néanmoins voulu faire le Cuiſinier moi-même, & examiner de près les productions en qualité de Chymiſte, pour pouvoir mieux combattre les préjugés, & en faire le rapport au public. Pour cet effet je me ſuis procuré deux chaudrons, neufs, l'un de cuivre rouge, l'autre de léton, ou de cuivre jaune; j'y ai fait bouïllir pluſieurs choſes tant liquides que ſolides priſes des végétaux & des animaux, & généralement de toutes ſortes de choſes dont les Cuiſiniers ſe ſervent à l'ordinaire pour préparer leurs mets. Il s'agiſſoit de découvrir exactement les petites molecules métalliques, pour voir s'il s'en détacheroit quelques unes des chauderons pendant la décoction, & déterminer leur quantité. Pour ce qui regarde les choſes cuites, tout à fait liquides, la ſimple évaporation de l'humidité me parut ſuffiſante pour ramaſſer ce qui pourroit reſter des atomes du cuivre, ſi la décoction en avoit détaché quelques uns, quoiqu'avant l'évaporation, l'*eſprit de Sel Ammoniac* verſé en petite quantité dans ces ſortes de bouïllons, découvrit déjà, par le changement de la couleur, ces ſortes d'atomes. Mais les choſes cuites plus ſolides & épaiſſes demandoient une autre manœuvre; j'étois obligé d'évaporer premièrement toute l'humidité, de calciner le reſte dans un creuſet, & de le convertir en cendres pour en tirer les parties de cuivre par un diſſolvant convenable. De cette manière j'étois ſûr, qu'il ne m'en pourroit pas échaper la moindre molecule. Auſſi ſuis-je allé par degré en commençant par les expériences les plus ſimples; je fis bouïllir de l'eau de puits la plus pure pendant deux heures, mais l'ayant verſée dans quelques vaiſſeaux de verre, je n'y pus pas découvrir la moindre empreinte de cuivre, ni par le goût, ni par l'examen chymique.

Quatre Onces de Sel commun, que je fis bouïllir avec cinq livres d'une eau bien dépurée de la terre calcaire par la décoction, dans le

chaudron de cuivre rouge, me fournirent après l'évaporation une espece de pouſſiere, de laquelle le Vinaigre diſtillé ſépara vingt grains d'une eſpece de *Verd de gris;* mais une pareille quantité d'eau & de ſel cuite dans le chaudron de léton montra ſeulement une foible nuance de couleur verdâtre; ce qui marque, que la terre mercurielle du *Zinc*, qui réſide dans ſa mine, la *pierre calaminaire*, & qui a changé le cuivre rouge en léton, a trop rempli les pores du cuivre, pour que le Sel commun y puiſſe trouver entrée.

De deux meſures, peſant cinq livres, d'une bonne bierè faite d'orge & le houblon, que je fis bouïllir pendant une heure dans mes chaudrons, après en avoir fait évaporer l'humidité, & calciner le reſte en cendres, j'en ai fait bouïllir une portion dans *l'eſprit de Vinaigre*, & une autre dans l'*eſprit de Sel Ammoniac;* mais ni l'une, ni l'autre, ne montroit cette belle couleur de Saphir, qui eſt ſi particuliere aux ſolutions du cuivre : au contraire je n'ai ſéparé après l'exhalaiſon de ces diſſolvans, qu'un peu de matiere épaiſſe, couleur de paille, transparente à la chaleur, mais qui ſe ſouïlloit dans la ſuite par l'attouchement de l'air, à cauſe de l'alcaleſcence des ingrédiens végétaux dans la calcination.

La même choſe m'eſt arrivée avec le lait que je fis bouïllir en pareille quantité, & que je traitai de la même façon que la biere dans l'expérience précédente. L'extrait des cendres, par les diſſolvans ſusdits, ne montroit qu'une coagulation pâle, blanchâtre, que l'air mouïlloit un peu, mais dans laquelle je ne découvris pas la moindre marque d'atomes de cuivre.

Une pareille quantité du Vin blanc de France, ſavoir cinq livres dans chaque chaudron, que j'avois fait bouïllir pendant une heure, ne montroit, dans le chaudron de léton, presqu'aucun phénoméne différent des précédens. L'extrait des cendres du Vin cuit dans le cuivre rouge, au contraire faiſoit une foible couleur d'un bleu verdâtre, dans laquelle, après l'évaporation de ſon diſſolvant, (*l'eſprit du Sel Ammoniac,*) je trouvai vingt & un grains d'une eſpece de *Verd de gris* pâle. Mais le peu de cendres pâles, tirées de l'Extrait du vin cuit dans le chau-

chaudron de léton, refuſoient abſolument une réduction métallique, même ſur le charbon à la pointe d'une flamme ſoufflée par une petite canule à ſouder.

Je pris enſuite trois livres de bœuf avec la quantité requiſe de ſel, en ajoutant encore des choux & des carottes ; je fis cuire le tout dans le chaudron de cuivre rouge pendant quatre heures, & je paſſai de plus le bouïllon par un linge, par lequel, en l'entortillant, comme il faut, je fis paſſer auſſi tout ce qu'il y avoit de liquide dans la viande & dans les légumes ; tout ce jus étant évaporé enſuite, je convertis en cendres ce qui en reſtoit, pour tâcher d'extraire les petites parties de cuivre, s'il y en avoit quelques unes de détachées ; mais quoique l'*eſprit de Sel Ammoniac* eut bouïlli quelques heures dans une phiole à long tuyau avec les cendres, il n'étoit teint que d'un foible céladon ; & cette couleur ſe perdit encore, à meſure que l'eſprit ſe diſſipa par l'évaporation, de ſorte qu'il n'en reſtoit qu'une belle coagulation blanche, un peu ſaline, & presque tranſparente.

Pour une nouvelle expérience je pris du lard avec des poires & des pommes coupées en quartiers, que je fis cuire comme le menu peuple eſt accoûtumé de faire, pour s'en préparer un plat aſſez friand ; je pris enſuite tout le jus, comme dans l'expérience précedente, & je procédai de la même maniere par l'évaporation, par la calcination, & par l'extraction des cendres ; mais je ne pouvois jamais attraper la moindre teinture de cuivre, ni par l'*eſprit de Sel Ammoniac*, moins encore par l'*eſprit de Vinaigre :* de ſorte que l'évaporation de ces diſſolvans ne montroit qu'une concrétion d'une matiere blanchâtre, tirant ſur le jaune, dans laquelle il n'étoit pas poſſible de découvrir autant de parties métalliques, qu'on auroit pu en eſtimer par le poids le plus leger.

A' l'occaſion de ceci il me vint dans l'eſprit, que peut-être quelques végétaux doüés d'une eſpece de Sel volatil, approchant à la nature alcaline, pourroient diſſoudre quelques molecules de mes vaiſſeaux de cuivre. Dans cette vuë je fis bouïllir de la viande avec des

oignons, de l'ail, des raiforts, &c. & ayant procédé comme dans les expériences précédentes, je n'obtenois pas la moindre marque d'une teinture dans les cendres que j'avois tirées de cette nouvelle décoction par mes diſſolvans, par conſéquent aucune diſſolution métallique du cuivre que je cherchois. Une expérience ſemblable à celle-ci, où, au lieu des racines & de l'ail, j'avois mêlé la viande avec pluſieurs ſortes d'épiceries, me réüſſit de la même façon, ſans que je puſſe découvrir la moindre ſolution du cuivre.

Je me ſouvenois encore de certaine *Marmelade*, que le menu peuple en pluſieurs endroits de l'Allemagne, prépare pour la manger avec le pain en guiſe de beure ; on la compoſe du jus tiré des bayes de ſureau mêlé avec des prunes, qu'on fait bouïllir enſemble dans un chaudron de cuivre, en le remuant ſans ceſſe avec un petit ais, ou planche fabriquée en forme de houë, jusqu'à ce que le mêlange, par l'évaporation, que la décoction entretient, acquiere la conſiſtance & l'épaiſſeur d'une *Marmelade*. J'en ai pris huit onces, que j'ai fait calciner dans un creuſet ; je croyois pouvoir extraire de ces cendres quelques marques du métal, ſur lequel ce mêlange ſucculent & aigrelet avoit été frotté pendant pluſieurs heures dans une chaleur bouïllante : mais l'*eſprit de ſel Ammoniac*, avec lequel je fis bouillir les cendres, reſta clair comme l'eau la plus pure, ſans avoir ſouffert le moindre changement de couleur.

Il me reſtoit encore à eſſayer des poiſſons dans le chaudron de cuivre, qui eſt le vaiſſeau ordinaire dans lequel on les fait bouïllir. Ce fut un brochet de trois à quatre livres, coupé en pieces, qui fut cuit avec ſon ſel, comme il faut ; j'en exprimai tout le jus que je fis évaporer avec l'eau, dans laquelle il avoit été cuit jusqu'a ſiccité ; la pâte qui en reſtoit fut calcinée dans un creuſet, & les cendres furent également éprouvées par les diſſolvans, dont je me ſervois dans ces ſortes d'expériences : mais n'y ayant pas remarqué la moindre teinture, je m'apperçus par l'évaporation, que ces diſſolvans s'étoient chargés ſeulement d'une pouſſiere blanche un peu ſaline, communiquée par les ſels.

Pour

Pour ôter auſſi toute crainte au beau Sexe, s'il lui arrive par hazard de boire ſa boiſſon favorite, le Caffé préparé dans une Caffetiere de cuivre, j'ai fait l'expérience ſuivante, qui diſſipera la crainte. Je fis bouïllir trois onces de Caffé dans un chaudron de cuivre à la maniere ordinaire, & l'ayant fait repoſer jusqu'à ce qu'il fut clair, j'en chaſſai ſucceſſivement toute l'humidité par le feu; je convertis le reſte en cendres par la calcination; mais, au lieu d'en extraire des atomes de cuivre par mes diſſolvans, je n'attrapai que de petites lames, ou feuïlles blanches & minces, attachées les unes ſur les autres, d'un goût *alcalin*, comme le produit de la calcination d'une matiere végétale.

Comme j'ai remarqué auparavant, que l'eau ſeule avec le ſel commun, lorsque je les avois fait bouïllir enſemble dans le chaudron de cuivre, en avoit diſſous quelques grains; j'étois un peu confondu de n'avoir pas rencontré une diſſolution ſemblable dans mes décoctions des viandes & des poiſſons, où il entroit non ſeulement la même quantité de ſel, mais dont la décoction avoit continué plus longtems. Après bien des réfléxions faites là-deſſus, je n'en trouvois d'autre raiſon, ſinon que le ſel commun, ſeul avec l'eau dépurée durant les cuiſſons, étant pouſſé ſans ceſſe par le feu, agiſſoit avec force contre la ſurface du chaudron, au lieu que, quand il rencontre dans cette action des corps mucilagineux qui émouſſent ſon acreté, comme la viande, les poiſſons, les légumes &c., il s'y arrête & s'envelope, comme à des corps qui ſont plus faciles à diſſoudre que le cuivre; & c'eſt pour cette raiſon ſans doute, que je n'ai pas remarqué une ſolution de ce métal dans toutes mes expériences précédentes, où le ſel trouvoit autre choſe que le métal pour agir là-deſſus.

Enfin, pour peu qu'on faſſe des expériences ſemblables à celles que je viens de raconter fidélement icy, on ne manquera pas de découvrir beaucoup de préjugés, vantés comme des vérités par rapport à l'uſage nuiſible du cuivre. Il y a des Auteurs qui ſoutiennent (*), que l'eau pure gardée une nuit ſeulement dans un vaiſſeau de ce métal, en

(*) Voyez la Diſſertation, *Mors in Olla.*

en montre d'abord la marque, lorsqu'on y verſe quelques gouttes de l'*eſprit de Sel Ammoniac*; mais, ni dans une telle eau, ni dans celle que j'avois fait bouïllir auparavant dans un vaiſſeau de cuivre, & que j'y avois laiſſé réfroidir, je n'ai pu rencontrer le ſuccés de cette prétenduë expérience. J'ai pouſſé encore plus loin cette recherche, en laiſſant réfroidir le bouïllon de quelques livres de bœuf bien cuites avec du ſel commun dans un chaudron de cuivre; mais je n'ai pû découvrir la moindre marque d'une diſſolution métallique, ni le changement de la couleur du bouïllon, lorsque j'y avois mêlé l'*eſprit de ſel Ammoniac*; & avant ce mêlange même je n'ai point trouvé le goût du bouïllon altéré, moins encore âpre, ou dégoûtant; ce qui arrive ſeulement lorsque le *Vin*, le *Vinaigre*, ou le *Jus de Citron*, comme diſſolvans acides du cuivre, y ſont mêlés, pendant que la viande, ou les légumes cuiſent dans ces ſortes des vaiſſeaux, ou qu'ils y ſont gardés trop longtems dans un endroit où l'humidité de l'air peut altérer ce métal, & en détacher un *Verd de gris*. Alors les mets préparés de cette maniere reprochable, (où l'acide a diſſous le cuivre,) ou qu'on a gardé dans ce métal, pendant quelque tems, pourront bien devenir nuiſibles à la ſanté en cauſant des angoiſſes, des vomiſſemens, & autres accidens facheux. Et alors on aura un Emétique plus ou moins violent, ſelon la quantité du Verd de gris détachée du Cuivre, mais non pas une drogue qu'on puiſſe ranger dans la claſſe des poiſons, ou proprement appellés vénins.

Au reſte j'aurois ſouhaité, que quelques ſavans Médecins, comme *Lanzoni*, *Valiſueri*, *Mauchart*, &c. euſſent fait une recherche un peu plus exacte ſur les circonſtances des effets pernicieux cauſés par la vaiſſelle de cuivre qu'ils alléguent dans les *Ephémerides Germaniques*; & que ces Meſſieurs qui ſe ſont récemment ſi fort déchainés contre l'uſage de ce métal, euſſent auparavant recherché le prétendu danger par des expériences ſolides, avant que de répéter des fauſſetés, ou d'étaler des nouveautés peu conſtatées, & d'en impoſer au public.

INS-

INSTRUCTIONS NÉCESSAIRES
POUR LA CONNOISSANCE DE DIVERSES PLANTES DU PAÏS, DONT L'USAGE PEUT SERVIR A' E'PARGNER LES CHENES ET L'EMPLOI DES MATIERES ÉTRANGERES DANS LA TANNERIE DES CUIRS.

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

Entre les principaux avantages d'un Païs, dont la ſituation eſt d'ailleurs favorable au Commerce, on peut ſurtout compter l'abondance des productions naturelles, qui ſervent non ſeulement à l'Oeconomie, mais auſſi de celles qui ſont utiles aux Manufactures & au Négoce. Elles mettent en état de tirer de grands profits de l'exportation, d'ériger les Fabriques les plus conſidérables, & d'y donner de l'ouvrage à un très grand nombre de perſonnes ; ce qui favoriſe la conſommation des vivres & de toutes les denrées. Mais une des choſes, qui entrent le plus dans la réüſſite de ce plan, c'eſt une quantité ſuffiſante de toutes les eſpeces de bois à brûler, à bâtir, & propre à une infinité d'autres uſages. La néceſſité du bois augmente ſurtout à meſure que les contrées ſont plus Septentrionales, ou qu'elles deviennent plus habitées, & que le nombre des Manufactures & des Fabriques s'y accroit.

Il n'eſt donc pas beſoin de s'étendre ſur les inconvéniens de la diſette du bois, ni ſur l'étonnante deſtruction qu'on ne ceſſe d'en faire pour toutes les néceſſités de la vie, & pour toutes les préparations re-

quiſes dans un ſi grand nombre d'Arts & de Profeſſions. Pour peu qu'on y reflêchiſſe, on ne ſçauroit que craindre qu'il ne vienne à s'épuiſer, & penſer aux moyens de prévenir ce malheur.

Il n'y a qu'à jetter un coup d'œil ſur les Nations auxquelles le bois manque, pour ſentir combien cette privation eſt incommode. Elles n'en ont qu'à grands fraix en l'achetant ailleurs, & n'oſent, pour dire, le brûler que par poids & par meſure. Il y en a même qui, faute de bois pour faire divers vaiſſeaux, comme ſont les tonneaux, caiſſes, &c. ſont obligées d'empaqueter les marchandiſes de transport dans des peaux coufuës enſemble, dans des paniers de jonc, &c. A plus forte raiſon n'oſeroit-on penſer dans de ſemblables contrées à l'érection d'aucunes Manufactures: on y eſt obligé de vendre les productions naturelles du païs à l'Etranger, ſans avoir pû les préparer, & par conſéquent à un très vil prix.

La tourbe & la paille ne ſçauroient ſuppléer au defaut du bois que pour les beſoins œconomiques; ou du moins il n'y a que très peu de Manufactures auxquelles leur uſage convienne. D'ailleurs dans les lieux même où l'on ſe ſert de tourbe & de paille, on n'en a pas autant qu'on veut. En un mot une foule de choſes de la derniere importance pour la Société, roulent ſur la quantité néceſſaire du bois. Et rien ne ſeroit plus propre à faire retomber les Nations policées dans leur ancien état de groſſiereté, que de ſe trouver deſtituées de ce ſecours.

De très habiles gens ont déjà traité cette importante matiere à fonds dans des Ecrits de la derniere ſolidité; & l'on n'a pas manqué non plus de prendre partout les meſures les plus efficaces pour empêcher toute ſortie des bois qui pourroit devenir préjudiciable au païs d'où on les tire. Ces meſures deviennent de plus en plus eſſentielles, vû la diminution ſenſible du bois. Pluſieurs Provinces de l'Allemagne qui étoient autrefois toutes couvertes de forêts, en ſont à préſent preſque entièrement dégarnies. La multiplication des habitans, & l'accroiſſement de toutes ſortes de Manufactures, ou Fabriques, annoncent à

nos

nos deſcendans, l'embarras où ils ne tarderont pas à ſe trouver à l'égard du bois néceſſaire à leur entretien. Après avoir été trop prodigue à cet égard, on va bride en main, on ménage ce qui reſte, & on tâche de réparer les pertes en ſemant & en plantant.

Il eſt certain qu'on pourroit faire bien des choſes trés utiles à cet égard, ſi l'on vouloit accorder aux idées & aux conſeils que fourniſſent quelquefois les perſonnes qui s'appliquent à l'étude de la Nature, l'attention qu'ils méritent, & ne pas les confondre avec les chimères des faiſeurs de Projets. Il peut arriver, & il arrive ſouvent, que les découvertes des premiers ſont d'un ordre à être appliqueés avec ſuccés aux opérations œconomiques qui ſont ſubordonnées au Gouvernement politique d'un Etat. On auroit tort aſſurément de croire que tout ce que la Phyſique, ou quelcune de ſes parties, comme la Chymie, la Botanique, &c. découvrent, eſt d'abord d'une utilité publique & décidée ; il faut avouër qu'il y a dans ces Sciences pluſieurs eſſais infructueux, pluſieurs travaux inutiles ; mais on ne ſçauroit nier non plus que de tems en tems elles ne fourniſſent des moyens d'améliorer le ſort des hommes, & de rendre la Société plus floriſſante.

C'eſt le but auquel nous nous propoſons d'arriver dans ce Mémoire, en indiquant un moyen qui nous paroit mériter d'être diſtingué parmi ceux qui ſont deſtinés à prévenir la deſtruction du bois. Celui de Chêne eſt, comme on le ſçait, un des principaux & des plus précieux. Or la Tannerie en fait une prodigieuſe conſommation. Il ſeroit d'un autre côté très facheux de renoncer à cette profeſſion, dont l'exercice eſt fort avantageux au païs, le cuir tant fin que goſſier étant une des marchandiſes les utiles, & dont on a le plus d'occaſions de ſe ſervir. C'eſt ce beſoin qui fait qu'annuellement dans le voiſinage de presque toutes les Villes, tout petites que grandes, on dépouïlle de leur écorce autant de chênes & de bouleaux qu'on en trouve, ou qu'il eſt permis de le faire ; on prépare à l'aide de ces écorces la quantité de cuir à laquelle elles ſuffiſent, & l'on eſt obligé de laiſſer le reſte

du cuir non préparé aux voiſins qui n'en donnent presque rien, & qui nous revendent enſuite fort cher celui dont nous ne ſçaurions nous paſſer.

Voici une découverte qui conſervera tout à la fois le bois & les Tanneries, & qui pourra même augmenter le nombre de celles-ci. Elle a été faite dans le cours de l'Eté dernier ; & dès le mois d'Aout on a produit huit nouvelles eſpeces de cuir préparé & tanné ſans aucune écorce d'arbres, & par des moyens dont nous allons rendre un compte détaillé. Ces moyens vont encore plus loin ; ils épargnent non ſeulement les écorces, mais encore diverſes drogues étrangères qu'on eſt obligé d'employer dans cette préparation. Il eſt ſurprenant qu'on n'ait pas penſé plutôt à faire les Expériences ſur leſquelles cette découverte eſt fondée, puiſqu'elles ſont les plus aiſées du monde, & que divers moyens dont d'autres Nations, & même les plus ſauvages, ſe ſont ſervies pour la préparation des cuirs, mettoient tout à fait ſur la voye de s'en aviſer. En effet en pluſieurs contrées, ſoit faute d'écorces, ſoit en conſéquence d'anciens uſages, on eſt dans l'habitude conſtante de ſe ſervir pour la préparation des cuirs, de feuïlles, de racines, de fruits, & de ſucs. Nous n'entrerons pas ici dans tous les détails hiſtoriques dont cette matiere ſeroit ſuſceptible ; mais il convient pourtant d'en donner une eſpece d'échantillon.

Une partie de ces Tartares Calmuques qui exercent leurs brigandages vers la grande Muraille de la Chine, ſe ſervent pour tanner la peau de leurs chevaux, de lait de cavale aigri. En Perſe, en Egypte, & dans quelques Etats ſitués ſur les frontieres de l'Afrique, on tanne les peaux de bouc & de chévre, avec le fruit aſtringent & légumineux de l'*Acacia vera*, qu'on prend avant ſa maturité. Les mêmes peaux en pluſieurs endroits de l'Empire Turc ſe préparent en maroquin par le moyen de la noix de Galle. Les noix encore vertes de l'arbre de Terebenthine, & à ce que quelques uns prétendent, les feuïlles mêmes, auſſi bien que celles de *Lentisque*, ſervent au même uſage dans le Levant. Le *Smak*, qui conſiſte en rouleaux de feuïlles

&

& de jeunes branches de l'arbre dit *Sumach*, ou *Rhus*, eſt parfaitement connu, & il n'y a guères de païs où l'on ne l'employe pour la préparation du Cuir, dit *Corduan*. Perſonne ne ſçauroit ignorer non plus que dans pluſieurs Provinces d'Italie, d'Eſpagne, & de France, il y a actuellement en uſage pluſieurs Plantes qu'on peut appeller *Plantæ coriariæ*, l'*Arbutus*, le *Celtis*, le *Tamarisque*, le *Rhamnus*, le *Rhus myrtifolia*, &c. On a mis en oeuvre en Suède l'ecorce d'une des moindres eſpeces de Saules de montagne, auſſi bien qu'une Plante ſauvage aſſez connuë ſous le nom d'*Ura urſi*. En Allemagne les Sileſiens employent dans la mégiſſerie une eſpece de *Myrtille*, nommé *Rauſch*; mais pour la Tannerie on ne connoit guères en Allemagne que les écorces de chêne & de bouleau, avec quelques calices de gland : & pour la préparation du Corduan & du Maroquin on prend le *Smack* & la *Galle*, à l'imitation de presque tous les autres Peuples connus.

Quand les huit nouvelles préparations de cuir déjà indiquées, auront une fois pris conſiſtance & crédit, toutes les matieres ſusdites ne ſeront plus néceſſaires ; & l'on trouvera dans les Etats du Roi les véritables herbes propres à la Tannerie, parmi lesquelles il y en a une partie qui ſerviront en même tems à la teinture des cuirs. Le nombre des eſpeces de ces herbes va déjà bien à 60 ; & quand, après avoir fait un choix exact, il n'en reſteroit qu'une vintaine, les vuës de S. M. ſeroient ſuffiſamment remplies, tant pour la conſervation des bois que pour l'épargne des drogues étrangeres, ſans qu'aucune des autres parties de l'Oeconomie politique en ſouffre la moindre atteinte.

Pour prévenir l'objection qu'on pourroit faire, que la Tannerie, quelque importante qu'elle puiſſe être à divers égards, ne paroit pas un objet convenable aux recherches d'un homme d'étude, je demande ſeulement qu'on ſe faſſe l'idée des différentes choſes, qui appartiennent à cet Art, de toutes ſes manoeuvres, & des circonſtances qui y ſont requiſes. On commence par dépouïller les animaux de leurs peaux, ou cuirs ; on en fait une premiere préparation, d'où l'on paſſe à la

tannerie même & à tous ſes travaux ; il en réſulte différentes eſpeces de cuirs, dont les qualités dépendent du concours de productions tirées des trois Régnes de la Nature ; ce qui ſuppoſe l'étude de ces productions, la connoiſſance de leurs parties conſtitutives, & l'examen des effets variés qui peuvent en réſulter. Après cela qu'on juge qui eſt-ce qui eſt le plus propre à influër ſur le ſuccès de ſemblables opérations, du Phyſicien, du Chymiſte, du Naturaliſte, ou du ſimple Tanneur, qui ſuit la routine de ſa profeſſion ? Il ſeroit tout au contraire à ſouhaiter que depuis longtems les Savans verſés dans les connoiſſances dont on vient de parler, euſſent tourné leurs vuës de ce côté-là, qu'ils euſſent raſſemblé de bonnes Expériences ſur ce ſujet, & qu'ils en euſſent déduit des Principes propres à former une Théorie. On auroit tiré du nombre des Plantes inutiles celles qui peuvent rendre de ſi bons offices, & elles ſeroient dans une poſſeſſion confirmée de la préparation des Cuirs. Les Chymiſtes les auroient ſoumiſes aux épreuves qui peuvent en découvrir les propriétés ; les Botaniſtes en auroient ſoigneuſement indiqué les eſpeces & les caractères ; & tout ſeroit ſur le pied où nous aſpirons à le mettre. C'eſt ici le lieu de donner en peu de mots une idée de la Tannerie, & des Plantes qu'on peut y appliquer.

Après que les peaux des animaux ont été ſéparées exactement de la chair, & de la graiſſe, qu'on les a nettoyées du ſang & des poils, & qu'on les a ſuffiſamment macérées, le Tanneur en fait l'objet de ſon travail, & à l'aide de certaines drogues, ou matieres, il en ôte toutes les parties qui pourroient encore être ſujettes à la pourriture & aux vers, & les condenſe de façon qu'on peut s'en ſervir à tous les uſages auxquels le cuir eſt propre. La peau d'un animal, dans ſon état d'intégrité, eſt un tiſſu des plus artiſtement faits, fort ſerré, & qui eſt uniquement compoſé de fibres étroitement entrelaſſées enſemble, qui ſortent de vaiſſeaux réünis. Ce tiſſu en le tannant devient encore plus ſenſible ; & les fibres du cuir peuvent être presque toutes ſéparées les unes des autres. Néanmoins les peaux different les unes

des

des autres ſuivant les eſpeces d'animaux, auſſi bien que ſuivant leur âge, leur nourriture, & leur climat : ce qui requiert des differences dans la maniere de tanner, & dans les matieres employées à la préparation des Cuirs. Tout cela peut pourtant être réduit aux trois eſpeces qu'on nomme en Allemand, *Weiſs-gahr*, *Semiſch-gahr*, & *Loh-Gahre ;* qui ſont trois tanneries differentes. Je ne parle point ici du parchemin, du chagrin, ni de tout ce qui regarde la pelleterie.

La premier travail, on la premiere préparation, ne diffère point dans ces trois Tanneries. Les peaux étant bien débarraſſées de toutes leurs impuretés, on employe la chaux, ou bien le ſable & le ſel, pour en détacher les poils, & enſuite on les lave & rince à pluſieurs repriſes, en raclant un peu le côté uni de quelques unes.

Mais le travail ſuivant ne demeure pas le même dans les diverſes ſortes de Tanneries, par leſquelles on acheve la préparation & la teinture des cuirs. Nous paſſons volontairement ſous ſilence les deux premieres ſortes, qui empruntent le ſecours de divers ingrédiens tirés des trois Régnes de la Nature, comme l'Alun, le Sel commun, le Tartre crud, le ſon, le farine, & l'huile de poiſſon. Mais nous ſommes obligés d'entrer dans un plus grand détail par rapport à la troiſième, qui ſe borne uniquement à l'uſage des végétaux, qui ſervent à faire l'eſpece de leſſive dans laquelle les cuirs achevent de ſe tanner.

Cette troiſième Tannerie peut encore être ſubdiviſée en quatre eſpeces, rélativement aux quatre principales ſortes de Cuirs, qu'on y prépare à l'aide de differens végétaux ; ſavoir 1. le cuir commun, 2. le cuir de vache, 3. le Corduan, & 4. le Maroquin.

Toute leſſive de végétaux propre à changer ces peaux en cuirs, eſt froide, ou chaude.

La maniere de préparer les cuirs à froid eſt la plus ſimple, la plus aiſée, mais en même tems la plus lente. On s'en ſert pour les cuirs les plus groſſiers & les plus peſans, qu'on met dans des vaiſſeaux de bois avec de l'écorce de chêne ou de bouleau groſſièrement pulvériſée,

ou

ou bien dans des trous faits en terre, en jettant deſſus de la même écorce ; ce qu'on réïtére diverſes fois, & auſſi longtems qu'il eſt néceſſaire pour que les peaux ſe changent en cuirs.

La maniere de tanner par une leſſive chaude, eſt le plus ſouvent fort pénible, mais elle eſt auſſi beaucoup plus expéditive que la précédente. Il y a des ſortes de cuirs qui demandent trois ſemaines ; pour d'autres il ne faut que 8. 12. ou 15. jours ; le Corduan ne requiert que 24. à 36. heures ; & le Maroquin tantôt 7 ou 8, tantôt 16 à 20. Voici l'ordre qu'on ſuit dans ce travail. On verſe la leſſive dans des vaiſſeaux de bois avec de l'eau chaude, on y met les peaux, & on a ſoin de les bien remuër, & ſouvent. Au bout de huit jours ou tire l'eau du vaiſſeau par l'ouverture du bondon, on la réchauffe, on la rejette dans de nouvelle leſſive, & on rend le tout aux peaux. On continuë & l'on réïtére cette opération jusqu'à ce que les parties végétales ayant pénétré la ſubſtance de la peau, au point d'en faire du cuir, que l'on pend pour le faire ſécher, & que l'on donne enſuite à l'Apprêteur.

Remarquons ici en paſſant au ſujet du cuir de vache, qu'on ne ſçauroit le préparer chez nous à auſſi bon marché qu'en Ruſſie ; & que l'eſpece odoriférante qui porte le nom de *Cuir de Rouſſi*, tire cette qualité de deux huiles empyreumatiques dont on le frotte en le préparant.

A l'egard du Corduan & du Maroquin, qui ſont les deux derniers & principaux objets de la Tannerie, ils ne conſiſtent qu'en peaux de bouc & de chévre, dont les premieres ſe préparent avec le *Smack*, & les ſecondes avec la Galle. On cout enſemble les peaux blanches par demi-douzaine, on les met dans l'eau, & on les couvre bien de cette poudre de végétaux groſſiérement pilés dont on a déjà parlé. En les couſant on y obſerve cette différence, que le côté uni eſt mis en dehors pour le Corduan, & en dedans pour le Maroquin.

Cela peut ſuffire pour le but que nous nous étions propoſé de donner une idée générale de la Tannerie, & de ſes principales eſpeces, qui

qui fut propre à répandre du jour ſur ce qui concerne les Plantes qui y ſont appliquables.

Ces Plantes qui croiſſent en abondance dans nos contrées, & à l'aide desquelles on a déjà trouvé huit nouvelles préparations du Cuir, ont été le ſujet d'un Mémoire préſenté & lû à l'Académie le 5 Decembre dernier. L'Auteur de ce Mémoire, & l'Inventeur des nouveaux Cuirs, eſt M. *Klein*, natif de *Nauen*, homme laborieux & habile, qui a toujours eu un penchant decidé pour tout ce qui concerne les Manufactures, & a déjà fourni pluſieurs inſtructions utiles dans ce genre. C'eſt pour étendre de plus en plus ſes connoiſſances qu'il s'eſt appliqué à la Phyſique, à l'Hiſtoire Naturelle, & à la Chymie, & que l'Eté dernier s'étant mis à herboriſer, il m'a requis de lui montrer toutes les Plantes, que je pourrois croire propres à la Tannerie, d'après la connoiſſance que j'ai de leurs principes & de leurs autres propriétés. J'ai nommé toutes ces Plantes à l'Académie, & j'ai indiqué leurs caractères. Ce ſont toutes des Plantes du païs, des plus communes, des plus abondantes, & qu'on a mis jusqu'ici au rang des mauvaiſes herbes, faute d'en connoitre l'uſage. Ainſi le train de l'Oeconomie ordinaire ne ſouffrira aucune altération de l'uſage qu'on veut en faire pour la Tannerie. M. *Klein* a raſſemblé des quantités conſidérables de ces diverſes eſpeces de Plantes ; & entre les huit ſortes de Cuirs qu'elles ont produit, il y a un très beau Corduan préparé ſans *Smack*, & deux ſortes de bon cuir de veau, tanné avec de ſimples feuïlles d'arbre.

Ces nouvelles Plantes à cuir croiſſent dans presque tous les creux profonds & les lieux marêcageux ; il s'en trouve auſſi dans les campagnes ſablonneuſes, ſur les collines & dans les bois, & elles abondent également dans la Marche Electorale, dans la Nouvelle Marche, dans la Poméranie, & dans la Pruſſe. Le foin qu'elles donnent, eſt le plus groſſier & le moindre de tous ; & les beſtiaux en font ſi peu de cas qu'ils n'y touchent que lorsqu'ils ſont affamés. Ainſi ces Plantes ne ſervent proprement qu'à gâter les bonnes prairies. On en trouve

ſurtout autour des grandes eaux & des lacs ; & l'on ne croit point exagérer en diſant que cela va à LX eſpeces différentes.

Les principes en vertu desquels ces Plantes ſe trouvent propres à la Tannerie, ſont aiſés à découvrir, ſi l'on eſt au fait de ceux que la Chymie tire du *Smack*, de la Galle, & des différentes écorces. Rélativement à ces principes, les Plantes en queſtion peuvent être diviſées en deux Claſſes principales. Les principes auxquels on doit faire le plus d'attention, ſe trouvent en général dans toutes ces Plantes ; ils ſont d'une nature *fixe*, & cependant *active*, *terreo-gommeuſe*, ou *terreo-réſinoſo-gommeuſe*. Mais, outre ceux-là, on en trouve dans quelques-unes, en plus grande ou en moindre quantité, de très actifs ; & c'eſt ce qui établit la différence que nous mettons entre les Plantes propres à la Tannerie.

Celles de la premiere ſorte n'ont point d'odeur, ou n'en ont qu'une très foible ; mais elles ont un goût tout à fait acre & conſtringent. Elles ne fourniſſent que les principes actifs & fixes dont on a parlé, ou du moins on n'y découvre qu'un mêlange très peu conſidérable de parties oleoſo-inflammables, qui donnent à l'eau qu'on en diſtille une foible odeur balſamique, ſans aucune ſaveur acre ſtyptique. La portion de ces parties dans la ſubſtance terreo-réſinoſo-gommeuſe, varie ; mais celle qui exiſte communément dans la plûpart des véritables Plantes à cuir connuës, eſt, par exemple, que ſur une livre de ſemblables végétaux la terre fait un tiers, ou même la moitié, le principe gommeux environ un quart, dans d'autres auſſi un tiers, & dans quelques unes juſqu'à la moitié ; tandis que la partie reſineuſe eſt la moindre de toutes, & ne va dans une livre que de XX à L grains, ou pour le plus à une dragme, & quelques vint grains au delà.

Dans la ſeconde eſpece de nos Plantes on trouve à la vérité les principes actifs fixes ſusdits, mais la proportion indiquée ne ſçauroit y avoir lieu, parce qu'ils ſe trouvent mêlés avec d'autres principes tant volatils que fixes, de ſorte qu'ils ſont la moindre partie du compoſé, & qu'il

qu'il leur arrive; ou d'être exaltés avec les parties volatiles, ou d'être conſidérablement affoibiis. On trouve donc dans ces ſubſtances, outre les parties fixes, un principe unguineux, acromarico-balſamique, *oleoſo-* ou *vaporoſo-ſpirituoſo-étherien*, &c. Les parties volatiles ſe dégagent bientôt des autres dans la chaleur de la leſſive à tanner, & s'envolent, de façon qu'il n'eſt pas toujours poſſible d'en découvrir quelques traces ſpécifiques dans les cuirs.

Si l'on veut enſuite approfondir, en quoi conſiſte proprement la ſubſtance fixe terreo-gommeuſe, ou terreo réſino-gommeuſe, c'eſt ce dont on pourra acquérir une connoiſſance fort claire, ſoit en conſidérant ſa génération naturelle, ſoit par la voye des Expériences Chymiques. Cette terre eſt, tantôt plus groſſière, tantôt plus fine, tantôt en plus grande, tantôt en moindre quantité; & elle contient une ſubſtance oléeuſe, ou un principe inflammable, engagé dans un acide leger; tel qu'il peut s'en trouver dans les végétaux, & non cauſtique, comme celui des Minéraux. Quand on détruit au feu la ſubſtance fixe des Plantes coriaires, on obtient par la retorte, d'une livre poids de Médecine, à peu près les produits ſuivans, dans une proportion plus ou moins variée; 1. environ deux lots, & deux dragmes, d'un phlegme pellucide & empyreumatique, non adſtringent; 2. environ cinq lots & une dragme d'une liqueur acide jaunâtre, ou d'un jaune tirant ſur le brun; 3. trois lots & plus de deux dragmes d'une huile empyreumatique. Le *Caput mortuum* fait ſouvent la moitié, ou même au delà, & contient dans quelques ſujets une portion de ſel alcali fixe, que s'engendre à un feu violent. Dans les fruits ſces, les ſucs, & les racines carneuſes, cette proportion ſouffre quelques exceptions. On comprend donc que la connoiſſance de ces parties conſtitutives, des quantités dans leſquelles elles exiſtent, & de leurs propriétés bien connuës des Phyſiciens & des Chymiſtes, peut aiſément conduire à celle de leurs effets, & de la maniere dont elles les produiſent. Par ce moyen on ſe trouvera en état de diſtinguer une fauſſe plante coriaire d'avec une véritable, ou d'écarter celles qui ſont trop foibles

pour cet uſage. Il s'en trouve, par exemple, qui ſont beaucoup plus propres à donner une belle teinture au cuir qu'à le tanner.

Il n'eſt pas difficile non plus, après l'expoſition qu'on vient de donner des principes contenus dans ces Plantes, de ſe faire une idée de leur action ſur des peaux duëment nettoyées & macérées. Ces peaux miſes à tremper dans la décoction de ces Plantes, ou ſeulement avec leur poudre groſſiere, y demeurent aſſez longtems, & ſe travaillent enſuite aſſez, pour que la tiſſure de leurs parties ſouffre un changement, qui en fait une production nouvelle, à laquelle on ne donne plus le nom de peau, mais celui de cuir. Dans cette opération, les parties ſolubles & actueuſes des végétaux ſont ſéparées de la maſſe groſſière, par le ſecours de l'air, de l'humidité vaporeuſe, de l'eau, du travail, & des divers degrés de chaleur qu'on employe: elles s'écartent inſenſiblement les unes des autres, & s'étendent en partie d'une maniere fort douce, qui les rend propres à pénétrer auſſi tout doucement la ſubſtance des peaux, & à y effectuer imperceptiblement le changement qu'elles ſubiſſent. Il n'y a rien de plus aiſé que de concevoir les effets qu'eſt capable de produire dans un ſemblable cas un acide diſſous & étendu avec douceur, lorsqu'il eſt mêlé & mis en mouvement avec d'autres particules ſouverainement volatiles, oleoſo-éthériennes, d'une extréme mobilité. Les peaux ſont pénétrées de ces particules, auſſi bien que de celles que nous avons nommeés terreo-reſino-gommenſes, comme d'une eſpece de baume, & cela les condenſe en cuir, de façon à les préſerver déſormais de toute atteinte de la pourriture, ou des Inſectes. Mais comme notre deſſein n'eſt pas de nous engager dans une théorie formelle de la Tannerie, nous nous bornons à notre objet, qui concerne uniquement la détermination des Plantes à tanner, & nous ajoutons encore un de leurs caractéres aſſurés, qui les rend ſenſiblement reconnoiſſables entre toutes les autres. Ce caractére ſe rencontre dans leur poudre, ou dans leur décoction, lorsqu'on la mêle avec le vitriol de Mars.

On

On prend donc des Plantes ſusdites, réduites en poudre, & on les jette dans une ſolution de vitriol de Mars; ou l'on met une portion de vitriol de Mars, dans une infuſion, ou décoction de ces Plantes, qui a été auparavant filtrée. Ce mêlange produit, tantôt une couleur rougeâtre, ou d'un rouge foncé, tantôt une couleur bleuë, ou auſſi noire. La cauſe de ce phénomene eſt connuë des Chymiſtes, qui ſçavent auſſi rendre à ces décoctions, ou infuſions, leur transparence, & en faire évanouïr les couleurs, en y verſant goutte à goutte une quantité ſuffiſante d'huile de vitriol.

Les caractères des Plantes coriaires étant ſuffiſamment dévelopés par tout ce qui a été dit jusqu'ici, & ces Plantes ſe trouvant dans la plus grande abondance tout autour de nous, il dépendra préſentement des Connoiſſeurs & des Amateurs, d'en étendre l'uſage, & d'en faire de nouvelles applications, utiles aux Manufactures du Païs. Il en réſultera les avantages ſuivans.

1. Les intentions de Sa Majeſté ſeront exactement ſuivies, par rapport à la conſervation des forêts, & en particulier des chênes, dont l'écorce ſera deſormais épargnée, en y ſubſtituant nos Plantes.

2. Avec le tems on pourra ſe paſſer des drogues étrangeres, dont le prix hauſſe tous les jours, & qui ſont employées dans la préparation du Corduan, & du Maroquin.

3. On pourra avoir au delà de ce qu'il faut de matieres propres à la Tannerie, tirées du païs même, ſans porter la moindre atteinte aux autres parties de l'Oeconomie.

4. Pluſieurs perſonnes pauvres, ou âgées, femmes & enfans, pourront en certains tems de l'année gagner leur pain à cueillir des Plantes.

5. Tous les lieux incultes, ſoit parce qu'ils ſont trop marêcageux, ſoit à cauſe de leur extrême aridité, pourront dans la ſuite être mis en valeur & en rapport.

6. De petites Villes où il n'y a point encore de Tanneries, pourront s'en procurer, parce que les Moulins ne ſeront plus néceſſaires, les Plantes en queſtion, n'ayant beſoin que d'être groſſièrement coupées, ou pilées.

7. Les Cuirs communs du païs, auſſi bien que les peaux de bouc & de chévre, pourront être tannés en beaucoup plus grande quantité, ſoit pour la conſommation, ſoit pour le Commerce, & l'on ne ſera pas contraint de les laiſſer à bas prix aux Etrangers.

Je finis en reconnoiſſant & en déclarant ingenuëment, que je n'ai d'autre part à une découverte auſſi intéreſſante pour le Public, que l'eſt celle dont je viens de rendre compte, ſi ce n'eſt d'y avoir apporté toute l'attention qu'elle méritoit, & d'avoir rempli à cet égard tous les devoirs de ma vocation, qui m'appelle à l'étude de la Nature.

EXPÉRIENCES

QUI CONCERNENT LA RÉGÉNÉRATION DE L'ALUN DE SA PROPRE TERRE, L'APRÈS AVOIR SÉPARÉ PAR L'ACIDE VITRIOLIQUE; AVEC QUELQUES COMPOSITIONS ARTIFICIELLES DE L'ALUN PAR LE MOYEN D'AUTRES TERRES, ET DUDIT ACIDE.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Que l'Alun ſi connu ſoit un ſel moyen terreſtre, compoſé de l'acide du Vitriol, & d'une terre, c'eſt ce qu'aucune perſonne tant ſoit peu verſée dans la Chymie ne s'aviſera jamais de nier; puisque la précipitation de l'Alun par un Alcali fixe en fournit la preuve inconteſtable. Mais une choſe ſur laquelle on n'a pas encore pû être bien d'accord, c'eſt de déterminer de quelle eſpece étoit cette terre d'Alun, & d'où l'Acide de vitriol la tiroit pour l'employer à la génération de ce Sel.

II. Le célébre *Stahl* regardoit (*a*) la terre d'alun comme une eſpece de craye; & il prétendoit (*b*) que la craye mêlée avec l'acide vitriolique produiſoit une ſorte d'alun. Selon lui (*c*) on trouve dans l'Alun une terre fort tendre, & autant qu'on peut en juger, de la nature de la craye. Il allégue même (*d*) une Expérience curieuſe, concer-

(*a*) Voy. *Specim. Becher.* Part. II. *Experim.* 107. *pag.* 269.

(*b*) Dans ſon *Traité des Sels*, p. 121. (*c*) *Ibid.* p. 51. Conf. p. 120. (*d*) *Ibid.* p. 121.

cernant un tuyau d'argille, qui, après avoir été employé pour la diſtillation de l'Eſprit de vitriol, s'étoit détruit par l'air, & produiſit en le leſſivant un véritable Alun. Il revient encore à la craye (e), & aſſure qu'il nait un vrai Alun de la craye & de l'eſprit de vitriol. M. *Neumann*, Chymiſte qui n'a pas moins de réputation, a ſuivi la même opinion dans ſes Ecrits (f).

III. M. *Pott*, dans ſa *Lithogéognoſie* (g), dit qu'on a cru juſqu'à préſent, que la terre d'Alun étoit une terre calcaire, de craye, ou d'ardoiſe, diſſoute dans l'Acide du vitriol; mais qu'on n'a pû encore venir à bout de produire aucun alun par le moyen de de ces terres & de cet acide: en quoi il a parfaitement raiſon, puiſque toutes les terres de chaux, ou de craye, jointes à l'acide du vitriol, ne donnent point d'alun, mais qu'il en réſulte un Selenite. Le même Chymiſte rapporte (h) une Expérience importante, dans laquelle ayant fait une abſtraction de l'Huile de Vitriol ſur l'argille, enſuite filtré dans l'eau, & cryſtalliſé le réſidu, il avoit obtenu des cryſtaux, qui étoient un Alun formel, & qui avoient donné un précipité blanc avec une leſſive alcaline.

IV. Ces diverſes opinions des Auteurs ont excité en moi le deſir de faire auſſi quelques Expériences ſur le même ſujet, pour arriver à une entiere certitude à cet égard, en remarquant attentivement toutes les circonſtances dont mes opérations ſeroient accompagnées. Il me vint dans l'eſprit d'opérer d'abord la régénération de l'Alun de ſa propre terre, qui en auroit été auparavant ſéparée. Pour y réüſſir je pris quelques livres d'Alun, que je fis diſſoudre dans une quantité convenable d'eau nette diſtillée bouïllante, je filtrai la liqueur, & je précipitai cette ſolution d'alun claire, avec une leſſive alcaline; enfui-

(e) *Traité des Sels*, p. 305.

(f) Voy. Tom. I. 3e Part. p. 146. Conf. *Chym. Juncheri*, Part. II. p. 273. de l'Edition Latine.

(g) pag. 32. Voyez auſſi p. 9. de la première Continuation du même Traité.

(h) *Ibid.* p. 31.

ſuite j'édulcorai le précipité le mieux qu'il fut poſſible par le moyen de de l'eau chaude, & le fis ſécher. Mais comme ce n'eſt pas là l'unique moyen de ſéparer la terre d'Alun, j'en fis auſſi fortement calciner une partie, j'édulcorai bien cette calcination avec de l'eau, & la fis pareillement ſécher.

V. Je pris de la terre ſusdite d'Alun, fort legère & meuble, que j'avois obtenuë par la précipitation, j'en fis diſſoudre une once dans quatre onces d'acide de Vitriol délayé, (qui avoit été préparé d'une partie d'acide de Vitriol concentré, autrement dit huile de Vitriol, & de trois parties d'eau qu'on y avoit mêlées, mêlange auquel dans le reſte de ce Mémoire je donnerai le nom d'Eſprit de Vitriol;) je jettai à diverſes repriſes de ma terre d'Alun dans cet Eſprit. Au commencement il n'y avoit qu'une legère efferveſcence de la terre d'Alun avec l'acide, & à peine étoit elle ſenſible; mais plus l'acide devint voiſin de la ſaturation, & plus l'efferveſcence devint forte avec une chaleur conſidérable. Cependant l'acide n'étoit pas encore entierement ſaoulé, & je pus y jetter encore près d'une dragme & demie de terre d'Alun avant qu'il le fut. Là deſſus j'y verſai encore un peu d'eau diſtillée, pour le délayer; après quoi je filtrai ce mêlange, je le fis évaporer, & je cherchai à en procurer la cryſtalliſation, qui réüſſit. Mais elle ne me donna point des cryſtaux, durs, fermes, & reſſemblans à l'Alun ordinaire; ils étoient au contraire petits, mous, d'une apparence toute autre que l'Alun, & ils ne voulurent point ſe deſſécher exactement. Cela me fit réſoudre à laiſſer ce mêlange, pour paſſer à une autre tentative.

VI. Je pris une quantité de cette terre d'Alun, je la fis calciner dans un creuſet couvert, juſqu'au point de devenir d'une couleur ardente obſcure. J'en peſai enſuite une once, & je la mêlai auſſi-tôt avec la quantité ſusdite d'eſprit de Vitriol. Il faut remarquer ici que cette terre calcinée n'entroit plus en efferveſcence avec l'acide vitriolique. Je mis enſuite mon mêlange dans du ſable chaud, & le fis digérer juſqu'à la coction; mais il s'en falut bien que je trouvaſſe ma terre entièrement

diſſoute. Je jettai encore un peu d'eau deſſus, je filtrai le mélange, je fis évaporer la filtration, & je tâchai de la faire cryſtalliſer. Mais l'evénement fut le même que celui de l'opération précédente, j'eus préciſément des Cryſtaux pareils, mous, & qui n'avoient pas la moindre reſſemblanee avec l'Alun. Je repris alors le travail avec l'acide vitriolique concentré, autrement dit huile de Vitriol, en procédant comme auparavant, hormis qu'au lieu de quatre onces d'huile de Vitriol je n'en pris qu'une, pour la mêler avec une once de terre d'Alun. Mais la production des cryſtaux n'eut pas un meilleur ſuccés cette fois-ci que les précedentes. Il en fut de même avec la terre que j'avois tirée de l'Alun calciné, & ſur laquelle je procédai de la même maniere; il ne s'en forma que de petits cryſtaux mous. Je ne ſçaurois pourtant paſſer ici ſous ſilence, qu'après une forte calcination de cette terre d'Alun, qui avoit été précipitée de l'Alun par une leſſive alcaline, j'en tirai enſuite, en la traitant avec l'Eſprit de Vitriol ſans addition, quelque choſe qui avoit du rapport avec de l'Alun conſiſtant. Je mis alors toutes les cryſtalliſations de côté pour quelque temps, & je m'attachai à la terre argilleuſe.

VII. Entre les différentes ſortes de terres argilleuſes, que je conſerve pour diverſes autres opérations, & qui ſont le plus ſoigneuſement épureés, je choiſis celles qui me parurent les plus convenables pour le travail que j'entreprenois; ſçavoir premièrement une belle argille de *Buntzlau* en Sileſie; enſuite une argille blanche de *Ziegefar;* & quelques unes de celles qu'on trouve dans le territoire d'*Halberſtadt*, à *Hottensleben*, *Hornhauſen*, & *Sommersdorf;* enfin une couple d'autres, dont l'une étoit de *Spietkowitz* en Pologne, & l'autre de *Goltze* dans le Brandebourg. Toutes ces terres ſe trouverent propres pour mon deſſein. Je réduiſis d'abord en poudre deux onces de chaque ſorte à part dans une retorte de verre proportionnée, & je verſai deſſus trois onces de bonne huile de Vitriol. Ayant appliqué le récipient, je mis le vaiſſeau dans une coupelle de ſable, & fis diſtiller par dégrés toute l'humidité juſqu'à l'exſiccation, en ſorte que vers la fin

le

le vaiſſeau étoit preſque ardent. Après que les vaiſſeaux furent réfroidis, je réduiſis en poudre très fine ce qui étoit reſté dans la retorte, je verſai deſſus de l'eau chaude diſtillée, j'en procurai la digeſtion, & en fis une filtration claire. Je verſai de nouveau ſur ce qui reſtoit de l'eau fraîche, & répétai les opérations précédentes. A' la fin je fis évaporer la ſolution claire qui avoit paſſé par le filtre, & je cherchai à en effectuer la cryſtalliſation. Mais il arriva encore ici la même choſe qu'auparavant avec la terre d'Alun, c'eſt à dire que j'eus des cryſtaux, mais qui n'avoient, ni la figure, ni la conſiſtance, ni la ſéchereſſe néccſſaire pour reſſembler à de l'Alun. Je les gardai auſſi pour être employés à un travail ultérieur; & comme j'attribuai la cauſe du défaut de ſuccès des Expériences précédentes à quelque graiſſe, qui demeuroit encore attachée à l'argille, je mis en œuvre celle qui avoit été calcinée.

VIII. Je pulvériſai d'une des ſortes d'argilles épurées dont j'ai fait mention, dans un mortier de verre bien net, & j'en pris de crüe, parce que celle qui eſt cuite, ſe brûle trop au feu, & devient ſi dure qu'il eſt enſuite difficile de la pulvériſer; je remplis de cette argille pulvériſée un creuſet de Heſſe, que je couvris legèrement d'un autre, pour empêcher qu'il n'y tombât des charbons, je le mis devant le ſoufflet entre des charbons ardens, & je donnai un feu véhément pendant l'eſpace d'un quart d'heure. Apres le réfroidiſſement des vaiſſeaux, je pulveriſai mon argille ainſi calcinée encore plus fine; j'en mêlai enſuite une once avec une once & demie d'huile de Vitriol dans une retorte, & je vis réſulter de ce mêlange préciſément les mêmes effets qui ont été indiqués dans le §. précédent. Je ne parvins point encore par cette voye à des cryſtaux ſolides; ceux que ce travail me procura par le moyen de l'acide de Vitriol délayé, reſſemblerent à tous égards aux cryſtaux des autres opérations. Cependant je dois remarquer ici, que lorsque l'argille a été calcinée avec beaucoup de force, & plus longtems que ci-deſſus, elle donne avec l'acide de Vitriol des cryſtaux affectifs, qui ne reſſemblent pas mal à l'Alun; mais

ils ne ſont pourtant pas auſſi beaux qu'ils le deviennent par l'addition d'une leſſive alcaline, ſuivant le procédé dont je vais rendre compte.

IX. J'avois fort bien remarqué qu'il manquoit encore quelque choſe pour l'entiere perfection d'un Alun ordinaire. Je recourus donc aux moyens accoutumés, & d'un uſage indiſpenſable dans les préparations ordinaires d'Alun ; c'eſt d'employer des additions, qui conſiſtoient auparavant dans de l'urine en putréfaction, à laquelle on a ſubſtitué aujourdhui une leſſive d'alcali fixe, qu'on pourroit auſſi changer, comme l'Expérience m'en a inſtruit, en une ſolution de quelque alcali volatil, ou dans ce qu'on appelle un Eſprit urineux. Je fis donc fondre mes Cryſtaux imparfaits d'alun, dont j'ai parlé dans les §§. VI. VII. & VIII. & cela chaque ſorte ſéparément, & dans des verres à part, avec une quantité convenable d'eau nette bien chaude ; & enſuite je verſai auſſi à part ſur chaque ſolution, d'une leſſive d'alcali fixe, peu à peu, & auſſi longtems jusqu'à ce que je remarquai, qu'il ſe précipitoit au fonds quelques corps cryſtallins d'une certaine peſanteur, ſur quoi je continuai à verſer de la leſſive alcaline goutte à goutte, jusqu'à ce qu'il ſe manifeſtât quelque choſe de plus leger, comme un précipité en poudre, qui pourtant rentra d'abord en ſolution. Alors il faut s'arrêter, & ceſſer de verſer de la liqueur alcaline, ſans quoi on ne parviendroit pas à la génération de l'Alun. Je laiſſai repoſer ce mêlange pendant une nuit, après laquelle je trouvai au fonds une menuë poſſière cryſtalline, dont je fis écouler la liqueur claire qui étoit au deſſus ; je fis enſuite fondre la pouſſiere ſusdite dans une quantité d'eau bouïllante, j'en fis la filtration, & je la mis à cryſtalliſer : ce qui me réüſſit parfaitement, ayant trouvé dans tous mes verres un Alun tout à fait beau, net, en forme cryſtalline, véritable, & ayant toutes les propriétés de l'Alun naturel. Cela fait bien voir la néceſſité de l'addition d'un alcali dans ce travail. Car bien que, comme il a été dit ci-deſſus, on puiſſe obtenir des cryſtaux d'une certaine ſolidité, ou d'une certaine grandeur, en ſe ſervant d'une argille qui ait été fortement calcinée, ou en faiſant l'abſtraction de l'acide du Vitriol

Vitriol par des opérations d'un feu véhément ; ces cryſtaux, qui moyennant de ſemblables circonſtances peuvent avoir les propriétés ſusdites, n'arrivent pourtant jamais à une reſſemblance extérieure parfaite avec le véritable Alun. Je ne voudrois pourtant nier que la choſe fut abſolument impoſſible, à la faveur de quelques circonſtances ultérieures.

X. J'avois obſervé dans toutes les Expériences faites ſur l'argille, qu'une bonne partie de cette terre demeuroit non diſſoute, (& c'eſt une obſervation qui a auſſi été faite par Mr. *Pott.*) Je voulus ſavoir, combien d'argille avoit été détruite par l'acide du Vitriol, & y étoit entrée en ſolution. Je pris donc une once d'argille blanche épurée, que je mêlai avec une once & demie d'huile de Vitriol, j'en fis l'abſtraction dans une retorte de la maniere ſusdite, je pulvériſai ce qui étoit reſté dans la retorte, je paſſai à l'extraction par le moyen d'une grande quantité d'eau, j'édulcorai le mieux qu'il me fut poſſible ce qui étoit reſté dans le filtre, & l'ayant fait ſécher, j'y trouvai le poids de cinq dragmes & deux ſcrupules. Ainſi il s'etoit perdu dans ce travail deux dragmes & un ſcrupule d'argille, qui avoient par conſéquent paſſé dans l'huile de Vitriol, avec laquelle elles s'étoient changées en Alun. Sur ce qui étoit reſté d'argille deſſéchée je verſai encore une fois la quantité ſusdite d'huile de Vitriol, & je réïterai le même procédé. Mais je ne pus point remarquer que l'acide vitriolique eut attaqué davantage d'argille, puisque la liqueur que j'en fis écouler, & qui fut enſuite filtrée, n'éprouva aucune précipitation avec la ſolution d'un alcali fixe ; & que d'un autre côté le reſte de l'argille bien édulcoré n'avoit ſouffert dans ſon poids que le déchet de quelques grains, qui ne ſçauroient être mis en ligne de compte, parce que dans le travail ils peuvent aiſément ſe fondre.

XI. Il paroit donc être certain, d'une maniere à n'en pouvoir plus douter, que l'argille contient ſeulement en ſoi l'eſpece de terre, qui eſt néceſſaire pour la génération de l'Alun, & qu'ainſi toute ſa ſubſtance ne ſçauroit paſſer dans l'acide du Vitriol. Cette terre que l'aci-

de en queſtion tire de l'argille, n'eſt point non plus une terre crétacée, ou calcaire, comme j'en fournirai des preuves dans le détail des Expériences ſéparées ſur la terre d'Alun, dont je ſuis préſentement occupé.

XII. Il s'agiroit à préſent de répondre à la queſtion ; Pourquoi l'addition d'un ſel alcali fixe eſt ſi néceſſaire pour l'entiere perfection de l'Alun ? & quel eſt l'effet que l'alcali produit dans cette occaſion ? Car il n'eſt pas croyable que l'alcali entre auſſi dans le mêlange de l'Alun, ſurtout, lorsqu'on le diſſout encore une fois dans l'eau, & qu'on le met une ſeconde fois en cryſtalliſation. Je ſuis dans l'idée que cet alcali ſert en partie à détruire une certaine quantité d'une graiſſe tendre, qui tient encore à cette leſſive d'Alun, en partie, & principalement, à ſaouler l'acide qui exiſte en trop grande quantité dans la leſſive en queſtion ; en ſorte que cet Alun, comme un véritable ſel moyen, n'a, ni trop, ni trop peu, d'acide, ce qui le rend plus propre à ſe coaguler aiſément, & à former des cryſtaux. C'eſt ce qu'on obſerve d'une façon particuliere à l'égard du Mercure ſublimé corroſif, qui eſt un ſel moyen métallique, & dans lequel il peut encore entrer une grande quantité de Mercure, avant qu'il ſoit pleinement ſaoulé.

XIII. Je jugeai encore à propos de faire quelques eſſais ſur diverſes autres ſortes de terres, pour voir ſi, avec le ſecours d'un acide vitriolique, j'en pourrois auſſi tirer de l'Alun. Je fis d'abord choix pour cet effet de deux eſpeces d'ardoiſes. La premiere eſt celle dont on ſe ſert ordinairement pour couvrir les toits. J'en pulvériſai bien une once, que je mêlai avec trois onces d'eſprit de Vitriol ; je fis digérer ce mêlange, & ſuivis le fil des opérations indiquées dans les §§. V. VI. & VII. & j'obtins les mêmes cryſtaux, qui ſont propres à produire un bon Alun par l'addition d'une leſſive alcaline. Je tirai encore un ſemblable Alun de la même maniere, d'une autre ſorte d'ardoiſe, qui ſe trouve parmi les charbons de terre près d'*Ihlefeld*, & ſur laquelle on voit l'empreinte végétale de la fleur nommée *Aſter præcox Pyrenaicus*, dont Mr. *Lehmann* a entretenu l'Académie dans un Mémoire intéreſſant qu'il a lû depuis peu. Seulement il faut remarquer

que

que ces deux eſpeces d'Alun ont auſſi quelque choſe de ferrugineux, à cauſe des parties martiales que contiennent ordinairement les ardoiſes. C'eſt encore de la même maniere que j'ai tiré d'une terre brune de Siléſie, qui a cette proprieté ſinguliere qu'en la jettant dans l'eau elle y éclate avec bruit, & à laquelle on donne communément le nom de Terre de *Striegau*, j'en ai, dis-je, tiré pareillement un véritable Alun.

XIV. J'eſſayai encore de la maniere ſusdite, de tirer de l'Alun, par l'acide de Vitriol tant concentré que délayé, d'un Bolus blanc, auſſi bien que de la craye d'Eſpagne. Mais mes tentatives n'on point eu de ſuccès, l'acide que j'avois employé n'ayant précipité, après la filtration, rien de remarquable de l'une ni de l'autre, en y verſant une leſſive alcaline, de ſorte qu'il n'y a aucune preuve qu'il ait diſſous quoi que ce ſoit des Terres en queſtion.

XV. Enfin j'ai fait encore quelques eſſais plus conformes à la nature pour parvenir à l'*Aluminification*; mais la briéveté du tems ne m'a pas permis jusqu'ici de les conduire à leur entiere perfection. Il s'agit des opérations ſuivantes. Ayant remarqué qu'il ſe trouvoit ſouvent dans les couches d'argille, des marcaſſites, ou pyrites, en abondance, & de toutes ſortes de figures, en particulier de ceux qui ſe diſſolvent aiſément à l'air, & donnent enſuite du Vitriol, auſſi bien que de l'Alun, après qu'on les a leſſivés, & traités d'une maniere convenable; je fis le mêlange d'une quantité de pyrite réduit en pouſſière avec partie égale d'argille, j'humectai la maſſe avec de l'eau, j'en fis ſécher une partie, & la calcinai foiblement, ne laiſſant parvenir ce mixte qu'à un degré modéré d'ardeur. Je pulvériſai de nouveau la matiere calcinée, je la leſſivai; & je fis l'eſſai, avec une leſſive alcaline; mais je ne trouvai aucun précipité remarquable: c'eſt pourquoi je remis l'autre moitié à l'air par la laiſſer végéter, (*auswittern*,) car il faut que j'attende ce qu'elle deviendra.

XVI. J'ai auſſi mêlé de l'argille, tant calcinée que non calcinée, avec parties égales de ſouffre pulvériſé, & j'ai procédé de la même manie-

maniere. Mais je n'ai pas pû remarquer davantage, que l'acide du ſouffre ait attaqué l'argille. J'ai encore fait un mêlange de limaille de fer, d'argille ; & de ſouffre pulvériſé, parties égales, je l'ai humecté d'eau, & l'ai ſoumis à l'opération rapportée au §. VIII. Mais jusqu'à préſent cela ne m'a rien du tout produit, & je ſuis obligé d'attendre l'iſſuë de l'efflorescence. J'ai pareillement pris parties égales de vitriol, de cuivre, & d'argille, je les ai mêlées, les ai pouſſées jusqu'à l'ardeur, enſuite leſſivées, & enfin j'ai tenté la production de l'Alun par cette voye, auſſi bien que par celle du Spath fuſible, & de l'argille, ou du ſel admirable & de l'argille, toujours traités pareillement ; mais tout cela ne m'a jamais donné d'Alun. J'ai encore fait des mêlanges des Corps ſusdits, que j'ai cuits avec de l'eau, filtrés, & diſpoſés de même à la génération de l'Alun, pour voir ſi l'acide vitriolique qui exiſte en eux, attaqueroit la terre d'Alun dans l'argille ; mais mes peines ont été perduës. J'eſpère pourtant d'être en état d'en dire davantage ſur le même ſujet dans quelque autre occaſion.

EXPÉRIENCES
FAITES SUR LA TERRE D'ALUN,
PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

On a vû dans le Mémoire précedent, que la terre d'Alun eſt une terre particuliere, ſéparée de la terre argilleuſe par l'acide du Vitriol; & j'en ai fourni des preuves convainquantes dans les §§. VII. VIII. IX. & XII. de ce Mémoire. Mais comme j'y ai en même tems promis, §. X. un examen à part de la terre d'Alun, je vais à préſent dégager ma parole, & rapporter ici les Expériences que j'ai faites ſur la terre ſusdite.

II. Avant que d'entrer dans le détail de ces Expériences, je crois devoir rappeller ce que j'ai déjà dit au §. IV. du prémier Mémoire, où j'ai indiqué deux manieres différentes de ſéparer la terre de l'Alun, afin de remarquer que toutes les Expériences qui vont faire le ſujet du préſent Mémoire, ont été faites uniquement & abſolument ſur la ſorte de terre d'Alun, qui eſt produite par voye de précipitation au moyen d'un Alcali fixe, & dont j'ai enſeigné la préparation dans l'endroit cité. Mais j'ajoute, qu'il faut être ſoigneux d'y obſerver cette précaution néceſſaire, c'eſt d'édulcorer bien exactement & longtems cette terre précipitée de l'Alun par un ſel alcali fixe, avec une grande quantité d'eau chaude diſtillée, & de la faire enſuite parfaitement ſécher. Ainſi, quoiqu'il y ait encore pluſieurs méthodes de ſéparer la terre de l'Alun, outre celle que j'ai rapportée dans cet endroit, j'ai néanmoins choiſi & conſtamment mis en œuvre celle qui eſt produi-

te de la maniere ſusdite par la précipitation duë à un alcali fixe, l'ayant trouvée une des plus convenables à mes Expériences.

III. Je viens à préſent, ſans m'arrêter davantage, au fonds même de mon ſujet, & je déclare poſitivement, que la terre d'Alun eſt à la vérité une terre ſoluble dans les acides, & par conſéquent qu'elle eſt doüée de quelques unes des propriétés des terres, qu'on nomme alcalines & calcaires, mais que malgré cela elle n'eſt point réellement une terre calcaire; ce que prouveront ſuffiſamment les Expériences ſuivantes que j'ai faites ſur la terre d'Alun. Notre terre eſt une terre alcaline, parce qu'elle ſe diſſout aiſément dans les acides, & particulièrement dans ceux qu'on nomme minéraux. J'ai déjà rapporté ſa ſolution dans l'acide minéral le plus fort, ſçavoir l'acide vitrioli que, aux §§. I. V. & VI. du Mémoire précédent, & j'ai montré comment de ſon mêlange avec cet acide il réſulte toujours un Alun. J'ai auſſi eu occaſion de faire voir ailleurs (a), d'une maniere étenduë & diſtincte, que le mêlange de la terre calcaire avec le même acide vitriolique, ne manquoit jamais de produire un Selenite, qui, ſuivant l'opinion de divers Auteurs, doit être compté parmi les eſpeces de pierres, ou de terres gypſeuſes, mais qui eſt réellement un ſel moyen terreſtre, à la vérité d'un genre particulier. Cependant ce ſel différe de l'Alun, tant en ce qu'il eſt peu ſoluble dans l'eau, que par d'autres propriétés, ſur leſquelles ce n'eſt pas ici le lieu d'inſiſter, mais dont je trouverai peut-être une autre occaſion de parler plus au long.

IV. Je paſſe donc aux diverſes rélations de la terre précipitée de l'Alun par un alcali fixe, (§. II.) & premiérement à celles qu'elle a avec l'acide nitreux. Voici ce que j'ai remarqué là deſſus. Deux onces d'un acide nitreux net, & paſſablement fort, diſſolvent commodément, & dans les commencemens ſans efferveſcence, une demi-once de la terre ſusdite d'Alun, auparavant pulvériſée, & qu'on jette peu à peu dans l'eſprit de nitre, en ſe ſervant d'un verre net & proportionné. A la fin cette terre entre dans une efferveſcence aſſez forte,

(a) *Mém. de l'Acad.* T. VI. p. 156. & 158.

forte, tout comme elle le fait avec l'acide de Vitriol. Ayant enſuite jetté encore une dragme de ma terre d'Alun dans ce mêlange, il y en eut auſſi quelque choſe qui fut diſſous avec une ſorte d'effervescence, mais pas tout. J'obtins donc par ce moyen une ſolution parfaitement ſaoulée de terre d'Alun dans l'acide du nitre. Je cherchai après cela à filtrer cette ſolution; mais ſa conſiſtance trop épaiſſe ne lui permit pas de paſſer par le filtre. Je fus donc obligé de la délayer avec de l'eau diſtillée; après quoi elle paſſa à travers le papier brouïllard, & je procurai de la ſorte une ſolution claire, qui avoit toutes les apparences d'une ſolution de craye, ou de terre calcaire, faite dans l'acide du nitre, mais dont les propriétés étoient toutes différentes. Je voulois cryſtalliſer ma ſolution par l'évaporation, & en la mettant au froid; mais elle avoit de la peine à ſe former en cryſtaux. Elle prit pourtant à la chaleur d'un air doux la forme de longs cryſtaux rayés, mais qui ſe fondirent d'abord à un air plus frais. Je fis doucement évaporer la ſolution pour la deſſécher, & je mis le ſel qui en provint dans un lieu humide, où il ſe fondit en liqueur, comme cela arrive aux terres calcaires, lorſqu'elles ont été diſſoutes dans un acide nitreux, & enſuite deſſéchées. Ce fut alors que je remarquai les propriétés ſuivantes dans cette ſolution.

V. Ma ſolution de terre d'Alun dans l'acide du nitre filtrée, évaporée, & fonduë, ne fut point précipitée en Selenite par l'affuſion d'un acide vitriolique, tant délayé que concentré: ce qui arrive pourtant toutes les fois qu'on ajoute un ſemblable acide à une ſolution de terre calcaire faite dans l'acide du nitre; mais le précipité qui en fut produit, rentra très aiſément en ſolution dans l'eau chaude, & donna enſuite un Alun réel par l'addition d'un alcali fixe diſſous dans l'eau, dont on a fait mention §. IX. du Mémoire précédent. De plus une portion de cette ſolution de terre d'Alun dans l'acide du nitre ſéchée, & enſuite fonduë à l'air, ayant été miſe dans une retorte de verre, & après que le récipient y eut été adapté, diſtillée dans une coupelle de ſable par degrés, & en donnant à la fin un feu ardent, il

en eſt réſulté les circonſtances ſuivantes. Après que l'humidité aqueuſe eut débordé, l'acide du nitre ſe détacha, & laiſſa la terre d'Alun au fonds, qui fut enſuite expoſée à un feu encore plus fort ſur une coupelle d'agille, ſous la mouffle, dans le fourneau d'épreuve; ſans donner pourtant en aucune maniere le Phoſphore qu'on nomme de *Balduin*, comme ont coûtume de faire les terres calcaires, & les crayes, avec cet acide du nitre. La terre d'Alun demeura ſimplement dégagée de ſon acide, en forme d'Alun brûlé.

VI. Je procédai de la maniere que je viens d'expoſer §. IV. & VI. en joignant à la terre d'Alun un très bon acide de ſel commun. Deux onces de cet acide, qui n'étoit pas des plus concentrés, mais qui avoit pourtant une force aſſez conſidérable, ayant été mêlées avec un peu d'eau, en y ajoûtant de l'eſprit de ſel pouſſé par l'huile de Vitriol, procura préciſément la ſolution de la même quantité de terre d'Alun, qui avoit été effectuée par l'acide nitreux ſus-mentionné, & à peu près avec les mêmes circonſtances qui ont été rapportées. Je délayai ce mêlange avec de l'eau, je le filtrai, & le fis évaporer, après quoi je travaillai à ſa cryſtalliſation. Il y témoignoit peu de diſpoſition; cependant à une chaleur douce il ſe mit à la fin en cryſtaux, mais qui ſe fondirent de nouveau à l'air. Quand on fait évaporer cette ſolution pour la deſſécher, elle ſe fond pareillement à l'air, ce que fait à la vérité auſſi la ſolution deſſéchée d'une Terre calcaire dans l'acide du ſel, comme on peut le voit dans le ſel ammoniac fixe. Il y a néanmoins cette différence, c'eſt que la ſusdite ſolution de terre d'Alun par l'addition d'un acide vitriolique ſe précipite bien, comme la ſolution précédente faite avec l'acide du nitre, mais qu'il ne s'en forme point de Selenite; car le précipité qui en eſt tombé, ſe diſſout bientôt de nouveau dans l'eau chaude, & enſuite on peut le rétablir en un véritable Alun, ſurtout par l'addition convenable d'un alcali fixe. J'ai auſſi mis une portion de cette ſolution de la terre d'Alun dans l'acide du ſel dans une retorte de verre; &, après y avoir adapté le récipient, je l'ai miſe à diſtiller par degrés juſqu'au feu le plus ardent: & il s'eſt ma-

manifeſté précifément les mêmes circonſtances qui ont été rapportées au §. V. de la ſolution de cette terre d'Alun dans l'acide du nitre, ſçavoir, qu'elle ſe détacha de ſon acide du ſel; ce qui étoit reſté dans la retorte, ne ſe fondit point à un feu plus véhément, comme cela arrive à un ſel ammoniac fixe, mais la terre d'Alun demeura, après avoir perdu l'acide du ſel par la force du feu, & elle étoit pure, comme ce qu'on appelle de l'Alun brûlé: ce qui n'auroit pas lieu, ſi cette terre d'Alun étoit une terre calcaire, celle-ci, lorſquelle a été combinée avec l'acide du ſel commun, ne s'en laiſſant plus ſéparer, même par le plus violent degré de feu.

VII. Voici les rélations de la terre d'Alun avec les acides végétables. Un vinaigre diſtillé très fort, & concentré par le froid, diſſout pareillement notre terre d'Alun, calcinée, ou non calcinée, ſans effervescence. Et après que cette ſolution a été parfaitement ſaoulée avec la terre d'Alun, filtrée, évaporée, & diſpoſée à la cryſtalliſation, elle ne forme pourtant point de cryſtaux, comme ne manque jamais de le faire au contraire une ſolution de Terre calcaire avec l'acide diſtillé. Après avoir fait doucement ſécher tout à fait cette ſolution, j'en ai tiré un ſel blanchâtre, mais qui n'avoit rien de cryſtallin, lequel, par la diſtillation dans une retorte de verre, à laquelle le récipient étoit adapté, laiſſa aller l'acide du vinaigre, comme un vinaigre concentré, qui avoit à la vérité quelque odeur empyreumatique, (& cela ne ſçauroit être autrement,) mais qui entroit dans une fermentation bruyante avec un ſel alcali, tant fixe que volatil. La terre d'Alun demeura dans la retorte; & d'abord, à cauſe du phlogiſton du vinaigre, elle étoit d'un brun tirant ſur le jaune, mais, en continuant à la calciner à un feu découvert, elle parvint à une aſſez grande blancheur.

VIII. L'acide du Tartre, ou ce que l'on nomme les Cryſtaux de Tartre, diſſolvent pareillement notre terre d'Alun. Mais comme ces cryſtaux de Tartre, ainſi qu'il eſt connu, ont beaucoup de peine à ſe diſſoudre dans l'eau, j'en ai pulvériſé doucement une

quantité, que j'ai fait fondre dans autant d'eau diſtillée qu'il en faloit pour cette ſolution. J'y ai enſuite mis à diverſes repriſes de ma terre d'Alun réduite en poudre, jusqu'à une ſaturation ſi parfaite, qu'une portion conſidérable de cette terre d'Alun ne fut point diſſoute. Or, ce qu'il y a de remarquable ici, c'eſt que cette ſolution & ſaturation de la terre d'Alun avec la ſolution des cryſtaux de Tartre, ſe fait pareillement ſans aucune effervescence ſenſible. Après cela j'ai délayé ce mêlange avec beaucoup d'eau chaude diſtillée, je l'ai fait filtrer, évaporer d'une maniere convenable, & diſpoſé enſuite à la cryſtalliſation ; mais de cette maniere je n'ai pû en tirer aucuns cryſtaux : au contraire, après que le deſſéchement eut été tout à fait achevé de la façon la plus douce, cela donna contre toute attente une maſſe claire, qui reſſembloit à de la gomme d'Arabie. C'eſt là certainement une choſe digne d'être obſervée ; car cela n'arrive autrement point avec une Terre crétacée, ou calcaire, qui, avec cet acide de Tartre, devient un ſel moyen cryſtallin ordinaire.

IX J'ai auſſi fait des eſſais avec le ſel d'oſeille, en ayant fait diſſoudre dans l'eau, l'ayant ſaoulé avec ma terre d'Alun, & ayant continué à procéder de la maniere que j'ai indiquée. J'obtins par cette voye un produit à peu près ſemblable au précédent, c'eſt à dire, à une gomme, ſeulement avec cette différence, qu'après avoir été deſſéché, il devenoit humide de nouveau, & avoit auſſi plus de ſaveur, & cette ſaveur étoit d'un douceâtre aſtringent. Il en eſt de même du jus de Citron employé avec notre terre d'Alun. En ſuivant les mêmes opérations, il en réſulta un produit à peu près ſemblable aux précédens, mais qui paroiſſoit un peu plus diſpoſé à donner des cryſtaux ſecs. Néanmoins la plus grande partie de ce produit eſt une matiere pareillement reſſemblante à de la gomme, excepté que le jus de Citron en rend la couleur un peu plus brune, & qu'il devient plus ſec que celui qui eſt fait avec le ſel d'oſeille.

X. L'acide des Fourmis diſſout pareillement de la maniere ſusdite notre terre d'Alun. Mais je ne tirai non plus de ce mêlange aucun

cun ſel moyen cryſtallin, (quoique cet acide en produiſe toujours avec la terre calcaire ;) au contraire après le deſſéchement il demeura une ſubſtance ſaline, qui attiroit encore un peu l'humidité de l'air. De même auſſi, le ſel d'Ambre, après avoir été diſſous dans l'eau, puis mêlé avec la terre d'Alun, & traité de la maniere ſusdite, procura la ſolution de quelque quantité de la terre d'Alun, mais pas conſidérable, comme le fit manifeſtement voir la précipitation de ce ſel avec l'huile de Tartre par défaillance. Ayant traité dans le même tems la craye, comme une terre calcaire, avec le même acide, j'obſervai que non ſeulement cet acide l'attaquoit mieux, & avec plus de force, mais encore qu'elle formoit avec lui un ſel moyen, & cela en forme de cryſtaux allongés, qui étoient d'une toute autre ſorte que ceux que la terre d'Alun forme avec cet acide, & qui, rélativement à ceux qui ſont produits par le ſel d'Ambre avec la terre d'Alun, avoient encore beaucoup d'acidité, & ſe volatiliſoient par la force du feu. Ces cryſtaux, préparés avec la terre calcaire, laiſſerent après la calcination une quantité conſidérable de terre blanche.

XI. Il s'agiſſoit à préſent de travailler encore notre terre d'Alun avec d'autres ſels, & de faire attention aux divers changemens qui en réſulteroient. Le premier que je mis en œuvre, ce fut le Salmiac. J'en mêlai une partie pulvériſée avec deux parties de notre terre d'Alun, j'en remplis une retorte de verre, j'y appliquai un récipient, je lutai bien le tout, & le fis diſtiller par degrés, en donnant à la fin un feu des plus ardens, dans l'eſpérance d'en tirer quelque eſprit urineux. Mais, après le réfroidiſſement des vaiſſeaux, je trouvai dans ma retorte, à la place de l'eſprit urineux auquel je m'étois attendu, un acide manifeſte, ſçavoir, l'acide du ſel ſéparé du Salmiac cru. Je leſſivai ce qui étoit reſté dans la retorte, je le filtrai, & je voulus le précipiter avec une ſolution de ſel alcali fixe ; mais je ne pus effectuer aucune précipitation, ma liqueur étant demeurée nette & claire ; preuve, que l'acide du Salmiac n'avoit rien diſſous de la terre d'Alun, & par conſéquent qu'il ne s'étoit point détaché d'eſprit urineux. Il me vint alors

alors dans l'eſprit, qu'il vaudroit peut-être mieux commencer par calciner la terre d'Alun ; c'eſt pourquoi je réïtérai tous les procédés ſusmentionnés, en me ſervant de la terre d'Alun. Mais cela me donna la même choſe, c'eſt à dire, un eſprit de ſel dans le récipient, un peu de ſalmiac dans le col de la retorte ; & quant au reſte, je n'en pûs rien leſſiver, qui voulut ſe précipiter avec la ſolution de ſel alcali fixe. Cela mérite de nouveau d'être bien remarqué, puiſqu'on y trouve une preuve manifeſte, que la terre d'Alun, n'eſt point proprement une terre calcaire.

XII. Je mêlai encore une partie de notre terre d'Alun avec autant de ſalpêtre purifié, & pulvériſé, & je travaillai ce mêlange dans une retorte de verre, préciſément de la maniere que j'avois employée avec le ſalmiac. J'obtins par cette voye un eſprit de ſalpêtre ordinaire, qui, comme cela arrive toujours, s'eleva en vapeurs rouges, & ſe montra ſemblable à tous égards à un véritable & pur acide de nitre. Je procédai de même avec parties égales de terre d'Alun & de ſel commun, & j'obtins par ce moyen un vrai acide de ſel, qui précipita l'argent & le plomb de leur ſolution faite avec l'acide du nitre, en Lune cornuë & en Saturne cornu, qui, avec la ſolution de ſel alcali fixe, devint un ſel commun regénéré, & dans lequel ſe trouvoient toutes les autres propriétés d'un acide de ſel. Je tirai de la retorte ce qui y étoit reſté de l'une & de l'autre de ces préparations, & ayant mis ſéparément chacun de ces réſidus dans l'eau chaude, je les filtrai, les fis évaporer, & les diſpoſai à la cryſtalliſation ; après quoi je tirai du mêlange de nitre avec la terre d'Alun encore une bonne quantité de ſalpêtre net, & du mêlange de ſel commun avec la terre d'Alun une bonne portion de ſel commun.

XIII. J'ai employé de plus deux parties de ſel alcali fixe, tout à fait dépuré, avec une partie de terre d'Alun, & après les avoir bien mêlé enſemble, je les ai forcé dans un creuſet couvert par un feu de fuſion, ſans que ces matieres ayent pourtant voulu ſe fondre parfaitement

ment enſemble ; mais elles demeurent encore aſſez tendres. Je les pulvériſai, & je m'imaginois que le ſel alcali auroit été rendu fort cauſtique par ce moyen, mais je trouvai que cela n'étoit point arrivé. Cependant l'alcali avoit diſſous une bonne quantité de la terre d'Alun ; ce que ſe montra manifeſtement, lorsque je leſſivai ce mêlange avec de l'eau, le filtrai, & le ſaoulai de l'acide du ſalpètre ; car cela me donna quantité d'un précipité blanc, qui ne laiſſoit aucun ſujet de doutes, que l'alcali n'eut diſſous quelque choſe de la terre d'Alun.

XIV. Je calcinai de plus une portion de notre terre d'Alun dans un creuſet couvert avec un feu très fort, & je verſai enſuite là-deſſus de l'eau nette diſtillée ; mais je ne découvris aucune trace d'incaleſcence, comme cela arrive néanmoins ordinairement aux terres calcaires & crétacées, lorsqu'elles ont été auparavant calcinées avec force. L'eau qui ſurnageoit ſur ces matieres, ne précipita point les ſolutions d'argent, de plomb, & de Mercure ; nouvelle preuve que notre terre d'Alun n'eſt point une terre calcaire. Cette même terre mêlée avec du ſouffre pulvériſé, & après de l'eau verſée deſſus, miſe à une forte digeſtion, de maniere qu'à la fin elle cuiſoit, n'a point du tout diſſous le ſouffre, comme ont coutume de le faire les terres calcaires calcinées à un feu véhément, & à tout autre égard on n'y peut rien découvrir qui ait de l'affinité avec une terre calcaire. Car un ſemblable mêlange de chaux vive, de ſouffre, & d'eau, après qu'il a été cuit, filtré, & qu'on y a verſé un acide, donne toujours du ſouffre avec une odeur d'œufs pourris.

XV. Enfin, j'ai exactement mêlé une once de cette terre d'Alun, avec une demi-once de Cinnabre pulvériſé, & l'ayant mis dans une retorte de verre garnie, avec un récipient adapté, je l'ai forcée par degrés jusqu'à la plus forte incandeſcence, mais cela n'a point du tout revivifié le Mercure qui exiſte dans le Cinnabre, (ce qui arrive pourtant toujours avec une Terre calcaire, ou crétacée, tant cruë qu'auparavant calcinée.) Seulement il ſe détacha tant ſoit peu de

Mercure, ce qui eut lieu encore, en faiſant une nouvelle ſublimation du Cinnabre ſans addition. Ainſi par cet endroit-là cette terre ne ſçauroit non plus être miſe au nombre des terres calcaires. J'ai fait la même expérience avec la terre d'Alun calcinée ; & j'ai eu le même ſuccès. Les réſidus demeurés dans la retorte ne donnent pareillement, après leur mêlange avec un acide par la digeſtion & la filtration, en y mêlant un acide de Vinaigre, ou quelque autre que ce ſoit, ni une odeur d'œufs pourris, ni un ſouffre précipité ; ce qu'on obſerve ordinairement dans ce qui reſte après la ſublimation du Cinnabre avec la terre calcaire.

CONTI-

CONTINUATION
DES TRAVAUX SUR LA TERRE D'ALUN.

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

J'ai expoſé dans le Mémoire précédent les rapports de la terre d'Alun avec diverſes eſpeces de Sels ; je vais indiquer dans cette Continuation encore quelques eſſais que j'ai tentés ſur le reſte des Sels, auſſi bien que ceux dans lesquels j'ai eu en vuë d'examiner le mêlange & les rapports de cette terre avec d'autres terres & des chaux métalliques. Mais je crois devoir avertir avant toutes choſes, que toutes les terres que j'ai employées pour en faire le mêlange avec la terre d'Alun, avoient été exactement lavées ; que, lorsque je parle d'une addition de borax, j'entens toujours du borax calciné, & dégagé de ſon humidité ſuperfluë ; enfin que j'ai mis en œuvre dans ces Expériences une terre d'Alun qui avoit été doucement rougie au feu.

II. Mon premier eſſai a eu pour objet le Tartre vitriolé, comme étant un ſel moyen, compoſé de l'acide vitriolique, & d'un ſel alcali fixe végétable. Je mêlai donc bien ma terre d'Alun parfaitement édulcorée, & un peu calcinée, avec le tartre vitriolé dans un mortier de verre net ; je mis ce mêlange dans un creuſet à fondre de *Heſſe*, je le couvris avec un autre creuſet qui s'y ajuſtoit exactement, je lutai les jointures avec une bonne argille, je poſai le creuſet dans un fourneau de fuſion, où je puſſe donner le feu le plus fort qu'il ſoit poſſible d'employer, & je donnai en effet ce feu pendant le cours de pluſieurs heures. Après que le creuſet eut été réfroidi & briſé, je trouvai que

le mêlange n'étoit point du tout entré en fuſion, mais qu'il s'étoit réduit en une poudre blanche, que je leſſivai avec de l'eau nette diſtillée, paſſant enſuite à la filtration, l'évaporation & la cryſtalliſation, par laquelle je retrouvai mon tartre vitriolé, qui n'avoit ſouffert aucune altération. La terre d'Alun qui demeura de ce travail, paroiſſoit également n'avoir reçu aucune atteinte. Je procédai de la même maniere avec le ſel admirable de *Glauber*, qui eſt auſſi un ſel moyen, compoſé de l'alcali du ſel commun, & de l'acide de Vitriol, & j'obtins pareillement, lorsque toute l'opération fut finie, un mêlange encore en poudre, qui ne s'étoit fondu en aucune maniere ; je le leſſivai comme le précédent, & procédant ultérieurement comme ci-deſſus, je trouvai tout de même le ſel admirable de *Glauber*, & la terre d'Alun qui étoit demeurée, l'un & l'autre ſans aucune altération.

III. Aprèc cela je mêlai auſſi du borax calciné avec parties égales de notre terre d'Alun calcinée, j'obſervai les circonſtances ſus-mentionnées, & je conduiſis le feu de fuſion préciſément comme je l'ai déjà rapporté. Ici, aprés que le creuſet eut été réfroidi & briſé, je trouvai une maſſe qui n'avoit point ſouffert de fuſion, mais dont les parties étoient étroitement unies, fort dure, blanchâtre, & tirant en quelque maniere ſur le bleu. En reprenant le même travail avec deux parties de borax calciné, & une partie de terre d'Alun, j'obtins une maſſe ſur laquelle la fuſion avoit eu déjà plus de priſe, d'un blanc de lait, & reſſemblant au verre ; & quoiqu'en la frappant contre l'acier, elle ne rendit point d'étincelles, elle ne laiſſa pas de faire des crévaſſes dans un autre verre. A cette occaſion j'ai auſſi mêlé un ſable blanc pulvérifé avec de la terre d'Alun, parties égales, & j'y ai ajouté quatre ſcrupules de borax ; ce qui, après la fuſion ſusdite, m'a donné un verre tranſparent, quoiqu'un peu trouble, clair, jaunâtre, tirant ſur la couleur d'hiacinthe, & d'une conſiſtance ſolide.

IV. Je mêlai encore le Sel qu'on nomme ſel fuſible d'urine, ſpécialement celui qui contient l'Acide du Phoſphore, & dont j'ai donné la deſcription au Tome II. de nos Mémoires, après l'avoir auparavant

vant dégagé par la diſtillation de ce qu'il a d'urineux ; je le mêlai, dis-je, avec parties égales de terre d'Alun calcinée, & donnai à ce mêlange le feu violent de fuſion, de la maniere indiquée dans les §§. précédens ; aprés quoi je trouvai que ce mêlange avoit produit un verre dénué de transparence, d'un blanc trouble, & tirant au verd. Ayant encore à la même occaſion mêlé un autre ſel, tiré pareillement de l'urine, dégagé de ſon humidité par la calcination, & plus propre à entrer en flux par l'action du feu, avec parties égales de terre d'alun, après avoir toujours procédé de la même maniere, j'eus après le réfroidiſſement une maſſe dont les parties étoient fortement liées enſemble, très ſolide, & dont la couleur tiroit au bleu ; elle reſſembloit tout à fait à celle que j'ai indiquée dans le §. précédent, & qui venoit de la terre d'Alun jointe au borax calciné.

V. L'Arſenic pouvant être avec aſſez de raiſon mis au nombre des Sels, puiſqu'il ſe fond dans l'eau, il convient auſſi de rapporter ici les effets qu'il produit ſur la terre d'Alun. Je mêlai une demi-once de bonne terre d'Alun bien deſſéchée à une forte chaleur, avec une dragme d'Arſenic net, blanc, & pulvériſé ; j'eus ſoin que le mêlange de ces matieres fut bien exact, & je le mis dans une retorte de verre garnie, en y adaptant le récipient, où je lui donnai un feu que je pouſſai à la fin juſqu'au plus haut degré d'incandeſcence, qu'un ſemblable vaiſſeau de verre puiſſe ſoutenir. Après le réfroidiſſement je trouvai quelques gouttes d'un liquide dans le récipient ; mais dans le cou de la retorte étoit l'Arſenic d'un beau clair, en ſublimé blanc. Ce qui étoit reſté dans la retorte, peſoit exactement trois dragmes, deux ſcrupules, & quatorze grains. De cette maniere la demi-once de terre d'alun avoit plutôt ſouffert quelque déchet, que reçu de l'accroiſſement. Je répétai l'Expérience encore une fois, pour voir s'il y auroit quelque différence, & pris en place de la terre d'Alun une demi-once d'une bonne craye, bien deſſéchée & pulvériſée, je la mêlai avec une dragme d'Arſenic blanc pulvériſé, & procédai enſuite en tout de la maniere ſusdite ; enſuite, après le réfroidiſſement des vaiſ-

ſeaux, je ne trouvai aucun liquide dans le récipient; mon Arſenic ſublimé ne paroiſſoit pas non plus blanc, mais il étoit noirâtre, & aſſez reſſemblant à un régule d'Arſenic, qui eſt une marque d'un phlogiſton fort ſubtil dans la craye. Ce qui demeura dans la retorte, peſoit une demi-once & ſix grains; par conſequent il avoit acquis quelque choſe en poids, ce qui montre aſſez, que dans cette opération l'Arſenic a laiſſé quelque choſe dans la craye; & la couleur grisâtre de celle-ci acheve d'en convaincre. Ces Expériences font donc voir, que la terre d'Alun ne ſçauroit s'unir en aucune maniere avec les terres crétacées.

VI. Je continuai à prendre de ma terre d'Alun bien deſſéchée à la chaleur; j'en péſai, lorsqu'elle étoit encore chaude, une demi-once, je la poſai ſur un papier brouïllard, que je recouvris avec un autre papier ſemblable, de façon que l'air pouvoit paſſer à travers ces papiers, mais qu'il ne pouvoit d'ailleurs s'y introduire aucune matiere étrangère. Je poſai enſuite le tout au grenier du Laboratoire, dans un endroit ſec, & l'y laiſſai repoſer pendant quelques jours. Au bout de ce tems-là je péſai de nouveau ma terre d'alun, & je trouvai que ſon poids étoit augmenté d'une dragme; ce qui donne lieu de croire, que cette terre eſt diſpoſée à attirer l'humidité de l'air. Et qui ſçait ſi, (ce qui me paroit tout à fait vraiſemblable,) l'Acide vitriolique qui exiſte ſouvent en grande abondance dans l'air, ne s'inſinuë point ici dans la terre d'Alun? C'eſt de la même maniere que nous voyons les ſels alcalis fixes, quand ils ſont expoſés trop longtems à l'air, attirer l'acide vitriolique répandu dans l'air, & en conſéquence donner par la ſolution, & par la cryſtalliſation qui la ſuit, un Tartre vitriolé abondant. Et alors il ſeroit aiſé d'expliquer la cauſe qui fait que l'acide nitreux ſe ſépare du nitre, & l'acide du ſel du ſel commun; ſur quoi l'on peut recourir au §. XII. du Mémoire précédent.

VII. De plus je calcinai une once de notre terre d'Alun crue, qui avoit été fort exactement deſſéchée, dans un creuſet à fondre proportionné, que je recouvris avec un autre creuſet; & je donnai pendant

dant une heure & demie un feu extrêmement fort. Après le réfroidiſſement ma terre d'Alun avoit perdu environ la moitié de ſon poids; elle étoit devenuë très blanche, mais ſans s'être vitrifiée, au contraire elle étoit demeurée friable. De cette terre d'Alun ainſi calcinée je pris une demi-once, & l'ayant gardée de la même maniere que celle dont il eſt parlé dans le §. précédent, à l'air dans le grenier de mon Laboratoire, pendant vint quatre heures; je trouvai enſuite que dans ce court eſpace de tems ſon poids s'étoit accrû de quinze grains. La deſſus je mêlai trois parties, tant de cette terre que de celle ſur laquelle j'avois procédé de même auparavant avec une partie de ſuye brûlée, je diſtillai avec force ce mêlange par une retorte, & de cette maniere j'obtins un peu de ſoufre ordinaire: ce qui me confirma puiſſamment dans l'opinion, que cette terre attire l'acide vitriolique de l'air.

VIII. Il étoit encore néceſſaire de rechercher quelles ſont les propriétés de notre terre d'Alun, lorsqu'étant mêlée à d'autres terres, on la ſoumet à l'action d'un feu violent. Car par elle-même la terre d'Alun n'eſt ſuſceptible d'aucune fuſion, même au feu le plus véhément. Je mêlai donc dans un mortier de verre net une partie de notre terre d'Alun, qui avoit été auparavant un peu calcinée, avec parties égales de ſable de *Freyenwald*, net, rougi auparavant au feu, éteint dans l'eau, bien pilé enſuite dans un mortier de verre, lavé doucement avec de l'eau, & bien deſſéché. Ce ſable peut toujours tenir lieu de cailloux nets, pilés bien déliés; je l'ai préparé de la même maniere, & l'ai employé ici pour tous les travaux en queſtion. Ces matieres ayant donc été exactement mêlées, je procédai de la maniere qui a déja été rapportée ci deſſus; c'eſt à dire, que j'en remplis un creuſet, je le recouvris d'un autre, & après les avoirs lutés, je donnai le plus grand feu de fuſion qu'il ſoit poſſible de produire, pendant pluſieurs heures conſécutives. Après que le creuſet eut été réfroidi, je vis que le mêlange n'étoit point entré en flux, mais qu'il étoit comme une poudre, ſans qu'abſolument il y eut aucune réünion de parties.

IX. Il

IX. Il en fut entièrement de même avec la craye. Car, lorsque j'eus mêlé de la terre d'alun avec parties égales de craye, & que j'eus traité ce mêlange comme ci-deſſus, les matieres ne coulerent point enſemble, mais j'obtins un mêlange de pouſſière blanche. Je trouvai le même produit, en mêlant parties égales de (a) ſelenite, auparavant calciné, exactement lavé & deſſéché, avec la terre d'Alun, j'y donnai le même degré de feu, & j'obſervai les mêmes circonſtances. Pour abréger, la terre d'Alun n'entre en flux d'aucune de ces manieres, ni en y ajoûtant du ſable, ni avec la craye, ou le ſelenite. Un mêlange de la terre d'Alun calcinée ſusdite, de ſelenite, & du même ſable dont nous avons parlé, à parties égales, traité de même au feu le plus violent, n'entre pareillement en aucun flux; les parties même ne ſe cuiſent pas enſemble. Il en fut encore de même, quand je ſoumis à un traitement ſemblable un mêlange de terre d'Alun, de ſelenite, & de craye, je n'obtins également qu'un produit tendre en pouſſière, dont il n'y avoit rien qui fut cuit enſemble, ou réüni de quelque autre maniere. Finalement, j'ai auſſi pris parties égales de terre d'Alun, de craye, & de ſable, & les ai traitées de même. Elles ne ſont pas entrées à la vérité en flux, mais elles ont produit une maſſe fort blanche, & aſſez compacte, puiſqu'elle donnoit du feu en la frappant contre l'acier. Cette différence doit ſans doute être attribuée à l'addition du ſable.

X. Je paſſai de ces matieres à la pierre de lard, ou ſtéatite. Je pris de cette pierre, qu'on nomme auſſi craye d'Eſpagne de Bareuth, bien nette, fort ſoigneuſement lavée, & exactement ſéchée, j'en mêlai avec autant de notre terre d'Alun, je me mis à travailler ſur ces matieres comme ci-deſſus, & j'obtins un mêlange, qui, du moins eu égard aux précédens, s'étoit cuit & réüni d'une maniere aſſez ſolide. Ayant enſuite mêlé notre terre d'Alun avec la même pierre, & du ſable, parties égales, & en les traitant de même, j'en tirai un produit encore à peu près ſemblable; ſeulement il étoit un peu plus tendre! Mais

(a) En Allemand *Frauen-Glas*.

Mais, quand je fis un mêlange de parties égales de terre d'Alun, de ſelenite, de ſable, de ſtéatite, & de craye, & que je procédai de la même maniere, cela me donna une maſſe qui étoit entrée en flux, d'un verd jaunâtre, ſolide, n'ayant pourtant point de transparence, & rendant du feu contre l'acier. Au contraire un mêlange de terre d'Alun, de ſelenite, & de ſtératite, parties égales, travaillé de la même maniere, donna un produit fort reſſemblant à l'écume, mais qui ne laiſſoit d'être entré aſſez bien en flux, & de faire une maſſe ſolide. Le mêlange de la terre d'Alun avec le ſelenite, le ſtéatite, & le ſable, à parties égales, & traité comme ci-deſſus, a donné un produit, qui avoit coulé en un flux égal, un peu ſoufflé, ſolide, & jettant du feu contre l'acier. Mais, lorsque j'eus ajouté au mêlange ſusdit, de ſelenite, de ſable, & de terre d'Alun calcinée, une cinquième partie de borax calciné, j'obtins un beau produit, de couleur de topaze, clair, transparent, dur, & étincelant contre l'acier.

XI. Après cela je fis auſſi des eſſais ſur la terre d'Alun qui étoit reſtée du travail avec l'Arſenic dans la retorte, rapporté au §. V. J'en mêlai avec parties égalés de ſtéatite, de ſelenite, & de ſable pilé bien fin, à quoi j'ajoûtai la quantité ſusdite de borax calciné; & par le moyen d'un feu violent j'obtins un joli mêlange, aſſez transparent, ſolide, & ſemblable au Chryſolithe. Je travaillai encore de la même maniere un mêlange de cette terre d'Alun imprégnée d'Arſenic, avec autant de terre crétacée, qui avoit auſſi été traitée avec l'Arſenic, ſuivant la méthode du §. V. à quoi je joignis parties égales de ſtéatite, de ſelenite, & de ſable; & le tout ayant été bien mêlé enſemble, j'y ajoutai la quantité ſusdite de borax, & obſervai les mêmes circonſtances dans tout le travail, au bout duquel le mêlange n'étoit pas entré dans un flux clair, mais les matieres s'étoient attachées inégalement au creuſet, d'une maniere raboteuſe, & avec l'apparence d'écume; ce que j'attribuai à l'Arſenic qui étoit demeuré dans la craye.

XII. Je fus auſſi curieux de voir, jusqu'où notre terre d'alun ſe trouveroit propre à faire des vaiſſeaux de terre d'une bonne conſiſtance.

ce. Je mêlai pour cet effet ſix parties d'une argille blanche, fine, & bien lavée, avec trois parties de notre terre d'Alun calcinée, & pilée fort menu; je joignis encore à ce mêlange de la craye, & du ſable fin lavé, de chacun deux parties; j'humectai enſuite le tout: & en le mêlant dans un morier de verre, j'en fis une maſſe bien cohérente, de laquelle je formai après cela un petit vaiſſeau, que je laiſſai entierement ſécher, puis je le mis dans un creuſet à fondre, bien couvert & bien luté, que je plaçai dans le fourneau de fuſion, auquel je donnai le feu le plus violent. Quand le creuſet fut réfroidi, je trouvai que mon vaiſſeau étoit d'un beau blanc, mais ſans transparence. Cependant je ſuis dans l'idée qu'un tel vaiſſeau, après avoir été convenablement verniſſé, pourroit ſervir à cuire, & réſilteroit trés bien au feu; peut-être même que dans certains cas il tiendroit lieu d'un bon creuſet. De la même maniere encore, j'ai mêlé ſix parties d'argille blanche lavée, avec trois parties de terre d'Alun calcinée, j'y ai ajouté du ſable pilé bien fin, & de la craye, de chacun trois parties; j'ai ultérieurement mêlé ces matieres avec une partie de ſtéatite, & autant de ſelenite; j'ai humecté ce mêlange avec de l'eau, j'en ai formé un vaiſſeau, je l'ai fait ſécher, & l'ai expoſé au feu de la même maniere: ce qui m'a donné une maſſe très ſolide, & qui faiſoit plus de feu contre l'acier que la précédente, en ſorte que ſelon les apparences elle rendroit encore de meilleurs uſages qu'elle dans les cas ſusdits, après avoir été verniſſée.

XIII. Je paſſe à préſent aux mêlanges & aux rapports de la terre d'Alun avec le verre commun; où j'ai obſervé les phénomenes ſuivans. J'ai mis dans un creuſet fermé une quantité de terre d'Alun pilée bien menu, avec des morceaux de verre verd, & les ayant expoſé au feu de cémentation, ſuivant la méthode de M. *de Reaumur*, cela m'a donné une des eſpeces de porcelaine dont ce grand homme parle au même endroit où il indique cette méthode; au moins mon produit étoit-il fort approchant de cette porcelaine, d'une grande ſolidité, mais ne donnant pourtant point de feu contre l'acier. Si l'on mêle des parties égales de ſable fin parmi la terre d'Alun, ce verre travaillé de la mê-

même maniere donnera une porcelaine encore plus belle, & qui jettera du feu. En général, dans tous ces travaux, il ne faut pas que le feu ſoit trop fort; autrement le verre ſe fondroit parmi la pouſſière. Mais, quand on mêle enſemble de la terre d'Alun calcinée, & du verre réduit en pouſſière très fine, & lavé, parties égales, ce mêlange traité ſuivant la maniere ſusdite, au feu même de fuſion le plus violent, ne veut point entrer en flux, mais il demeure caſſant, en pouſſière, ou à peine un peu cuit enſemble. Si l'on mêle une partie de terre d'Alun calcinée avec deux parties du verre ſusdit, & qu'on travaille ces matieres, toujours ſuivant la méthode précédente, on aura une maſſe blanchâtre, ayant l'apparence d'écume, & rendant beaucoup de feu contre l'acier. Je procédai auſſi de même ſur une partie de terre d'Alun calcinée avec trois parties de ce verre, & j'en obtins une maſſe d'un blanc jaunâtre, qui s'étoit mieux réünie, mais qui avoit pourtant encore des trous, d'ailleurs extrêmement ſolide, & donnant du feu. Au contraire une partie de cette terre calcinée d'Alun, avec quatre parties du verre ſusdit, traitées de la même maniere, donnerent une maſſe d'un verd jaunâtre, transparente, & rendant beaucoup de feu. Mais, lorſque j'opérai ſur une partie de cette terre avec ſix parties de verre verd, j'obtins un produit, dont la dureté n'égaloit pas celle des précédens, mais qui avoit beaucoup de reſſemblance avec le verre verd fondu.

XIV. Une choſe qui ne méritoit pas moins d'etre examinée, c'étoit les rapports des chaux métalliques avec la terre d'Alun. Pour arriver à ce but, je commençai par prendre une partie de très bonne *Lune cornuë*, bien édulcorée, (par ce terme on entend de la chaux d'argent, précipitée de la ſolution de ce métal dans l'eau forte, par l'acide du ſel commun,) avec deux parties de notre terre d'Alun calcinée, je mis ce mêlange dans un creuſet, & je le traitai de la maniere qui a été ſouvent indiquée ci-deſſus, en le tenant pendant pluſieurs heures au feu de fuſion le plus violent. Après le réfroidiſſement, je ne trouvai qu'un mêlange blanc, en pouſſière, dont les parties ne s'étoient point

réünies enſemble, encore moins étoient-elles entrées en flux. Mais dans ce travail il ne s'eſt fait aucune réduction de l'argent, quoiqu'on eut eu lieu de croire cependant que la violence du feu devoit chaſſer l'acide du ſel hors du métal. Les mêmes choſes arriverent, lorsqu'ayant pris une partie de chaux d'argent ſéche, qui avoit été précipitée de la ſolution de ce métal dans l'eau forte au moyen de l'huile de tartre par défaillance, & bien édulcorée, avec deux parties de terre d'Alun calcinée, que je traitai de même au fourneau de fuſion, je n'en tirai qu'un ſemblable mêlange en pouſſière.

XV. Je mêlai enſuite ce qu'on nomme *Crocus Veneris*, qui avoit été fait par la calcination des cryſtaux de verd de gris, avec de la terre d'Alun calcinée, à parties égales, & je travaillai ce mêlange toujours de la maniere ſusdite, dans un creuſet, après le réfroidiſſement duquel j'obtins un mêlange rougeâtre, dont les parties n'étoient qu'à demi réünies, mais qui n'avoit pourtant aucun éclat métallique. Mais, après que j'eus mêlé ce même *Crocus Veneris* avec la terre d'Alun calcinée, & le borax, de chacun trois parties, auxquelles je joignis une partie de craye, & que je les eus traitées de même, le tout s'étoit fondu à mon feu en une eſpece de mâchefer dur, & d'un rouge vif, qui rendoit quantité de feu en le frappant contre l'acier. Enfin, ayant auſſi pris deux parties de ce *Crocus Veneris* avec du borax & de la terre d'Alun, de chacun une partie, & les ayant traités de même, ils avoient coulé en un verre noirâtre, avec des rayes rouges par ci par là, uni, ſolide, mais ne faiſant point feu.

XVI. De plus, je pris du *Crocus Martis*, qui avoit été préparé à la maniere de *Kunckel*, par une calcination de cinq à ſix ſemaines à la flamme du feu, j'en mêlai, parties égales, avec la terre d'alun calcinée, & je procedai dans tout le reſte, avec le feu de fuſion le plus véhément, préciſément de la maniere indiquée ci-deſſus; enſuite dequoi je trouvai un mêlange d'un brun rougeâtre obſcur, tirant ſur le noir, paſſablement ſolide, & faiſant feu. Le mêlange de deux parties de terre d'Alun calcinée avec une partie du ſusdit *Crocus Martis*, traité

de

de la même maniere, fit un mêlange tendre, d'un brun de Caffé, qui étoit fort peu lié enſemble; & pareillement le mêlange d'une partie de terre d'Alun calcinée avec deux parties du même *Crocus Martis*, traité de même, livra un produit tendre, peu lié, & noirâtre. Au contraire, lorsque je mêlai parties égales de cette terre d'Alun calcinée, avec le même *Crocus Martis*, & le borax brûlé, & que je procédai de la même maniere, j'en obtins une maſſe noire, luiſante, fort ſolide, qui étoit bien entrée en flux, & qui faiſoit force feu. Le mêlange de la terre d'Alun calcinée, avec le *Crocus Martis* ſusdit, le borax brûlé, & le ſable, à parties égales, traité de la même maniere, donna pareillement une maſſe, mais plus nette, & qui étoit entrée dans un flux plus ſerré, d'un noir luiſant, & rendant moins de feu. Mais, quand je mêlai la terre d'Alun calcinée, & le *Crocus Martis* ſusdit, de chacun trois parties, avec une partie & demie de ſable, & une partie de craye, & que j'eus travaillé ces matieres de la façon ſusdite; j'obtins une maſſe, dont les parties s'étoient fortement réünies, & avoient conſervé la figure du creuſet, ſolide, & qu'il n'étoit presque pas poſſible de briſer, tant ſa dureté étoit extraordinaire, & rendant des étincelles contre l'acier avec force, & autant qu'une pierre à fuſil; mais il ne laiſſoit pas d'y avoir par ci par là des trous.

XVII. Là deſſus je pris une chaux d'étain, préparée de l'étain de *Malaga* le plus pur, à un feu long & continuel, & enſuite lavée; je la mêlai avec parties égales de notre terre d'Alun calcinée; après quoi j'obſervai toutes les circonſtances ſus-mentionnées, & ayant donné un feu violent de fuſion, je trouvai dans mon creuſet un mêlange en pouſſière, fort blanc, qui ne s'étoit cuit enſemble en aucune façon, encore moins les parties s'étoient-elles réünies. Quand je pris deux parties de cette chaux d'étain avec une partie de terre d'Alun calcinée pour les traiter de la même maniere, je n'eus auſſi qu'un mêlange en pouſſière, qui avoit l'air rougeâtre, & ne s'étoit pas cuit le moins du monde; & il en fut de même du mêlange d'une partie de terre d'Alun calcinée avec trois parties de la chaux d'étain ſusdite; leur produit fut

à peu près le même, ſeulement celui-ci paroiſſoit un peu plus blanc. Au contraire, en mêlant enſemble de la terre d'Alun calcinée, de la chaux d'étain, de la pierre ſtéatite, du ſable, & du borax calciné, à parties égales, & en traitant ces matieres de même; elles étoient entrées en flux, & avoient formé un corps fort blanc, jaunâtre dans quelques endroits, ſans aucune transparence, ayant par ci par là des trous, uni, caſſant, & donnant du feu. Mais le mêlange d'une partie de terre d'Alun calcinée avec deux parties de la chaux d'étain ſusdite, & une partie de borax calciné, en opérant toujours de même, demeura après le travail, tendre, à peine cuit enſemble, blanc, & ſur le total d'un brun clair; comme auſſi le mêlange de la terre d'Alun calcinée, de la chaux d'étain, & du borax calciné, à parties égales, traité de même, s'étoit cuit à peu près comme le précédent, mais étoit pourtant plus ſolide. Au contraire, lorſque je mêlai de la terre d'Alun calcinée, de la chaux d'étain, & du borax calciné, de chacun trois parties, avec une partie & demie de ſable, & une partie de craye, & que je procédai comme à l'ordinaire, j'obtins un mêlange, qui étoit entré en flux, aſſez ſemblable à la porcelaine, blanc, ayant cependant des trous, & l'apparence d'écume.

XVIII. Voici les rapports de la chaux de plomb avec notre terre d'Alun. Parties égales de *minium* & de notre terre d'Alun calcinée, ſe réüniſſent à un feu violent de fuſion, en une maſſe ſolide, qui fait feu, & d'un verd jaunâtre. Le mêlange de deux parties de *minium*, & d'une partie de terre d'Alun calcinée, donne une maſſe encore plus ſolide, fort remplie de trous, à demi transparente, d'un verd jaunâtre, & qui jette beaucoup d'étincelles.

XIX. Je fis venir ſur les rangs une chaux d'Antimoine, que j'avois préparée de l'Antimoine crud par un fort longue calcination. Une partie de cette chaux avec une partie de notre terre d'Alun calcinée, ayant été traitées de la maniere ſusdite à un feu violent de fuſion, donna un mêlange en pouſſière, qui s'étoit pourtant vitrifié en quelque façon,

façon aux côtés du creuſet, & avoit ainſi commencé à fondre un peu, à ce feu véhément, dans l'endroit où il touchoit le creuſet. Quand on procéde de même ſur le mêlange d'une partie de terre d'Alun, avec autant de fleurs de Zinc, ces matieres ne ſe cuiſent point enſemble au feu ſusdit, mais elles forment un mêlange en pouſſière, d'un blanc grisâtre.

XX. Il nous reſte encore les mêlanges & les travaux qui concernent notre terre d'Alun expoſée avec le Bismuth à un feu violent: j'y ai remarqué les particularités ſuivantes. Deux parties d'une chaux de Bismuth nette, & bien brûlée par une longue calcination, avec une partie de notre terre d'Alun calcinée, ſe fondirent à mon feu véhément, en une maſſe, d'un brun presque couleur de canelle par deſſous, étant plus jaunâtre vers le milieu, & couverte tant à la ſurface que dans les endroits où la maſſe n'étoit pas bien entrée en flux, de petits cryſtaux jaunes & brillans. Un mêlange de trois parties de chaux de Bismuth, & d'une partie de terre d'Alun calcinée, donna un produit d'un brun plus égal, qui étoit entré en flux, mais avec peu de transparence, couleur de canelle, & tenant du verre, au deſſus duquel on voyoit pareillement répandües de petites parties cryſtallines. Le mêlange de quatre parties de chaux de Bismuth, & d'une partie de terre d'Alun, avoit déjà prix un flux plus conſiſtant, d'un brun obſcur, & ayant quelque transparence dans les endroits minces; mais la ſurface étoit garnie de même de cette matiere cryſtalline. Le mêlange de la chaux de Bismuth, de la terre d'Alun calcinée, & du borax, à parties égales, a donné un verre ſemblable, qui étoit encore mieux entré en flux, d'un brun plus clair, & couvert d'un plus grand nombre de cryſtaux.

XXI. Pour conclurre à préſent ce Mémoire, je trouve qu'il eſt encore néceſſaire de dire quelquechoſe des parties d'argille qui restent, après qu'on a fait l'extraction entiere de l'argille avec l'acide vitriolique, vû que c'eſt une recherche qui appartient au ſujet que nous

nous traitons. En effet nous pourrons peut-être arriver par ce moyen à une connoiſſance plus exacte des parties conſtitutives d'argille, que la terre d'Alun contient. On a vû dans le premier (c) de ces trois Mémoires, comment j'ai tiré & produit un Alun réel, véritable, & parfaitement ſemblable à l'Alun ordinaire, par le ſecours de l'acide vitriolique, hors de l'argille, comme étant un corps qui contient abondamment en ſoi de la terre d'Alun. J'ai auſſi remarqué, (d) que par l'addition de l'acide vitriolique, on pouvoit tirer d'une once d'argille blanche nette, deux dragmes & un ſcrupule de la terre ſusdite, & qu'il reſtoit après l'extraction cinq dragmes & un ſcrupule d'une terre ſur laquelle l'acide vitriolique n'a point de priſe. Et cependant c'eſt la méme terre, qui étoit unie auparavant avec la terre d'Alun, & qui compoſoit avec elle l'argille. Cette terre qui reſte après l'extraction, ne conſerve plus les mêmes propriétés, ou rapports, qui convenoient à l'argille. On ne peut plus la faire cuire avec de l'eau, comme on le peut avec l'argille; elle durcit à la vérité au feu; mais elle fait fortement feu contre l'acier, & elle montre encore à d'autres égards, que ce n'eſt plus de l'argille. On eſt donc fondé à demander ici: Quelle ſorte de terre ce peut être? Ce n'eſt plus une parfaite argille; ce n'eſt pas auſſi de la terre d'Alun, elle n'eſt plus ſoluble dans les acides; ceux de vitriol, de ſel commun, ou de nitre, l'attaquent inutilement. Les Expériences ſuivantes, faites ſur cette terre, montreront peut-être, où l'on doit la ranger. Une partie donc de la terre en queſtion, qui avoit été pleinement dégagée de ſa terre d'Alun par l'acide vitriolique, après avoir été auparavant bien édulcorée avec de l'eau diſtillée chaude, & un peu rougie, avec parties égales de ſel de tartre le plus pur, ayant enſuite été bien mêlées, & travaillées à un feu violent de fuſion, de la maniere que j'ai ſi ſouvent indiquée, ont donné un beau verre, préciſément ſemblable à celui qu'ont

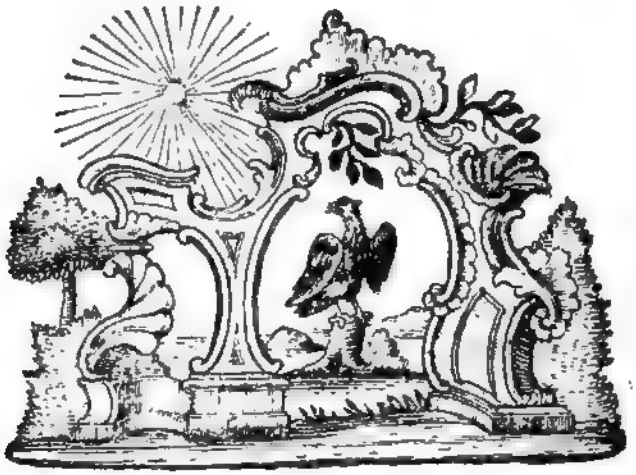
(c) Voyez ſur tout les §§. VII. & VIII.

(d) §. IX.

qu'ont coutume de produire des cailloux nets, ou de beau ſable blanc, avec la même quantité de ſel de tartre; ſeulement le premier tiroit un peu ſur le bleu, mais, auſſi bien que le dernier, il attiroit avec le tems l'humidité de l'air, à cauſe de la ſurabondance du ſel alcalin. Au contraire, deux parties de cette terre d'argille, qui avoit ſouffert l'extraction par l'acide du Vitriol, avec une partie de ſel de tartre très pur, ont donné un auſſi beau verre, & de la même ſolidité, que celui qu'on feroit avec la même proportion de ſel de tartre, & de cailloux. Car, comme les cailloux, ou le ſable net, blanc, & pilé bien fin, avec parties égales de borax calciné, donnent à un feu violent de fuſion un verre clair, conſiſtant, & ſemblable à de belle topaze; de même notre terre demeurée de l'extraction de l'argille avec l'acide vitriolique, avec pareille quantité de borax calciné, forment une belle maſſe, conſiſtante, dure, claire, & ſemblable à la topaze; ſeulement la couleur eſt plus jaune, & reſſemble d'avantage à la topaze d'Eſpagne, ce qu'il faut peut-être attribuër à quelques parties métalliques, & ſurtout martiales, qui s'y trouvent encore. D'autres Expériences que j'ai encore faites ſur le même ſujet, vont même à me perſuader, que de l'argille bien blanche, nette, & lavée, n'a d'autres parties conſtitutives que la terre indiſpenſablement néceſſaire à la compoſition de l'Alun, & un ſable, ou une terre de cailloux, imperceptiblement mêlés enſemble. Au reſte, ce qu'il y a encore de particulier ici, c'eſt que la terre d'Alun unie à l'acide du Vitriol, fait constamment le fonds des Pyrophores; que la terre de chaux unie avec le même acide fait pareillement le fonds des Phoſphores qui attirent la lumiere; & finalement, que cette terre de chaux, unie avec l'acide du nitre, fait le fonds du Phoſphore qu'on appelle de *Balduin*.

Je termine ce Mémoire, en ajoutant une remarque, en faveur de ceux qui aiment les vérités chymiques; c'eſt que la terre d'Alun dans ſon union avec l'acide vitriolique, c'eſt à di-

re, l'Alun diſſous dans l'eau, eſt un puiſſant diſſolvant des métaux, même ſimplement limés. Par une ſimple digeſtion avec ces métaux, il dépoſe ſa terre, & diſſout les métaux: ce qui eſt aſſurément quelque choſe d'aſſez particulier. Il déploye même ſon acide ſur quelques autres terres, par exemple, ſur la terre crétacée; ce qui fait bien voir que la terre d'Alun ne doit nullement être rangée au nombre des terres crétacées, ou calcaires.



DISSERTATION
PHYSICO-PHILOLOGIQUE
SUR UN PASSAGE DIFFICILE DE PLINE
HIST. NATUR. LIV. XXXVII. CHAP. XLVII.
OU IL S'AGIT D'UNE PIERRE PRÉCIEUSE DES ANCIENS, NOMMÉE ASTERIA.

PAR M. LEHMANN.

Traduit du Latin.

Si les Anciens ne nous ont pas tranſmis toutes les connoiſſances que nous poſſédons aujourd'hui, perſonne de ceux qui ont comparé les Ecrits des Modernes avec les Ouvrages de l'Antiquité, ne ſçauroit nier que la meilleure partie de ces connoiſſances ne vienne au moins d'eux. C'eſt un aveu que doivent faire également les Philoſophes, les Juriſconſultes, les Médecins, les Mathématiciens, & les Phyſiciens. Et bien qu'on ne puiſſe diſconvenir des accroiſſemens que tous les genres de Science ont reçus dans ces derniers ſiecles, il n'en demeure pas moins conſtant, qu'il ſe trouve quantité de choſes dans les Ecrits des Anciens, ou encore tout à fait inintelligibles pour nous, ou au ſujet desquelles nous ſommes encore fort incertains, ſi ce ſont les mêmes qui portent aujourd'hui le même nom. On peut mettre de ce nombre les roſeaux (*arundines*) de *Suetone*, le véritable airain de Corinthe, l'ouvrage à la Moſaïque des anciens Egyptiens, & pluſieurs choſes, dont les noms à la vérité ne ſont pas inconnus aux Modernes, & dont ils ont même imité la ſtructure & la compoſition, mais ſans être en état d'affirmer avec certitude que ce ſoient préciſément

celles dont l'Antiquité fait mention. Entre ce grand nombre de choſes qui ſe dérobent à notre connoiſſance, on ne doit pas mettre au dernier rang une Pierre précieuſe, dont Pline parle dans ſon Hiſtoire Naturelle, Liv. XXXVII. chap. 47. au mot *Aſteria*, en ces termes: *Proxima candicantium eſt* Aſteria, *principatum habens proprietate naturæ, quod incluſam lucem pupillæ modo quandam continet, ac transfundit cum inclinatione, velut intus ambulantem ex alio atque alio reddens, eademque contraria Soli referens candicantes radios, unde nomen invenit, difficilis ad cælandum. Indicæ præfertur in Carmania nata.* Et un peu plus bas il ajoute: *Eſt inter candidas & quæ* Ceraunia *vocatur, fulgorem ſiderum capiens, ipſa Cryſtallina ſplendoris cærulei, in Carmania naſcens.* Le P. *Hardouïn*, Commentateur célébre de *Pline*, dit dans ſa Remarque ſur le mot *Aſteria*. „ Cette Pierre ſe trouve en divers „ endroits d'Italie; nos Jouaïlliers l'appellent *Giraſole*. *Iſidore* a ré- „ pété la choſe dans les mêmes termes que *Pline*, mais en l'appellant „ *Aſterites*, au XVI Livre de ſes *Origines*, Chap. 10. „ Ce Savant ſe trompe en prenant la *Giraſole* des Italiens pour la même Pierre que l'*Aſteria* de Pline; car ce que les Jouaïlliers, & les Auteurs qui traitent de l'Hiſtoire naturelle, nomment *Giraſole*, c'eſt l'*Opale*. Cette dénomination lui vient de *girare*, tourner en rond, & de *Sol*, le Soleil, comme qui diroit une pierre, dans laquelle les rayons du Soleil ſe répandent de toutes parts. Tous les Auteurs qui me ſont connus, penſent autrement que *Pline* au ſujet de cette Pierre, & s'en font une idée différente; la plûpart d'entr'eux s'accordant à regarder l'*Aſterie*, l'*Aſterite*, & l'*Entrochite*, comme la même choſe. *Beyerus*, par exemple, à la page 31. de ſon *Oriktographie Morique*, met les *Belemnites*, les *Entrochites*, les *Aſteries*, & les *Pierres Judaïques*, au nombre des Pétrifications. *Buttner*, dans ſon livre intitulé, *de ruderibus Diluvii teſtibus*, p. 275. confond de même les *Aſteries* avec les *Aſtroïtes*. *Mylius*, dans ſes *Memorabilia Saxoniæ ſubterraneæ*, Part. II. Relat. 3. a mis les *Aſtroïtes* à la place des *Aſteries*, mais il convient en même tems que l'*Aſterie* de *Pline*, entant que Pierre précieuſe, différe beaucoup de celles que nous nommons ainſi. *Volckmann*, dans ſa

Sileſia

Sileſia ſubterranea, p. 162. 181. & ailleurs, ne met point de difference entre les *Aſteries*, les *Troches*, les *Entroches*, & les *Aſtroïtes*. *Boethius de Boot*, prétend qu'on doit rapporter aux *Aſteries* une eſpece de marbre, à la ſurface duquel on voit des figures de fleuves artiſtement repréſentées. Le *Boccore*, dans ſon *Muſeo di Fiſica & di Eſperiente*, Obſerv. XLV. où il parle de la *Pierre étoilée*, qu'il croit être entierement la même que l'*Aſtroïte*, garde un profond ſilence ſur l'*Aſterie*; & il l'omet auſſi dans ſon Traité de l'*Aſtroïte*, ou de la *Pierre Etoilée*, imprimé en 1675. à *Amſterdam*, chez les *Waesberg*. M. *Wallerius* lui-même, ſi profond dans la connoiſſance du Régne Minéral, a donné p. 465. aux *Aſtroïtes* le nom d'*Aſteries*; & p. 116. il explique l'*Aſterie* de *Pline* par l'*Opale* verdoyant, qui jette des rayons d'un blanc jaunâtre, l'œil de chat, la pierre élémentaire, le faux Opale de *Cardan*, ou l'œil de Soleil. Mais la deſcription que *Cardan* fournit dans ſon Livre VII, ne paroit point convenir à l'*Aſterie* de *Pline*; car il y aſſûre que cette pierre eſt tantôt blanche, & tantôt brune, ce qui s'éloigne beaucoup de la Deſcription que je vais en donner. *George Agricola*, Liv. VI. Ch. 11. de ſon Traité *de la nature des foſſiles*, confond les *Aſtroboles*, & les *Aſtroïtes*, ſans rien dire d'ailleurs autre choſe que ce qui ſe trouve déjà dans *Pline*. Il ne paroit pas qu'il ait jamais vû cette Pierre, car autrement il en auroit ſans doute parlé, ſuivant ſa coûtume, avec plus d'étenduë & d'exactitude. Il ſuffira d'avoir indiqué ces Auteurs, les plus diſtingués de ceux qui ont écrit ſur la Minéralogie, ſans s'arrêter à ceux d'un ordre ſubalterne, dont les Ecrits ne ſont que ténèbres & confuſion, & ne contiennent que

Non bene junctarum diſcordia ſemina rerum.

Entraîné juſqu'à préſent par les opinions de tant de grands hommes, je déſignois indifféremment, tantôt les *Madrepores* pétrifiées, tantôt les *Aſtroïtes*, tantôt les *Entroches*, par le nom d'*Aſterie*. Il m'arrivoit ſouvent de rencontrer des cailloux, des pierres de chaux, & d'autres à la ſurface desquelles paroiſſoient des figures d'Etoile; je les rapportois également au genre des *Aſteries*; & en cela je me faiſois illuſion, com-

me je l'ai reconnu depuis. J'acquis en particulier, il y a quelques années, une pierre aſſez rare, connuë ſous le nom d'*Arachneolithus verus ;* & comme elle étoit ornée de toutes parts de fort jolies étoiles, je la prenois pour la vraye *Aſterie* de *Pline.* En un mot, de quelque côté que je me tournaſſe, je trouvois des argumens, tantôt en faveur de mes *Aſteries*, tantôt contr'elles. Après avoir paſſé bien des années dans ces incertitudes, ſans pouvoir me décider ſur l'*Aſterie* de *Pline*, j'ai à la fin trouvé une Pierre que je mets en poſſeſſion de ce titre, jusqu'à ce qu'on m'ait fourni mieux, ou que j'en aye moi-même trouvé une qui doive l'emporter, & qui ait plus de conformité avec la deſcription de *Pline.* Pour mettre donc les Amateurs de l'Hiſtoire naturelle à portée de s'aſſurer, quelle eſt la véritable apparence de l'*Aſterie* de *Pline*, au moins ſuivant me penſée, que je ſoumets au jugement de ceux qui peuvent prononcer ſur ces matieres, je vais donner ici l'hiſtoire & la deſcription de cette pierre, en entrant dans les détails convenables.

Faiſant, il y a quelque tems, une promenade de ſimple récréation hors des Portes de Berlin, près de celle de *Bernau*, & m'amuſant à conſiderer des pierres qui étoient répanduës dans le ſable, dans le deſſein ſurtout de chercher des Echinites pétrifiées, qu'on y trouve aſſez fréquemment, il me tomba entre les mains un caillou teint de bleu & de couleur d'améthiſte; & quoiqu'il fut encore brut & groſſier, il me parut mériter d'être obſervé plus ſoigneuſement. L'ayant donc porté chez moi, je penſois à le polir un peu, mais n'ayant, ni le tems, ni les outils néceſſaires, je l'envoyai à *Brunſwick* à un Ouvrier en pierres, en le chargeant de le polir ſeulement aſſez pour découvrir ſi les couleurs qui paroiſſoient à la ſurface de cette pierre en pénétroient toute la ſubſtance. Mais de quelle joye ne fus-je pas tranſporté, lorsque l'Ouvrier me renvoya la pierre polie de toutes parts, & que je pus obſerver, non ſeulement que les couleurs pénétroient toute la pierre, mais encore qu'elles formoient certaines figures ? La Planche ci-jointe fera ſans doute plaiſir à ceux qui y jetteront les yeux.

La

La Figure I. montre la ſurface de l'*Aſterie.* Le corps même eſt un caillou dur, blanc, & opaque. A ſa ſurface paroiſſent ſix Etoiles, dont chacune eſt diſtinctement marquée de cinq couleurs. L'Etoile premiere & extérieure, *a*) eſt dodecagone; elle reſſemble au plus beau ſaphir, & en l'oppoſant au Soleil, elle a de la tranſparence. Vient enſuite la ſeconde *b*) qui eſt blanche, dodecagone, ſemblable à un caillou, & moins tranſparente. La troiſiéme *c*) eſt d'un blanc entouré d'améthiſte, octogone, & peu tranſparente au Soleil. La quatrième *d*) eſt auſſi octogone, & opaque comme un caillou. La cinquième *e*) qui eſt intérieure, a l'air d'Onyx, elle eſt octogone, & le Soleil lui donne de la tranſparence. La partie inférieure, Fig. II. repréſente quatre de ces Etoiles, & dans la même ſituation, qui pénètrent une moitié de mon caillou. La Fig. III. montre l'autre moitié, où paroiſſent trois Etoiles du même genre, comme au deſſous ſept, quoiqu'on n'en puiſſe obſerver que ſix à la ſurface. La Fig. IV. met la partie inférieure toute entiere ſous les yeux. J'ai fait faire la Planche que je donne ici, ſuivant des proportions quadruples du naturel, parce que l'Etoile intérieure d'Onyx eſt ſurtout très petite, & qu'on a de la peine à découvrir ſans Microſcope ſa figure octogone. Les lignes qui forment l'étoile extérieure égalent à peine une ligne géométrique, ou la douzième partie d'un pouce; les ſecondes qui ſont de caillou, ont à peu près la même épaiſſeur, & les troiſièmes d'améthiſte ſont un peu plus larges. Les quatrièmes de caillou égalent à peine la vingtiéme partie d'un pouce. Mais pour les cinquièmes d'Onyx, qui ſemblent partir du centre, comme je l'ai dit ci-deſſus, ont presque beſoin du Microſcope, ſi l'on veut les bien conſidérer. Au reſte toute la pierre a un demi-pouce de diamètre, & autant d'épaiſſeur, avec le poids d'un Ducat de Hongrie.

Telles ſont l'hiſtoire, l'image, & la deſcription de mon *Aſterie.* Il ne me reſte qu'à propoſer les argumens qui prouvent que cette Pierre étoilée eſt la vraye *Aſterie* de *Pline.*

J'ai

J'ai déjà fait connoitre ci-deſſus, que les Phyſiciens ſont partagés en divers ſentimens au ſujet de cette Pierre; mais plus leurs ſentimens s'écartent de la définition de *Pline;* & moins on peut les regarder pour de bonnes deſcriptions de la vraye *Aſterie.* N'écoutons donc point tous ceux qui prenent les *Entroches* pour l'*Aſterie*, non plus que ceux qui renferment ſous le nom d'*Aſterie* des pierres dont la ſurface ſeule eſt marquée. On doit encore moins d'attention à ceux qui placent dans la claſſe des *Aſteries* les Coraux petrifiés, les Madrepores pétrifiées, & les Millepores imprimées ſur la pierre. Car d'abord, par rapport à la figure & à la couleur de cette pierre, nous trouvons divers caractères mentionnés par les Auteurs, qui différent entièrement de ceux de la Pierre que nous conſervons. *Agricola* décrit l'*Aſtroïte* (*), en diſant que „ c'eſt une „ pierre précieuſe blanche, ou tirant au cendré, toute remplie „ d'Etoiles qui jettent des rayons noirs - - - - relevée en de„ hors en forme d'oeil, rarement oblongue, & qui étant miſe „ dans le vinaigre, ſe meut de ſa place, & tourne un peu en rond. „ Le même Auteur ajoûte ailleurs *, „ que le *Pæderos* diffère de l'*Aſte„ rie*, en ce que le premier, lorſqu'on le penche, change de couleur, „ au lieu que l'autre transmet en le penchant une lumiere ronde qui y „ eſt renfermée. „ *Cardan* † dit; „ Jusqu'à ce jour je n'ai pû enco„ re voir de véritable *Aſtrite.* C'eſt une pierre précieuſe dure, qui, „ lorſqu'on la tourne en rond, fait voir un Soleil qui luit au dedans. „ Et, après s'être fort étendu ſur la maniere de faire de ſemblables pierres fauſſes, il ajoute à la fin : „ Il n'y a pourtant que la vraye *Aſtrite* qui „ conſerve ſa beauté & ſon éclat. „ La Figure que j'ai fait graver, & les caractères de cette pierre tels que les ai expoſés, font voir combien ces deſcriptions différent de l'original. En effet mes *Aſteries* ne jettent point les rayons noirs dont parle *Agricola*, elles ne ſe meuvent point de leur place miſes dans le vinaigre, mais jettées dans le plus fort vinaigre, elles y demeurent tranquilles au fonds. Je ſoupçonne donc, & je crois être fondé ſur de bonnes raiſons, qu'*Agricola* aura eu entre les

* *Ibid.* Ch. XII.

† Liv. VII.

(*) *De Natura foſſilium*, L. VI. C. 16.

les mains une pierre fauſſe, faite de terre calcaire, & artificiellement colorée, qui s'étant fortement imbibée de vinaigre, ſe ſera muë, & aura paru aller en rond, par un effet de l'effervescence qui y aura été excitée. *Cardan* parle dans l'endroit cité de la maniere de préparer de ſemblables pierres fauſſes. „ Les Jouaïlliers dit-il, l'imitent (l'*Aſtri-*
„ *te*,) avec l'*Onyx* de Chacedoine; mais cette pierre perd bientôt
„ ſon éclat & ſes forces, ſurtout ſi la chaleur, ou la ſueur, viennent à
„ la gâter. On en fait de meilleure avec cette eſpece de *Sardoine* bril-
„ lante qui porte le nom de *Carniole*; mais celles qui l'emportent ſur
„ toutes les autres, ſont compoſées de pierres dures & creuſes; car
„ c'eſt dans les cavités que ſe raſſemble la lumiere. „

Pour ne négliger aucune des tentatives, qui pouvoient m'aſſurer de la vérité, j'ai expoſé ma pierre pendant quelques minutes, non à la ſimple chaleur, mais aux charbons ardens; mais, ni ſa couleur, ni ſa dureté & ſa conſiſtance, n'ont ſouffert aucun changement. Je ſuis donc entièrement perſuadé, que la pierre que je poſſéde, eſt véritable, & ſans aucune falſification; & je n'eus aucun doute à cet égard dès le premier moment où je la trouvai dans le ſable, quoiqu'encore groſſière & non polie. *Boethius de Boot* (*) a donné le nom d'*Aſteries* aux pierres que nous appellons *Troches* & *Entroches*; & dans un autre endroit † il avance que l'*Aſtérie*, l'*Aſtroïte*, la *Giraſole* des Italiens, & l'*Opale* des Allemands, eſt une ſeule & même pierre. Cela fait bien voir qu'aucun de ces Auteurs n'a entendu *Pline*; car à l'égard de l'*Opale* l'aſſertion eſt déjà fauſſe, par cela ſeul que *Pline* a traité de cette pierre en particulier; d'où il s'enſuit qu'elle diffère entièrement de l'*Aſtérie*. Ne faudroit-il donc point expliquer le paſſage en queſtion de Pline, ſuivant les idées de l'eſpece de paraphraſe que je vais en donner. *Proxima* (ſcilicet gemma) *candicantium eſt Aſteria*, (id eſt, quæ ſtellis ornata ſuperbit,) - - - - - *quod incluſam lucem pupillæ modo quandam continet*, (id eſt, quoniam

† *Ib.* p. 191.

(*) Dans ſon Traité *de gemmis & lapidibus*, p. 300.

niam ſpatia lucida continet, quæ cum pupilla, vel ſtella in oculis animalium conveniunt,) *ac transfundit cum inclinatione* J'ai rapporté ci-deſſus, que cette derniere circonſtance a lieu dans ma pierre, quand on la penche vers le Soleil. Ajoutez que *Pline* fait mention d'une certaine eſpece d'*Aſterie*, qu'il nomme *Ceraunia*, & qu'il dit qu'elle eſt cryſtalline, & d'une couleur bleuë. C'eſt celle que *Marbodeus* a en vuë dans ces Vers du Chap. XXII. de ſon Livre des Pierres précieuſes.

Ventorum rabie cum turbidus æſtuat aer,
Cum tonat horrandum, cum fulminat igneus æther,
Nubibus illiſis cælo cadit iſte lapillus,
Cujus apud Græcos exſtat de fulmine nomen
Illis quippe locis, quos conſtat fulmine tactos,
Iſte lapis tantum reperiri poſſe putatur.

Puis donc que la pierre que j'ai décrite, s'accorde fort exactement avec ce que *Pline* a dit de l'*Aſterie*, je ne doute point que ce nom ne lui convienne mieux qu'à toutes les pierres, que les Auteurs ont regardées comme des *Aſteries*, d'autant plus que non ſeulement ſa forme, mais encore ſes qualités ne différent que très peu, ou point du tout, de la deſcription de *Pline*. C'eſt ce qui paroit en dernier lieu par ſa dureté, que *Pline* met auſſi au rang des caractères de cette pierre. En effet l'*Opale* des Germains, ou la *Girafole* des Italiens, eſt une pierre molle, qui cede aiſément à la gravure, au lieu que ma pierre ſouffre à grand' peine la poliſſure,

Aut ſi dura ſilex, aut ſit Marpeſia cautes.

Tout ce qui a donc été dit jusqu'ici, fait voir que notre Pierre appartient aux cailloux, & en particulier à l'eſpece que *Wallerius* déſigne, p. 53. & 54. de l'Edition Allemande de ſon Régne minéral, ſous le nom

nom d'*Ouranomorphos*, appellant les Pierres qui montrent des Etoiles peintes, de fauſſes Aſteries. Quant à l'artifice dont la Nature ſe ſert pour imprimer ces figures, c'eſt ce que je n'entreprens point d'expliquer, & dont les Naturaliſtes les plus conſommés ne viendroient peut-être pas à bout. Cependant on peut tirer de ſemblables effets la conſéquence que *Platon* exprimoit en diſant, que *Dieu agit toujours Geométriquement.* De ſemblables Obſervations ſervent auſſi à montrer qu'il ſe trouve ſouvent dans les Ecrits des Anciens bien des choſes que nous n'entendons point du tout, ou dont il n'eſt parvenu juſqu'à nous qu'une notion très obſcure ; ce qui nous engage à les mettre au rang des fables, quoique dans la ſuite des tems on ait occaſion de ſe convaincre de leur réalité, ſoit par quelque coup du hazard, ſoit à force de travail & de recherches.

DISSERTATION

SUR UN POMMIER A TIGE BASSE, EN BUISSON,

D'UNE ESPECE DÉGÉNÉRÉE, FEMELLE, APÉTALE, *ET DE SES VARIÉTÉS.*

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit du Latin.

Parmi ce nombre innombrable d'Arbres, auxquels on donne le nom de *fruitiers*, & qui, en embelliſſant les Jardins, ſont ſi utiles dans l'Oeconomie domeſtique, la plûpart de ceux qui s'appliquent à leurs culture, prétendent que l'extrême variété des Pommiers doit leur faire donner la préférence ſur tous les autres. C'eſt très anciennement, ou plutôt de tout tems, qu'on a fait une très grande eſtime de cet Arbre, qui a non ſeulement ſervi à lui faire conſacrer des ſoins qui ont fort augmenté le nombre de ſes fruits; mais qui, à la faveur d'attentions variées & réïtérées pendant une longue ſuite de ſiècles, ont procuré des améliorations très conſidérables à la bonté des pommes. Les eſpeces de Pommiers cultivées dans tous les climats vont bien aujourd'hui au delà de deux cens; & tous les jours il s'en préſente qui nous font goûter de nouveaux fruits, juſqu'à préſent inconnus. C'eſt ce que *Bauhin* avançoit déjà de ſon temps (*a*). En effet, ſi vous en exceptez peut-être les Poiriers avec les Citronniers & les Orangers, vous ne trouverez nulle-part une auſſi grande variété de fruits, que celle des pommes dans les Vergers d'Allemagne, de France, d'Angleterre, & d'Italie. C'eſt ſans doute ce qui a engagé *Ulyſſe Aldrovandus* à les appeller *la principale gloire des Jardins* (*b*).

Si

(*a*) *Theatr. Botan.* p. 434.

(*b*) *Dendr.* Lib. II. p. 218.

Si l'on veut ajouter foi aux anciens Ecrivains, les Grecs doivent être mis à la tête de ceux qui ont cultivé ces arbres; c'eſt à leur génie, & à leur induſtrie ſinguliere, que nous ſommes redevables en grande partie de cette admirable variété dont nous avons parlé. De Grece les Pommiers furent inſenſiblement transplantés en Italie; & les Romains en faiſoient leurs principales délices du tems de Pline.

Mais ce ſont les Grecs qui ont enſeigné les Romains; & ceux-ci inſtruits, pour ainſi dire, du mérite des pommes & de leurs uſages, s'appliquèrent extraordinairement à en tirer le meilleur parti qu'il leur fut poſſible. C'eſt enſuite des Jardins de Rome que l'art de cultiver les Pommiers s'eſt étendu à d'autres, en Eſpagne, dans les Gaules, & un peu plus tard en Germanie; mais les Germains ſe ſont dédommagés du tems perdu en faiſant à cet égard des progrès, qui ont véritablement pouſſé la culture des Pommiers à ſon plus haut période. Nous pouvons en citer comme autant de preuves inconteſtables tant de grands Jardins, où l'on trouve aujourd'hui une abondance & une variété de pommes, qui n'ont jamais eu d'égales.

Du tems de *Tacite*, où les campagnes de Germanie étoient incultes & couvertes de forêts, les habitans ſe contentoient de fruits ſauvages, poires, pommes, fraiſes, mures, ribettes &c. trop occupés de combats & de pillages pour penſer aux arts qui demandent du repos & une ſorte de délicateſſe.

Je n'ai donc rien à ajoûter ſur l'ancienneté de la culture des Pommiers, mon deſſein n'étant pas de m'enfoncer dans les ténébres de l'Antiquité, pour chercher ſi l'on peut déterminer avec certitude la premiere origine de cet art. Et d'ailleurs on ne pourroit ſe promettre aucune utilité d'une ſemblable découverte. Tenons-nous en donc ſeulement à dire, d'après l'autorité des Anciens, que les habitans de toute la Grece ont parfaitement connu l'uſage des pommes dans les alimens, dans les boiſſons, & dans la Médecine, & que c'eſt pour cela qu'ils ont pris tant de peines pour procurer la perfection & la multiplication de ce fruit.

Un de leurs plus célébres Philoſophes, *Théophraſte*, fait déja mention des pommes dans ſon Hiſtoire des Plantes; & il y indique les principales circonſtances qui concernent leur culture & leur variété. Les noms tirés des différentes contrées, ou Villes de la Gréce, que les diverſes eſpeces de pommes avoient déjà reçu dès ce temps-là, & qui demeurerent en uſage parmi les Romains, ne laiſſent aucun ſujet de douter de l'antiquité de la culture des pommes chez les Grecs. Si je voulois faire une parade déplacée d'érudition, je pourrois m'étendre ſur les Rois & les Princes de l'Antiquité qui ont aimé les pommes, ſur les Gymnoſophiſtes qui en mangeoient, & principalement ſur les diſciples d'Epicure, qui en faiſoient un cas particulier.

Les Romains, inſtruits par les Grecs, ſe ſont rendus fort recommandables aux Nations étrangeres par leur extrême habileté dans l'art de cultiver les Pommiers. *Pline*, dans ſon Hiſtoire naturelle, a rapporté les noms des principales pommes qu'on trouvoit de ſon tems dans les Jardins & dans les Vergers des Romains. Ces noms ſont tirés, les uns des Vents, des Provinces, des Villes & autres lieux; les autres de certaines particularités, telles que la grendeur, la figure, la couleur, l'odeur, la ſubſtance plus déliée, ou plus calleuſe, &c. Il ſuffira de mettre ici les noms ſuivans;

Appiana; Manliana; Claudiana; Libertina; Ceſtia; Quiriana; Mutiana; Sceptiana; Scantiana; Petiſia; Tiburtia; Camerina; Delphica; Laconica; Græcula; Epirotica; Peluſina; Corinthica; Suſiana; Daca; Aquilegienſis, &c.

On trouvera les autres dans les Auteurs qui ont écrit ſur les Jardins & ſur l'Oeconomie de la campagne.

Un bon Commentateur de Pline, *Jaques Dalechamp*, avoit entrepris d'expliquer tous ces noms, en les ramenant à ceux qui ſont uſités aujourd'hui, par une comparaiſon de toutes les eſpeces de pommes dont Pline parle avec celles que nous connoiſſons. Ceux qui veulent

ſe

ſe mettre au fait des principales variétés par lesquelles on diſtinguoit les pommes en Italie, en France, & en Allemagne, depuis le XII. Siecle jusqu'au XVI. les trouveront indiquées dans les Ouvrages de *Pierre Creſcentius*, *Ruellius*, *Valerius Cordus*, *Henri Etienne*, *Jean Bauhin*, *Jerôme Tragus*, *Conrad Geſner*, *Dorſtenius*, *Ben. Court. Symphorien Heresbach*, & d'autres Auteurs, qui ont traité à fonds de tout ce qui concerne les Jardins & la Campagne.

Quoique depuis les tems reculés d'*Ariſtote* & de *Théophraſte* jusqu'aux plus modernes, le nombre des variétés dans les eſpeces de Poiriers & de Pommiers ſe ſoit accrû d'une maniere prodigieuſe dans les païs les plus éloignés de l'Aſie & de l'Europe, cependant perſonne n'a encore appercu, ni reconnu, d'eſpeces naturelles, qui ſoyent véritablement nouvelles. Il n'en exiſte donc qu'une ſeule, la même qui a été connuë de tout temps, & qui, du conſentement unanime de presque tous les Botaniſtes, s'apelle *Malus Sylveſtris*, & en Allemand, *der rechte wilde Holtz-Apfel-Baum.*

Mais il ſe trouve encore une autre Plante, tout à fait différente de la premiere, que nous regardons ſans aucune difficulté, comme l'ont fait quelques Ecrivains du moyen âge, on plus modernes, comme conſtituant une eſpece certaine & naturelle, quoiqu'aujourd'hui on s'accorde à la ranger ſimplement parmi les variétés. *Bauhin* l'appelle *Malum pumilam*, & dit que c'eſt plutôt un arbuſte qu'un Arbre. On lui donne en Allemand le nom de *Johannis-Apffel*, ou *Johannis-Holtz.*

Pour ce qui regarde la premiere eſpece de Pommier, qui a été certainement connuë des anciens Peuples, & dont le climat naturel eſt la Zone tempérée, il n'y a perſonne qui révoque en doute, que ce ſoit une eſpece véritable & très naturelle. Elle naît dans les forêts & dans les brouſſailles, de la ſemence ſauvage qui tombe d'elle-même. Sa racine eſt très vivace, quoiqu'elle ne s'étende pas loin en rampant, & qu'elle ne repouſſe guères de jets. Le tronc qui en ſort eſt aſſez épais,

épais, mais il groſſit lentement, & parvient tard à maturité; à la fin cependant, ſuivant les divers terroirs, il s'en forme un arbre, qui s'éleve à une aſſez grande hauteur, & dont la vie devient aiſément très longue.

Le tronc & les branches ſont compoſés d'une matiere aſſez dure, ou denſe, revêtuë d'une écorce tenace & compacte. Cet arbre, né ſur de hautes montagnes, & dans d'autres endroits expoſé au grand air, & ſitué au Nord, ſe trouve par là en état de ſoutenir toutes les injures des ſaiſons, & en particulier la force du froid. Cette denſité de l'écorce empêche auſſi qu'on ne puiſſe y greffer commodément; au lieu qu'il en eſt tout autrement dans l'autre eſpece de Pommier, dont nous allons à préſent rendre compte.

Au reſte cet arbre reçoit des variations de lui-même dans pluſieurs bois d'Aſie & d'Europe; mais elles portent uniquement ſur le fruit. En effet les pommes ſauvages ſont, tantôt grandes, tantôt plus petites, ou très petites, & elles meuriſſent toutes ſuivant leur nature vers la fin de l'Automne. On en trouve de rayées, de polies, de rouges, de blanches, de mêlangées, d'un jaune verdâtre, les unes d'un goût aigre, âpre, & rebutant, les autres douces, aqueuſes, farineuſes, ou tout à fait inſipides. Mais nous n'avons aucunes obſervations, ou expériences aſſurées, qui ayent encore prouvé, que le Pommier champêtre ordinaire ſe change de lui-même, ou avec le ſecours de l'art, dans le Pommier nain, *Malum fruticoſum pumilum* de *Bauhin.*

Avant que de parler de l'autre eſpece de Pommier, indiquons d'abord les noms employés par les Auteurs pour la déſigner, Nous l'appellons

MALVS, *caule fruticoſo, humili.*

Malus pumila, quæ potius frutex quam arbor. *C. Bauhin. Pin.* 433. fructu candido, aut rubente. *Tourn. Inſt.* 634.

Mala

Mala verna. Chez les Anciens, & entr'autres dans *Theophr.* L. III. *de Cauſ. Plant.* Cap. 23.

Mala Johannica. Symphorien. Hort. Lib. XIII. Cap. 2.

Mala præcocia. Tabern. Hiſt. icon. 998.

Chamelæa, ſeu Malus pumila. *Dodon. Pempt-Stirp.*

En Allemand: *Stauden-Apfel. Wilder Zwerg-Apfel. Johannis-Apfel. Johannis-Holtz.*

Cette Plante, d'une ſi grande néceſſité pour la culture des Pommiers, & qui à cauſe de cela n'eſt point du tout rare dans les Jardins, n'a jamais pourtant été rencontrée par perſonne que l'on ſçache dans les bois, comme y étant née d'elle-même, ſi ce n'eſt quelquefois dans des brouſſailles, & parmi des buiſſons, autour des vergers qui ſe trouvent dans les Villages ou dans les fauxbourgs des Villes, où le hazard tranſporte quelquefois des ſemences qui y germent. Cependant, quoique la patrie de cette Plante ne nous ſoit pas connuë d'une maniere certaine, diverſes circonſtances permettent de conjecturer qu'elle eſt venuë en Italie & en Allemagne des régions Orientales de Gréce & de Dalmatie. On eſt porté à le croire en voyant la fabrique tendre & poreuſe de toute la plante, lorsqu'elle eſt inculte, qui fait qu'elle ne ſoutient que les hyvers ordinaires, ſans pouvoir réſiſter trop longtems à une degré conſidérable de froid, & périſſant plus aiſément que le Pommier ſouvage. Je ne m'arrête pas à examiner, ſi les pommes de cet arbuſte ſont les *Mala Daca* des anciens Romains, ou Grecs.

La différence ſpécifique, qui ſe trouve entre ce Pommier nain & le Pommier arbre, eſt confirmée par pluſieurs marques. Sa ſeule baſſeſſe ſuffiroit pour le diſtinguer de toutes les autres eſpeces qui ſont cultivées; & ce caractère naturel eſt ſi conſtant, que, quand on force par le moyen de l'art notre Plante à devenir un petit arbre de moyenne hauteur, elle ne vit pas longtems, ou redevient bientôt buiſſon, quittant ſon tronc d'arbre, comme ne lui étant pas naturel,

& qui eſt en effet foible & diſpoſé à périr, à moins qu'on n'ait grand ſoin de détruire les rejettons, qui ſortent en abondance des racines. C'eſt là une marque eſſentielle, qui montre que la Plante n'eſt pas un arbre, mais un arbuſte, ou buiſſon, par ſa nature, comme le Nefflier, le Cormier, le Viorne, le Myrte, &c. Cette marque eſt aſſez certaine & conſtante, ſoit que notre Plante vienne de ſemence, ſoit qu'on la multiplie par quelque autre voye poſſible que ce ſoit. Par la même raiſon la culture des Pommiers, continuée pendant pluſieurs ſiècles, n'eſt jamais parvenuë à découvrir que notre Plante puiſſe ſe changer en l'arbre du Pommier ſauvage. A quoi il faut ajouter que le Pommier nain, ſoit venu de lui-même & négligé, ſoit greffé & enté en cent manieres différentes, porte toujours des pommes hâtives, ſçavoir dans les mois de Juillet & d'Août, au lieu que les fruits de l'autre eſpece de Pommiers ne parviennent jamais à maturité, que vers la fin d'Octobre, ou au milieu de Novembre.

La tige de notre Plante eſt d'un bois poreux, dont l'accroiſſement ſe fait vîte ; & l'écorce lâche & pleine de ſuc reçoit & nourrit avec une extrême facilité les greffes étrangéres qu'on y met. Enfin ce Pommier nain a une apparence extérieure ſi marquée, lors même qu'il eſt dépouïllé de feuïlles, que les moindres perſonnes du peuple peuvent le reconnoître à des ſignes diſtinctifs très certains qui ſe préſentent d'abord. Cette certitude & cette conſtance dans les ſignes en queſtion, indiquent ſans contredit une eſpece naturelle, & non une ſimple variété ; & cela étant une fois poſé, nous allons éclaircir & confirmer notre ſentiment par divers témoignages des Auteurs.

Jean Bauhin s'étonne, que *Gerhard* ait compris le Pommier nain ſous le Pommier ſauvage ordinaire ; & *Aldrovandus*, parlant de la nature ſauvage des fruits de cette Plante, dit que les petites pommes précoces, ou *mala verna*, ſemblent être dans les Villes les ſoeurs de ces pommes de la campagne, dont on ne ſçauroit goûter. *Dodonæus* appelle notre Plante *Chamelæam*, ou Pommier nain, & remar-

que

que 1. qu'elle croit en buiſſon, & 2. (ce à quoi il faut ſurtout faire attention,) qu'elle porte, non par un effet de la greffe, mais de ſa propre nature, des pommes hâtives, qu'on appelle dans le Brabant *Pommes de Paradis*, ou de *St. Jean.* Depuis le tems où elles ont acquis leur pleine maturité, *Symphorien* dit qu'on les appelle de S. Jean, *Ioannina*, & il ajoute que leur ſeule prérogative eſt d'être les premieres bonnes à manger, étant alors petites, blanchâtres, & paſſant fort vîte. *Conrad Gesner* a écrit au ſujet de la même Plante, 1. que ſes fruits meuriſſent ſur la fin de Juillet, 2. qu'elle porte des pommes ſemblables à celles de Paradis, (ce qu'il faut rapporter aux variétés de la culture, 3. que c'eſt un arbuſte qui ne s'éleve pas de terre au deſſus de quatre coudées, & 4. que les fruits y viennent dès la racine. Ces attributs de M. *Gesner* ſont très certains & conſtans dans notre eſpece, au lieu qu'ils ne conviennent point du tout au Pommier ſauvage commun, *dem wilden Holtz-Apffel Baume.*

Après avoir ainſi expoſé les remarques qui ſuffiſent pour la détermination de l'eſpece naturelle, il s'agit d'examiner avec un peu plus d'exactitude une certaine variété vicieuſe, tout à fait ſinguliere, qu'on a quelquefois trouvée dans notre Plante dégénérée, mais que tous les Phyſiciens, & les Jardiniers eux-mêmes, ont comptée pour rien, parce qu'elle ne donne que de petites pommes, peu agréables à la vuë & au goût. C'eſt à celle-là que nous nous arrêtons, laiſſant à ceux qui s'appliquent aux travaux de la terre & des Jardins, le ſoin de remarquer les autres changemens qui arrivent dans le fruit de notre Plante, & d'indiquer leurs dénominations.

Cette Plante donc, vicieuſe & dégénérée, conſerve ſa baſſeſſe, ſon air de buiſſon, & toutes les autres conditions qui appartiennent à ſon eſpece naturelle, à la ſeule reſerve de l'efflorescence. Il ſeroit donc ſuperflu d'employer beaucoup de paroles à décrire les autres parties ; c'eſt la fleur qui doit attirer toute notre attention.

On trouve dans les Auteurs les noms ſuivans deſtinés à caractériſer cette Plante d'une maniere diſtinctive.

MALUS *degener, caule humili, fruticoſo, floribus apetalis foemineis.* C'eſt le nom que nous lui donnons.

Malus, *non florens, fructificans tamen.* Gesner, Hort. App.

Malus, *non florida dicta, ſ. Malus ſine flore putata.* Joh. Bauh. Hiſt. I. p. 21. 22.

Malus, *ſine ſemine interius in fructu.* Joach Camer. Hort. Med. & Philoſ.

Malus *fructifera flore fugaci.* Tourn. Inſt. 635. Hort Reg. Paris.

En François: *Pomme-Figue.*

En Allemand: *Apffel ſonder Blüte.*

L'endroit vicieux, par lequel cette Plante s'écarte entierement de ſon eſpece naturelle, n'eſt donc obſervable que dans les ſeules parties des fleurs, qui non ſeulement ſont deſtituées de cette corolle petaloïde, qui exiſte dans toutes les autres fleurs parfaites des Pommiers, mais n'ont pas même les étamines avec les anthères, parties qui ſont regardées comme les organes eſſentiels de la fructification dans les végétaux, & doivent toujours s'y trouver. Pour mieux faire connoître la différence entre la fleur naturelle & parfaite du Pommier, & cette fleur imparfaite & dégénérée, j'ai fait graver ſur la Planche ci-jointe l'une & l'autre, tant de grandeur naturelle, que groſſies par le moyen d'une loupe.

La Figure I. repréſente la Fleur du Pommier parfaite & naturelle; en voici la deſcription, que nous conſerverons ici ici en Latin.

Perianthium, *quinquefidum, æquale & patens.*

Corolla *roſacea, pentapetala, æqualis & patens.*

Stamina

Stamina *plura, (ſæpius 10. ad 20.) ſimplicia, ſubulata, perianthio ad baſin laciniarum inſerta ſunt.* A, *a.*

Ovarium, *ſ. germen in perianthio infra florem poſitum eſt* B. b. *e quo ſurgit* ſtylus *ſimplex, in* ſtigmata 4 *vel* 5 *ſimplicia, craſſiuſcula, in apice paululum inclinata & aperta* c. *diviſus.*

La Figure II. repréſente aſſez diſtinctement la fleur vicieuſe de notre Pommier dégénéré, laquelle eſt tout à fait nuë, & porte un piſtille. Elle eſt peinte de grandeur naturelle, & conſidérablement groſſie au Microſcope.

Perianthium 5. *laciniis diſtinctum* A. a. *& loco petalorum* 5 *foliolis anguſtis, acuminatis, quadruplo, vel ſextuplo minoribus, cum calycis laciniis ejusdem texturæ atque coloris auctum eſt, quæ foliola ipſis laciniis appoſita ſunt, & ad baſin eorundem connata,* c.

Corolla Fig. I. *deficit, & florem itaque apetalum, ſeu nudum relinquit.*

Stamina *ſuperius indicata nulla adſunt, nec ullum unquam nobis veſtigium aut rudimentum apparuit.*

Piſtillum *ceu eſſentiale ſexus fœminei organon florale ſemper adeſt, & in plurimis floribus a nobis perluſtratis omni vitio caruit.*

Ovarium *florem ſuſtinet paulo gracilius quam in flore naturali* B. b. *&* Stylum *emittit ſimplicem in* ſtigmata 9. *vel* 12. *diſtinctum, quæ in extremitate nonnihil inclinata craſſiuſculæ & aperte cava ſunt.* d.

Cette deſcription s'accorde avec celle que *Rud. Camerarius* a fournie dans ſa belle Lettre *ſur le ſexe des Plantes*, où il montre une parfaite connoiſſance des parties de la fructification dans notre Plante dégénérée, qui ſont vicieuſes, les unes par défaut, les autres par excès, & en donne une explication fort nette. En parlant du *piſtille*

qui peut varier, ſoit pour la grandeur, ſoit pour le nombre des *ſtigmates*, ſans préjudice notable de la fécondation, il s'exprime ainſi ; *Medium occupant plura erecta filamenta, ſeu ſtyli uterorum, quæ alias ſtaminibus apiculatis ambiri & perfundi ſolent, ipſis tamen his deſtituta.* Mais comme les fleurs ſont deſtituées d'étamines garnies d'anthères, ce qui eſt contre nature, en ſorte que ce défaut donne une plante femelle vicieuſe, & que la Plante en queſtion n'a point, comme celles dont le ſexe eſt diſtinct, une plante mâle deſtinée par la nature à la féconder, ce ſavant Ecrivain croit que les ſommets ne ſont peut être pas toujours totalement ſupprimés, ou exclus, & qu'ainſi on ne doit pas s'étonner, ſi quelquefois une certaine portion des étamines mêmes ſe gliſſe parmi tant de fauſſes fleurs, & en rend une ou deux fécondes.

Je ſouſcrirois ſans peine au ſentiment de cet habile homme, d'autant plus qu'il ne renferme aucune contradiction, ſi dans le grand nombre de ces fleurs que j'ai examiné jusqu'à préſent, j'avois jamais trouvé quelque rudiment, ou le moindre veſtige d'étamines. Il ne m'importe d'ailleurs guères, ſi cette inſperſion de la pouſſière des anthères, ou ſuffuſion pulvérulente du ſtigmate, arrive quelquefois dans notre Plante de la maniere que *Camerarius* l'a conçu, ou ſi la choſe ne s'exécute pas plutôt par le moyen des fleurs étrangeres des Pommiers les plus voiſins. Il ſuffit que le piſtille, ſuivant le témoignage de ces Auteurs, & mes propres Obſervations, eſt le plus ſouvent exempt de tout défaut; & qu'en recevant nos idées, l'inſperſion ſeminale propre à féconder peut y arriver également, & tout comme ſe fait la fécondation des végétaux, que les Plantes naturelles, dont le ſexe eſt diſtinct, & qu'on nomme à cauſe de cela rélatives, ſe transmettent réciproquement.

Mais, quand nous accorderions que la projection fortuite de la pouſſière des antheres ſur les ſtigmates, ne pourroit pas s'effectuer par une autre Plante éloignée ſur notre Plante hybride, il ne laiſſe pas d'y avoir toujours un autre moyen, une autre voye artificielle de fécondation, laquelle arrivant en plein air, ne peut être empêchée par aucune pré-

précaution. Les Botaniſtes ont gardé jusqu'à préſent un profond ſilence ſur cette ſorte de fécondation, quoique très ordinaire. Il eſt à la vérité certain que la ſtructure, la ſituation, le lieu, & la connexion de chaque corolle, calyce, anthère, ou piſtille, ne permettent pas l'exploſion, ou la réception de la pouſſière des anthères entre des Plantes diſtinctes les unes des autres ; beaucoup moins peut-elle ſe faire par quelque vertu propre & innée : cependant elle n'en arrive pas d'une maniere moins aſſurée.

Les Abeilles, & cette grande quantité d'autres Inſectes qui ſe poſent ſur les fleurs, & dont les petits corps ſont en partie garnis de poils, ſont les ſeuls inſtrumens qui, ſans autre ſecours, parachevent cette fécondation artificielle & inattenduë, au grand étonnement de ceux qui ignorent la cauſe d'un phénomene auſſi ſimple. On s'en tient à rendre raiſon de cette fécondation par une exploſion fortuite, incertaine, & tout à fait vague de la pouſſière des anthéres, & par la ſuffuſion des piſtilles ; ce qui n'eſt fondé ſur aucune Expérience véritable. Nous ne faiſons ici mention qu'en deux mots de cette fécondation artificielle très ſimple, nous réſervant d'en dire à la premiere occaſion des choſes plus certaines, & avec plus d'étenduë.

Ces animalcules donc, qui ſe trouvent dans les champs, dans les près, dans les Jardins, & dans les bois, s'attachent ſans choix à presque toutes les Plantes en fleur, à l'exception d'un petit nombre, & en tirent en partie leur miel des *nectaires* des diverſes fleurs, qui le plus ſouvent ſont fort profondément cachés au dedans du calyce ou de la corolle, en partie leur cire qu'ils forment de la pouſſière des anthéres. Or, en paſſant d'une fleur à une autre d'un genre différent, ces petits inſectes ont la partie veluë de leurs corps toute chargée d'une grande quantité de diverſes pouſſières des anthéres qui s'y ſont attachées, & ils pénétrent fort vite & à une grande profondeur les cavités des fleurs, où ils ne s'arrêtent qu'un inſtant. Quand donc des Abeilles, par exemple, toutes poudreuſes appliquent avec force leur petit corps entre la *corolle* étroite, & qui penche vers la partie onctueuſe

ſe du *piſtille*, ou le *ſtigma*, alors les globules étrangers de la pouſſiè-re des anthères s'attachent au ſtigma. Il ne faut donc pas s'étonner, quand, par exemple, de la Scabieuſe & de la Lychnide, du Marrubin & de la Meliſſe, du Convolvule & de la Campanule, du Chou & de la Rave, de la Véronique & de la Verveine, ou du Lycope, & des au-tres Plantes malvacées, cucurbitacées, des Napethes, des Thalichtres, des Chenopodes, & d'autres entre la ſtructure des fleurs desquelles la Nature a mis beaucoup d'affinité, il nait de tems en tems de nouvel-les Plantes, ou des hybrides, qui n'avoient point encore été vuës. Cette fécondation inconnuë & négligée a ſouvent jetté dans l'erreur les les Obſervateurs, lorsqu'ils ont vû des Plantes femelles, comme la Spinacée, le Chanvre, &c. porter dans les Jardins des ſemences par-faites & fécondes ſans le ſecours des Plantes mâles. De telles Obſer-vations incomplètes les ont engagés à attaquer le Syſtème de Botani-que fondé ſur les ſexes, & à révoquer en doute la certitude du ſexe même des Plantes. Ce ſont des matieres dont je parlerai plus au long à la première occaſion.

Retournons au vice floral de notre Plante dégénérée, dont il con-vient de placer la vraye cauſe dans la ſtructure irréguliere du *thalamus*, ou du reſervoir de la fructification, irrégularité qui vient conſtamment du trop petit nombre de vaiſſeaux. Ces vaiſſeaux, dans les fleurs par-faites de Pommier montent par le *thalamus* à l'*ovaire*, & y parviennent finalement aux étamines qui ſont diſtribuées ſur le bord du calyce & à la corolle; l'anatomie de ce fruit pulpeux fait connoitre leur ſituation, & montre combien leur quantité eſt grande. Or le défaut de ces vaiſſeaux dans le reſervoir de le fructification, ſemble nous indiquer le vice, du-quel dépend principalement le dévelopement irrégulier & imparfait des parties de la fleur, dont pluſieurs Plantes, comme la Valériane, les Cacubales, les Lychnides, & d'autres ſont foi; car, bien qu'on les re-garde vulgairement comme des Plantes dioïques, c'eſt ſeulement un dé-faut du thalamus, qui les prive de quelcun des organes de la génération.

Came-

Camerarius que nous avons déjà cité, s'étonne de ce défaut de la corolle & des étamines, & dit à ce ſujet: *Quid cauſæ ſit, cur arbor iſta, nec petala, nec apices ferre poſſit, vel inde obſcurum mihi manet, quod nec primam originem ipſius, ſive qua ratione talis producatur, hactenus reſciſcere potuerim.* Et dans la deſcription de notre Plante, il ajoute, *illam eſſe arborem exiguis admodum pallidisque floribus præditam, & haberi etiam ſine ſemine in fructu;* ce qui eſt inconteſtable par ce que nous avons dit ci-deſſus.

Gesner appelle notre Plante *Malum non florentem, tamen fructificantem*, dénomination erronée, qui s'accorde avec le nom de *Pomme-figue*, qu'elle porte en François, & qui indique un fruit né ſans fleur, c'eſt à dire, ſans effloreſcence petaloïde, ſuivant l'expreſſion dont on ſe ſert en Allemand pour déſigner la même Plante, *Apffel ſonder Blüte.*

Tournefort nomme la fleur de notre Plante *fugace*, quoiqu'elle ſoit cependant fort durable, & ſuivant ſon hypotheſe, c'eſt une vraye *apetale.* Ce qu'on trouve dans l'*Hiſtoire* des Plantes de *Jean Bauhin* eſt plus certain, & vaut beaucoup mieux; & à l'exception de *Camerarius*, perſonne n'a peut-être mieux rencontré que lui dans les paroles ſuivantes: *Elegans hoc mali genus e regio illo Illuſtriſſ. E. C. Wirtembergicæ horto Stuttgardiam a radice, (quibus abundare ſolet,) avulſis ſurculis & ſtolonibus in E. C. hortum Montebelgartenſem tranſplantavimus. Et jam in pulchras arbuſculas excrevere, quæ quarto anno loco florum, in fine Aprilis & initio Maji, protulerunt foliaceam muſcoſam quandam congeriem viridem, velut florum rudimentum quoddam, vel ſane diſtinctum a reliquis floribus pomorum omnibus, vindicans, & calyculo longo quinquepartito ſubhirſuto*, &c. *Bauhin* va plus loin, & continuë en ces termes: *His (ſc. rudimentis,) inter folia conſtitutis, & velut e ſinu eorum emerſis, ſuccedunt ſingu-*

lis ferme annis fructus, ſeu poma, duas uncias alta & totidem lata, anguloſa, ut quædam pene quadrata videantur, pediculo breviſſimo, colore luteolo, carne tenera, acidula, ſapida admodum, quod norunt & veſpæ, & aliæ muſcæ, quæ Julio & Auguſto, quo tempore apud nos matureſcunt, ea arrodunt. Solent carere ſeminibus. Enfin il ajoute à ſa deſcription ce qui ſuit : *Quid ſi ſemen non ferat, aut ſaltem non integrum atque perfectum, quod neque florem integrum, vel reliquarum malorum more formatum edat? Hæc cauſa ex interiori principio, (ſecundum* Thophraſtum *& alios forte,) deſumta. Eſt enim flos fructus principium, & prævia quædam diſpoſitio. Sed cur non fert florem, aut talem, qualem ceteræ? Dic tu qui es Philoſophus.*

Après avoir ainſi expoſé tout ce qui peut répandre du jour ſur l'état vicieux de la fleur de notre Plante, il ne me reſte qu'un mot à dire ſur l'uſage que les Phyſiciens lui attribuent. Les Oeconomes, les Jardiniers, & tous ceux qui ſe piquent de délicateſſe, ont tout à fait négligé pendant longtems cet arbuſte, parce qu'il n'eſt point agréable à la vuë, ni ſon fruit au goût; & on l'a en quelque ſorte abandonné aux Curieux qui s'appliquent à une étude particuliere de la Nature, pour en faire l'objet de leurs Expériences, & déterminer avec certitude tout ce qui concerne ſa fécondation artificielle. Car les fleurs de notre Pommier dégénéré, vû la parfaite intégrité du *ſtigma* & de l'*ovaire*, ſont parfaitement ſemblables aux fleurs femelles des autres Plantes, & rempliſſent exactement les mêmes fonctions. Pour s'en convaincre il n'y a qu'à planter des tiges de nos Plantes, qui ayent trois à quatre ans, & ne ſoyent pas encore formées en arbuſtes, autour de diverſes eſpeces de Poiriers, Pommiers, Néfliers, &c. on verra que l'année ſuivante elles porteront une quantité conſidérable de fleurs.

On

On ne doit point douter non plus, que les Pommes de notre arbuſte ne renferment des ſemences fécondes, propres à une propagation ultérieure, & qui, en les ſemant, produiroient une nouvelle eſpece, ou variété de pommes, jusqu'à préſent inconnuë. Ainſi notre Plante, quoique vicieuſe & dégénérée, n'auroit qu'à être cultivée pour devenir le principe fécond de pluſieurs changemens, qui fourniroient des preuves nouvelles & inconteſtables de l'analogie qu'il y a entre la génération des Plantes & celle des Animaux.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES SUR DES PIERRES TROUVE'ES DANS LES DIFFÉRENTES PARTIES DU CORPS HUMAIN.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

Il n'y a preſque aucune partie du Corps humain, où l'on n'ait trouvé des pierres. Il s'en rencontre juſques dans la plus mollaſſe du Corps, dans le viſcère le plus ſubtil, c'eſt le Cerveau, où la glande pinéale eſt ſouvent pierreuſe, ou mêlée dans ſa ſubſtance de petits grains de ſable. Pluſieurs Anatomiſtes ont même trouvé cette glande entierement pétrifiée, en dépit de l'hypotheſe Cartéſienne, qui en avoit fait le ſiège de l'ame. Pour moi, je l'ai ſeulement obſervée fort ſouvent compoſée en quelque ſorte de grains de ſable, & de ſa ſubſtance corticale; & me propoſant de rendre compte dans ce Mémoire des concrétions pierreuſes que j'ai obſervées dans pluſieurs parties du corps humain, je vais commencer par celles du cerveau.

Pluſieurs Anatomiſtes, & entre autres Mr. *Güntz*, (*) célébre Médecin du Roi de Pologne à Dreſde, ont obſervé la glande pinéale pétrifiée, ou plutôt remplie de petites pierres, dans des cerveaux humains de perſonnes qui avoient été inſenſées pendant leur vie, & qu'on avoit diſſéquées après leur mort. Comme ces ſortes d'Obſervations ſouvent réïtérées peuvent ſervir à faire mieux connoitre l'uſage de diverſes

(*) Voyez le Programme pour la Diſſertation de Mr. le Docteur *Gernet; de ſiccitatis ſenilis effectibus.* Lipſiæ 1753.

verſes parties du cerveau, je vais en rapporter quatre que j'ai faites l'hyver dernier.

I. Une femme âgée de cinquante ans, devenuë folle longtems avant ſa mort, n'avoit eu d'ailleurs aucune partie du corps attaquée, à l'exception de l'enflure des pieds. Le cerveau ne donnoit aucune marque de ſa deſtruction; ſeulement ſes veines étoient remplies d'un ſang noir: mais dans la glande pinéale il y avoit trois grains de ſable, qui avoient la couleur & la dureté de petits cailloux, & qui étoient de la groſſeur d'un ſixième de lentille.

II. Dans le corps d'un autre homme, qu'on avoit toujours tenu enchaîné, parce qu'il étoit furieux, d'ailleurs robuſte & gras, il n'y avoit rien à remarquer que les yeux rouges & gonflés de ſang; les viſcères n'indiquoient aucune deſtruction viſible dans la ſubſtance. Les veines de la ſurface du cerveau étoient auſſi gonflées de ſang; mais la ſubſtance même étoit naturelle & ſolide. La glande pinéale n'avoit ſouffert aucune altération; & il ne ſe trouvoit aucune pierre dans ſa ſubſtance corticale, qui tenoit par ſes jambes aux thalames des nerfs optiques.

III. Une fille de huit ans, qui avoit été longtems folle, n'avoit de changement dans aucune partie du corps, que dans les glandes du meſentére, qui étoient ſquirreuſes; le poûmon droit étoit auſſi pourri dans ſon lobe ſupérieur. En injectant de la cire dans les vaiſſeaux du cerveau, la ſubſtance corticale ne montra aucune corruption, ni partie pétrifiée; la ſurface de la dure-mère étant polie & dans ſon état naturel.

IV. Si l'on n'a vû que peu ou point de pierres dans les trois Obſervations précédentes, on peut dire que la quatrième en fournira pour toutes les autres; & je la crois unique dans ſon genre (*). Il

(*) On pourroit lui comparer celle de Mr. *Kerckring*, qui eſt la XXXV. de ſon *Spicilegium Anatomicum*; mais cette Obſervation eſt pourtant fort inférieure à la nôtre.

s'agit du corps d'un homme de vint-huit ans, qui avoit été fou furieux pluſieurs années, & qui mourut à l'Hôpital des foux en Janvier 1754. C'étoit un corps qui montroit de l'embonpoint & de la vigueur; & il n'y avoit aucun changement viſible dans les viſcères du bas ventre & de la poitrine. Après avoir injecté les vaiſſeaux de la tête, je l'ouvris; & ayant ôté la partie ſupérieure du cerveau, au deſſus des tentes de la cervelle, dans le lobe poſtérieur de l'hémiſphère gauche du cerveau, derrière la glande pinéale, dans la corne poſtérieure du ventricule tricorne, une ſubſtance dure, inégale, envelopée dans une membrane forte, & environnée de la matiere bleuâtre du cerveau. Après avoir écarté tout ce qui l'environnoit, je vis une grande pierre
Fig. I. blanchâtre, raboteuſe & inégale, comme la Figure ci-jointe la repréſente. La ſubſtance de cette pierre reſſembloit à celle de la pierre ponce, & differoit de celle de toutes les autres pierres qu'on trouve dans le corps, étant fibreuſe & fort legère, ne peſant que deux dragmes & dix-huit grains, & ſa couleur reſſemblant beaucoup à celle de la ſubſtance corticale du cerveau. La ſurface étoit outre cela garnie partout de petites pointes, qui ſortoient de la ſubſtance. La membrane (*) qui lui ſervoit d'envelope, étoit pourvuë de quantité de vaiſſeaux ſanguins, qui étoient en cohéſion avec ceux de la pie-mère. Quant à la cauſe de ſa formation, il eſt fort problable que les vaiſſeaux lymphatiques du cerveau, répandus dans la membrane qui envelopoit cette concrétion pierreuſe, avoient exhalé leur liqueur dans la cellule; & que cette liqueur n'étant point abſorbée par les veines, s'y eſt durcie & pétrifiée, comme cela arrive ordinairement à la lymphe croupiſſante du corps humain, & à celle du cerveau, ce que témoignent les pierres de la glande pinéale, & celles des artéres, dans leſquelles arrive ſouvent cette pétrification de la liqueur la plus ſubtile qui s'exhale entre leurs membranes. On conçoit par là, comment l'exhalation ſenſible de la liqueur a formé les pointes de la ſurface, par de petites additions continuelles, juſqu'à ce que la grandeur exceſſive de ces pointes a cauſé un

(*) Voyez Fig. I. *lit.* a, où l'on remarque un trou fait dans l'envelope membraneuſe.

un excés d'irritation & de compreſſion qui a terminé la triſte carrière de ce miſérable. A l'exception de cette pierre, que j'ai eu ſoin de conſerver, je ne pus remarquer aucun changement dans le reſte du cerveau. J'ai deſſein de continuer, s'il plait à Dieu, ces ſortes d'obſervations.

Mais, dès à préſent, je crois devoir remarquer, que les pierres qui ſe forment dans la glande pinéale ne ſçauroient guères être priſes pour la cauſe de l'égarement des foux; vû qu'il n'y a rien de plus commun dans cette multitude de cadavres que nous avons occaſion de diſſéquer, que de trouver de petites pierres dans la ſubſtance de la glande pinéale. Cela m'eſt arrivé ſouvent, en faiſant la démonſtration des parties de divers cerveaux, qui n'étoient point de perſonnes dont on ſçut qu'elles euſſent eu quelque aliénation d'eſprit. Parmi les Obſervations précédentes, la ſeconde & la troiſième, où il s'agit de fous furieux, combattent même cette ſuppoſition, puiſqu'on ne trouva dans leur cerveau aucune trace de pierres, ni en général aucun changement. Cela fait voir qu'il ne faut qu'un dérangement imperceptible à nos yeux pour troubler l'eſprit, & qu'il en peut réſulter les mêmes effets que du cas indiqué dans la derniere Obſervation, où cette pierre raboteuſe, ſuſpenduë par les vaiſſeaux de ſa membrane, en irritant continuellement la ſubſtance du cerveau, a mis le déſordre dans la ſuite des penſées, & privé ce malheureux du jugement. On a pluſieurs Obſervations de cas où la ſubſtance de la cervelle s'eſt durcie, ſans que l'eſprit en ait ſouffert; ce qui mène à cette concluſion, que la ſécrétion du fluide nerveux requis pour les penſées ſe fait principalement dans le cerveau, dont la ſubſtance irritée, ou fortement altérée, répand la confuſion dans les idées, & produit la folie.

Une eſpece de pierres tout à fait différentes, que l'on trouve dans les autres parties du Corps humain, ce ſont celles de la bile, qui preſque toutes ſont inflammables, & la plûpart moins dures que les autres. Il y a entre ces pierres & les autres une fort grande différence, tant à l'égard de leur ſubſtance, que de leur forme, ou figure ex-

externe. Les Anatomiſtes (*) en ont fait le ſujet de pluſieurs Obſervations; & je vais y ajoûter les miennes.

D'abord, quant à la figure externe & à la grandeur, j'en ai trouvé une extrèmement grande, formée par diverſes couches de la bile endurcie * autour du noyau d'une ſubſtance encore plus dure. Cette pierre, qui étoit dans un corps hydropique, rempliſſoit toute la veſicule de la bile, & même la dilatoit. Sa figure étoit cylindrique, ayant ſes deux extrèmités terminées en ovale. Celle qui étoit au fonds **, étoit moins polie que celle, *** qui regardoit vers le col. La pierre entiere étoit un peu courbée, comme la Figure I. † le fait voir; on l'y a deſſinée exactement d'après nature. Elle étoit longue de cinq pouces & demi; & le diamètre de ſa plus grande groſſeur étoit d'un pouce & quatre lignes; ſa circonférence avoit quatre pouces & demi. Elle peſoit une once & ſix dragmes. Sa ſubſtance étoit inflammable, laiſſant un charbon terreſtre, & fort friable. Outre cette grande pierre qui rempliſſoit la veſſie, il y en avoit une autre †† qui bouchoit tout à fait le conduit excrétoire de la bile, à l'endroit où il va percer le duodenum, dont le conduit étoit groſſi juſqu'à neuf lignes de diamètre. Cette petite pierre, deſſinée dans ſa ſituation & grandeur naturelle, étoit de la méme ſubſtance que l'autre, & ſa figure reſſembloit à la moitié d'une noix confite coupé en travers.

* Planche II. *Fig.* II. *lit.* a. a.

** *Fig.* I. *lit.* A.

*** Ib. *lit.* B.

† *Tab.* II. *Fig.* I.

†† *Tab.* II. *Fig.* II. *lit.* C.

J'ai trouvé encore dans un autre corps deux pierres de cette eſpece ovale, mais beaucoup plus petites, qui étoient tellement jointes enſemble, que le gros bout de l'une étoit ſitué dans une petite concavité de celui de l'autre. Mais elles étoient moins terreſtres & plus inflammables que la précédente, laiſſant un charbon qui reſſembloit à un peu de ſuye.

L'eſpece la plus commune de pierres de la bile, eſt celle dont la forme eſt triangulaire, ſphérique, ou platte. Les pierres de cette eſpece

(*) Mon digne Maitre ſurtout, Mr. *de Haller*, a donné une Collection d'Obſervations ſur les pierres de la bile, dans ſon Programme pour indiquer la Diſſertation de Mr. *Oeder*, en 1749.

eſpece étant brulées, ne laiſſent pas beaucoup de charbon, & brûlent comme de la cire d'Eſpagne. La couleur en eſt toujours brune, & la grandeur fort variable. J'en ai trouvé dans une veſſie juſqu'à quatre-vingt deux, dans une autres trois grandes, dans une autre deux, les ſurfaces toutes bien polies, & comme marbrées.

L'inflammabilité de cette eſpece ſurpaſſe celle des pierres dont la couleur eſt blanchâtre; elles ſont plus molles, & preſque toujours irrégulièrement arrondies. Dans le corps d'un Vieillard, j'ai trouvé la veſicule de la bile toute pleine de ces pierres, & féche en dedans; & la veſſie du même homme étoit toute remplie par une grande pierre. Dans un autre corps je trouvai deux pierres groſſes & rondes, d'un demi-pouce de diamêtre chacune.

Les plus inflammables, qui ne laiſſoient aucun charbon après elles, mais qui brûloient comme de la cire, ou s'écouloient comme de la poix, étoient celles qui par la couleur reſſembloient auſſi à la poix, & d'une figure cubique. J'en ai trouvé plus de cent dans une ſeule veſſie, toutes de la même eſpece & figure. On trouve auſſi de ces pierres cubiques, qui ſont brunes, mais beaucoup moins inflammables & qui ne différent point dans leur ſubſtance des pierres triangulaires ſusdites.

Il n'y a pas grande différence par rapport à l'inflammabilité entre les pierres cubiques, couleur de poix, & celles de la plus petite eſpece, dont une veſſie contient quelquefois plus de cinq cens, comme de gros grains de ſable de différentes figures & grandeurs. Celles-ci étoient pourtant un peu plus jaunes que les pierres couleur de poix, tenant le milieu entre ces dernieres & les blanches.

Il reſte l'eſpece de pierres de la bile les moins inflammables, qui ſont tout à fait noires, ou d'un brun foncé, petites, dures, friables, & d'une ſurface inégale. Quelques unes ſont comme cryſtallifées, ayant de petits cryſtaux, ou tubercules, attachés à un corps moyen *. Les pierres de cette eſpece que j'ai trouvées, ne brûlent pas, mais * *Fig.* III.

à la flamme d'une chandelle elles étinceloient ſeulement, conſervant la même groſſeur.

Pour tirer à préſent une concluſion des obſervations que j'ai faites ſur ces différentes eſpeces de pierres, je dis, que plus elles ſont legères, plus auſſi elles ſont inflammables, approchant de la couleur de la poix, & exemtes de parties terreſtres. Après celles-ci, les plus blanches, les plus polies, & qui ſont auſſi legères, ont le plus d'inflammabilité; mais elles différent des précédentes en ce qu'elles laiſſent un charbon, qui eſt pourtant moins grand & moins terreſtre que celui des pierres brunes. Au contraire, plus les pierres ſont grandes, & approchent de la couleur noire, moins elles ſont inflammables, & plus elles contiennent de parties terreſtres. Celles qui ſont tout à fait noires, ne ſont preſque point inflammables. Ainſi les Expériences précédentes mettent en état de juger de l'inflammabilité de ces pierres par leur couleur & par leur lègereté. Cette qualité leur vient du principe inflammable du corps humain, c'eſt à dire de l'huile, ou de la graiſſe, abſorbée par les vaiſſeaux, pour former la bile.

Je paſſe de cette eſpece de pierres à celles qui ne ſont point du tout inflammables, mais qui conſiſtent en un ſimple amas de parties terreſtres du Corps, liées enſemble à l'aide de cette colle naturelle, qui ſe trouve dans la lymphe.

Les plus grandes & les plus communes de ces dernieres, ce ſont celles qui ſe trouvent dans les parties qui ſervent à la ſéparation de l'urine, les reins, le baſſin des reins, l'uretre, & la veſſie de l'urine. Je vais décrire celles que j'ai eu occaſion d'obſerver.

Je commence par un cas des plus ſinguliers, où le baſſin du rein droit, avec ſes trois branches, étoit rempli de quatorze pierres de différente groſſeur & grandeur, ſans aucune deſtruction de la ſubſtance du rein même. C'étoit dans le corps d'une femme de cinquante ans, dont le rein gauche n'étoit qu'une petite maſſe charnuë, * ſans aucune ſtructure réguliere; car la ſubſtance tubulaire manquoit tout à fait

* *Tab.* III. *Fig.* I. *lit.* D.

fait, & il n'y avoit que la vaſculaire, ou corticale. Il n'y entroit que de petits vaiſſeaux ſanguins, tant artères * que veines; ** & l'urethre à ſa ſortie n'étoit qu'un filet membraneux, *** ſolide, ſans aucune cavité, qui ſe terminoit dans les fibres de la veſſie de l'urine, à l'endroit qui s'appelle le ſinus gauche.

* *Tab.* III. *Fig.* I. *lit.* K.
** Ib. *lit.* H.
*** Ib. *lit.* N.

Le rein du coté droit † étoit une fois plus grand qu'à l'ordinaire, & le baſſin du rein †† ſortoit de ſa ſinuoſité. C'eſt dans le baſſin *) qu'étoit ſituée la plus grande des pierres ſusdites; elle commençoit par trois branches cylindiques, des trois branches membraneuſes qui entrent dans le ſinus rénal; **) enſuite elle ſe dilatoit, & finiſſoit au commencement de l'urethre, par un bout plus étroit, & arrondi, tel qu'on le voit dans la Figure ***). Elle étoit plus convexe à ſa ſurface antérieure, & plus plate à la poſtérieure. Elle étoit toute inégale, & couverte de petits bourons jaunâtres, qui reſſembloient à la matiere cruſteuſe qui ſe dépoſe ordinairement de l'urine. Les autres pierres rempliſſoient les conduits membraneux, ou rameaux du baſſin rénal; les plus grandes étoient ſituées dans le ſupérieur; †) deux moins groſſes occupoient le rameau du milieu; ††) & dans l'inférieur il y en avoit deux rangs, * celui d'enhaut de trois pierres, & celui d'embas de ſix, qui depuis la groſſe pierre du baſſin alloient, en diminuant de grandeur, aboutir au commencement de ce rameau. Toutes ces petites pierres avoient la ſurface plus polie que la groſſe; & elles étoient incruſtées de matiere précipitée de l'urine. Leur ſubſtance miſe en poudre ne faiſoit pas beaucoup d'effervescence avec l'eau forte, ſeulement au bout de quelques minutes, & laiſſoit au fonds une partie indiſſoluble; ce qui prouve qu'elle contenoit une terre alcaline, unie par une grande quantité de la colle, ou viſcidité, du ſang. Malgré toutes ces pierres, la ſubſtance tubulaire ** du rein juſqu'aux mammelons étoit tout à fait dans ſon état naturel, ſans la moindre corruption, de ſorte qu'après la compreſſion de la ſubſtance tubulaire, les ouvertures des mammelons rénaux laiſſoient écouler leur liqueur ordinaire. L'urethre, étoit, comme on le voit dans la Figure, dilaté ſuivant ſon état naturel, & ne contenoit point de pierre, non plus que la veſſie.

† No. 1. *lit.* C.
†† No. 1. *lit.* N.
*) *Fig.* II. *lit.* a a.
**) *Fig.* II. *lit.* b. c. f.
***) *Fig.* II. *lit.* S.
†) *Fig.* II. 1. 1.
††) *Ib.* 2. 2.
* *Ib.* 3. & 4.
** *Fig.* II. *lit.* R.

* *Tab.* IV. *Fig.* I. *lit.* A. Dans un autre Corps je trouvai le rein du côté droit * une fois plus grand; mais celui du côté gauche étoit environné d'une grande quantité de graiſſe, qui pénétroit juſques dans l'intérieur du rein. ** *Ibid. lit.* B. Après avoir ôté ce rein, ** je le trouvai d'une ſubſtance mince, & preſque calleuſe. Le baſſin de ce rein *** étoit élevé par devant, & inégal, & ſur ce baſſin les vaiſſeaux, † tant artères que veines, ſe diſtribuoient dans la ſubſtance du rein.

*** *lit.* C.

† lit. *a. b.*

Après avoir ouvert la membrane du baſſin rénal, je trouvai une pierre inégale, †† d'une figure irréguliere, qui, vers la ſubſtance du rein, ſe terminoit en quelque maniere en deux groſſes & courtes branches; vers l'urethre ſa groſſeur diminuoit, & il finiſſoit en ovale. Outre cette grande pierre, il y avoit une petite pierre preſque ovale, ††† dans un ſac particulier, qui communiquoit avec celui de la grande pierre. Ces pierres étoient incruſtées d'une ſubſtance blanche, friable, qui reſſembloit à de la chaux: la ſubſtance intérieure étoit plus dure, & ſemblable aux pierres ſelenites. La croute extérieure, miſe en poudre, fermentoit d'abord avec l'eau forte, & ſe diſſolvoit entièrement, au lieu que la ſubſtance intérieure réſiſtoit longtems, & il en demeuroit au fonds une partie en pouſſière indiſſoluble: ce qui prouve que cette croûte blanche eſt d'une nature plus alcaline que la ſubſtance intérieure.

†† *Fig.* II. *lit.* A.

††† *lit.* B.

Outre cette ſorte de pierres, j'en ai encore trouvé pluſieurs autres dans des reins ulcérés; mais comme il n'y a rien dans la grandeur & dans la variété de ces pierres, qui approche des Obſervations que d'autres ont faites, je n'en ferai aucune mention, pour ne pas ennuyer les Lecteurs par des choſes trop communes.

J'ajouterai ſeulement, pour faire connoître la figure des pierres naiſſantes dans le baſſin du rein, une ſeule Obſervation ſur une pierre trouvée dans le baſſin du rein gauche d'un homme de vint-quatre ans. Elle avoit parfaitement la figure d'une petite amande, dont la pointe étoit ſituée au commencement de l'urethre. Du reſte la ſubſtance étoit la même que celle des pierres dont je viens de parler. D'où l'on peut faci-

facilement conclurre, que les pierres de cette ſorte irritent extrêmement les parties membraneuſes, tant par leurs pointes que par leurs bords trenchans.

Quant aux pierres de l'urethre, je n'en ai obſervé qu'une ſeule fois trois dans un enfant de ſept ans. Après qu'on eut enflé l'urethre, on trouva que deux de ces pierres ne tenoient à rien, & que celle qui ſe trouvoit le plus proche de l'inſertion dans la veſſie étoit adhérente. La plus grande l'étoit trois fois plus qu'un pois, & d'une couleur blanche. L'urethre étoit dilaté à proportion des pierres qu'il contenoit, & ſerré à ſon entrée dans la veſſie. Il n'y avoit rien dans celui de l'autre côté, de même que dans les reins, qui differât de la ſtructure naturelle. Pour achever de traiter des parties qui ſervent à la ſéparation de l'urine, il ne reſte que les pierres de la veſſie à conſidérer. J'en ai remarqué de pluſieurs ſortes.

Dans un homme âgé de ſoixante quatre ans, maigre & épuiſé, je trouvai toutes les parties du bas ventre adhérentes enſemble; la veſſie étoit d'une ſubſtance lâche, environnée d'une grande quantité de graiſſe, remplie d'un corps dur. C'étoit une grande pierre, * de figure ovale comme la veſſie, mais un peu plus étroite au milieu; ſa ſurface étoit raboteuſe, & elle peſoit 16 onces. Toute la veſſie en étoit remplie; cependant elle n'étoit point ſerrée autour de la pierre, mais elle adhéroit lâchement, & étoit facilement dilatable. Il n'y avoit rien d'ailleurs d'enflammé, ni de gangréneux; ſa couleur étoit naturelle; ſes conduits étoient ouverts, tant les urethres que l'*uretra*.

* *Tab.* IV. *Fig.* I. & II.

La ſubſtance même de la pierre, miſe en poudre, & mêlée avec de l'eau forte, ne montra d'effervescence qu'au bout de quelques minutes; mais, comme l'eau forte ne pouvoit la diſſoudre toute, il reſta au fonds un ſable jaune, qui n'avoit ſouffert aucun changement. Cela prouve que la matiere terreſtre de cette pierre n'étoit pas tout à fait alcaline, mais qu'il s'y trouvoit encore une autre ſorte de terre mêlée. Quant à la couleur de la pierre, elle étoit jaunâtre, plus foncée

en dedans qu'à la ſurface. Son extrémité ſupérieure, la plus étroite, étoit toute garnie de petits boutons, dont chacun, en le détachant de la grande pierre, en formoit une petite à part. Il y avoit auſſi de ſemblables petits boutons attachés à la ſurface poſtérieure de la grande pierre, près de la baſe. On peut conclurre de là, que la formation de cette pierre s'eſt faite par l'urine qui croupiſſoit dans la veſſie; car ſans cela l'accroiſſement n'auroit pû avoir lieu à l'extrémité ſupérieure de la pierre, comme on le voit par les boutons, ou élévations oppoſées par la matiere terreſtre précipitée de l'urine, & collée à la maſſe entiere, au moyen de ce que l'urine y apporte de visqueux. La ſtructure naturelle des reins & de l'uretére n'étoit point changée; ces parties étoient ſeulement environnées d'une immenſe quantité de graiſſe, d'une conſiſtance plus ſolide qu'à l'ordinaire. Dans le même corps la veſicule de la bile étoit pleine de pierres blanches & inflammables.

Fig. II. *lit.* A.

La veſſie d'un autre homme de vint-quatre ans étoit entierement remplie par deux pierres ovales, de la groſſeur d'un oeuf de pigeon; elles étoient preſſées par la veſſie, qui ſe trouvoit ce qu'on appelle racornie de l'épaiſſeur d'un doit; ce qui lui donnoit la force de réſiſter à ſon extenſion, au point qu'elle n'étoit pas plus grande que la veſſie d'un enfant de quatre ans, tant elle étoit ſerrée & ſolide. Elle étoit entourée d'une grande quantité de graiſſe ſolide, & comme condenſée, quoique le reſte du Corps fut maigre & épuiſé. Sa couleur en dehors étoit griſâtre, & ſa ſubſtance moins dure que celle de l'autre. L'Expérience avec l'eau forte fit voir qu'elle étoit plus alcaline que la grande; eependant elle laiſſa au fonds une matiere indiſſoluble.

Ces deux Obſervations découvrent, premièrement la diverſité des états où la veſſie ſe trouve, lorsqu'elle eſt remplie de pierres; & enſuite, comment de groſſes pierres peuvent être contenuës dans la veſſie, ſans cauſer des douleurs exorbitantes, au lieu que les petites en excitent de terribles. La continuation de cette irritation va jusqu'au point de détruire le reſſort naturel des fibres muſculaires de la veſſie, de la relâcher,

cher, & de laiſſer ainſi ouverte l'entrée & la ſortie de l'urine. Mais, dans la ſeconde Obſervation, l'irritation n'ayant pas encore cauſé de relâchement, a produit la contraction convulſive de la ſubſtance de la veſſie ; ce qui ſert à montrer de plus en plus, que la douleur n'augmente pas à meſure que les pierres s'aggrandiſſent, mais qu'au contraire une petite pierre cauſe ſouvent beaucoup plus de douleur qu'une grande, qui à la fin n'agit presque que par ſon poids dans la veſſie relâchée & inſenſible.

Une autre concluſion qu'on peut tirer des Obſervations précédentes, concerne l'uſage de la graiſſe autour de ces parties irritées par les pierres. Il eſt aiſé de concevoir, qu'en vertu de l'irritation que les pierres excitent dans les parties membraneuſes, qui ſont ſi ſenſibles, le ſang coule plus vîte, & en plus grande quantité, par les vaiſſeaux de ces parties ; qui étant empêchés par la compreſſion de laiſſer paſſer librement les particules du ſang, dépoſent les plus immobiles, qui ſont celles de la graiſſe, dans la cellule adipeuſe du rein ; ce qui augmente cette ſecrétion de beaucoup. La graiſſe ainſi dépoſée par les vaiſſeaux de la membrane cellulaire des reins, auſſi bien que de celle qui eſt autour de la veſſie, ſervent de remède naturel contre les douleurs cauſées par la pierre, en relâchant & amolliſſant les parties membraneuſes convulſivement ſerrées autour de ces corps durs & inégaux. C'eſt ce que nous imitons en donnant à de tels malades des remèdes huileux & amolliſſans.

Je paſſe à la troiſième & derniere ſorte de pierres que j'ai trouvées dans la veſſie. C'étoit dans un homme d'environ quarante ans, auſſi maigre & épuiſé, mais qui n'avoit d'ailleurs aucune partie du Corps viſiblement gâtée. Après avoir démontré dans ce corps la ſituation naturelle des parties du bas ventre, je trouvai au fonds de la veſſie, ou à ſon extrémité ſupérieure, une pierre ovale renfermée dans cette partie de la veſſie ſi fortement, qu'elle ſembloit être ſituée dans une cavité ſéparée ; car je ne pouvois venir à bout de la preſſer pour la faire entrer dans la cavité inférieure, vers la baſe de la veſſie. Je ne

dou-

doutai point alors, que j'allois trouver une de ces ſortes de pierres, dont l'extraction eſt le plus difficile, parce qu'elles ſont adhérentes aux membranes de la veſſie, ou enfermées par ces membranes, comme pluſieurs Opérateurs l'ont obſervé dans des veſſies ulcérées. Après avoir tiré la veſſie du corps, je l'ouvris de la baſe en haut, & j'y trouvai une quantité d'urine qui rempliſſoit ſa partie inférieure. Laiſſant donc le fonds entier, je fus tout étonné de voir la veſſie dans un état parfaitement naturel, ſans aucune exulcération, ou inflammation de ſa ſurface interne C'étoit la ſubſtance entiere du fonds de la veſſie, qui s'etant reſſerrée autour de cette pierre, formoit un ſac ovale au fonds de la veſſie; la pierre étoit renfermée dans ce ſac, dont l'ouverture vers la cavité de la veſſie formoit presque un autre col, par la ſubſtance de la veſſie qui s'étoit rétrécie & pliſſée. Pour ſçavoir ſi la ſubſtance de la veſſie etoit bleſſée dans ce ſac, ou ſi la pierre y étoit adhérente, j'ouvris le ſac ſur la pierre, mais je ne trouvai aucune adhérence de la pierre à la veſſie; elle étoit libre, environnée ſeulement de la ſubſtance de la veſſie, qui étoit tout à fait naturelle, excepté qu'elle avoit plus d'épaiſſeur dans cet endroit que dans le reſte de la veſſie, à cauſe du rétréciſſement des fibres muſculaires autour de la pierre. Vers la partie inférieure de la cavité de la veſſie, au deſſous de la pierre, les fibres muſculaires tranſverſales de la veſſie, par leur contraction avoient formé un ſphincter, qui ſerroit l'ouverture inférieure du ſac.

Quant à la pierre même, elle étoit tout à fait différente de celles dont j'ai parlé ci-devant. Elle étoit presque de la groſſeur d'un oeuf de poule, blanche, incruſtée d'une ſubſtance friable, ayant beaucoup de reſſemblance avec du tuf. L'épaiſſeur de cette ſubſtance friable étoit à peu près de la huitième partie d'un pouce, & contenoit une ſubſtance plus ſolide & plus dure. La matiere qui formoit la croûte de la pierre, miſe en poudre, fut d'abord diſſoute dans l'eau forte, avec une effervescence ſubite, ce qui prouve ſa nature alcaline; mais la matiere intérieure réſiſtoit davantage à la ſolution, à cauſe que ce qu'elle avoit de terreſtre étoit combiné par plus d'humeur visqueuſe.

Cet-

Cette Obſervation mérite bien que j'en tire des conſéquences utiles qu'elle fournit pour l'opération de la taille. On voit aſſez, que par l'opération qui ſe pratique dans les appareils, où l'on fait l'inciſion du col de la veſſie dans ſa ſubſtance, on n'auroit pû tirer cette pierre avec la tenette, ſans que la veſſie même eut ſuivi, & qu'ainſi il auroit falu renoncer à l'opération ; car d'ouvrir avec la tenette l'orifice inférieur du ſac, qui étoit ſi étroit, & ſi contigu à la pierre, c'eſt ce qui n'auroit pas été pratiquable. Ainſi donc, comme le même cas pourroit encore ſe préſenter, quand on ſe voit empêché d'embraſſer la pierre avec la tenette à cauſe des membranes qui l'environnent, avant que de travailler à la tirer, il ſeroit toujours à propos d'injecter des liqueurs émollientes, comme du lait tiède, cuit avec des racines, ou herbes émollientes, pour relâcher les fibres de la veſſie ſerrées autour de la pierre, afin qu'en dilatant la veſſie entiere avec cette liqueur, le ſac de la pierre puiſſe s'ouvrir, & la laiſſer tomber dans la cavité de la veſſie, pour donner priſe à la tenette. Il eſt fort probable, que ce cas a eu lieu, presque toutes les fois que des Opérateurs habiles n'ont pas pû parvenir à la pierre même, ſans tirer la veſſie avec elle ; & il eſt auſſi difficile de comprendre, qu'une groſſe pierre puiſſe être adhérente à la ſubſtance de la veſſie, ſans être renfermée dans un ſac ſéparé de la cavité de la veſſie.

On peut encore remarquer ici, qu'il ne ſçauroit y avoir de meilleur moyen pour réüſſir dans l'extraction de cette ſorte de pierres, que l'opération du haut appareil, par laquelle on parvient à l'endroit même de la veſſie, qui renferme la pierre, au lieu qu'on n'y atteindroit jamais par l'opération de ceux qui commencent l'ouverture au col de la veſſie. On pourroit objecter la réſiſtance qu'apporteroit la veſſie à l'extenſion néceſſaire, dans l'opération du haut appareil ; mais les deux Obſervations précédentes, celle de la grande pierre, & celle-ci, font voir que la veſſie qui contenoit la grande pierre ſe dilatoit très facilement, & ſans aucune réſiſtance, au lieu que celle qui contenoit les deux petites, réſiſtoit avec une force extrême à ſon extenſion. De

même la veſſie, au fonds de laquelle il y avoit une pierre contenuë dans un ſac, ſe dilatoit très facilement dans ſa partie inférieure, où ſes fibres étoient fort relâchées ſans aucune contraction. Ajoûtons que la grande pierre n'auroit jamais pû être tirée par une autre opération que par celle du haut appareil.

Ce ſont là les pierres les plus fréquentes dans le corps humain, c'eſt à dire, celles qui ſe trouvent dans les parties qui ſervent à la ſéparation de l'urine; mais il s'en trouve d'autres de la même ſubſtance, qui ſont plus rares, & dont on a pris quelques unes pour des oſſifications. Commençons par celles qu'on rencontre dans la ſubſtance du Cœur & des Muſcles.

J'en ai trouvé deux dans le Cœur humain. Un homme de quarante huit ans étant mort étique, par une ſuppuration carieuſe des os du tarſe, je trouvai ſon cœur d'une ſubſtance lâche, mais d'ailleurs garni de graiſſe comme à l'ordinaire. L'ayant ouvert, j'obſervai que le bord de l'ouverture véneuſe du ventricule gauche, ou poſtérieur, étoit dure & plus épaiſſe qu'à l'ordinaire. Cela me perſuada que ſa ſtructure n'étoit pas naturelle, & l'ayant examiné avec ſoin, je trouvai, dans la partie poſtérieure de ce bord, là où la valvule mitrale poſtérieure eſt adhérente, un cylindre irrégulier, d'une ſubſtance pierreuſe, formé de petits grains de ſable. Ce cylindre étoit autour de l'orifice ſuſdit, dans la ſubſtance muſculaire même du ventricule, tout environné des fibres qui la compoſent. Mais outre cela il s'étendoit encore dans la duplicature même des valvules mitrales du ventricule postérieur. Cette pierre ſablonneuſe étoit donc principalement renfermée dans la ſubſtance muſculaire du ventricule gauche, à la partie postérieure de l'orifice auriculaire, ou véneux, du cœur : de là elle continuoit de la partie poſtérieure de l'orifice à l'inférieure, où les deux valvules mitrales communiquent enſemble ; & elle devenoit plus inégalement cylindrique, en ſe courbant à proportion de la courbure de l'orifice. La pierre s'étendoit ici de la ſubſtance muſculaire du bord dans

dans l'interſtice de la valvule mitrale. Elle ſe terminoit à l'orifice artériel du ventricule poſtérieur, qui eſt l'ouverture de l'aorte, avec la ſubſtance muſculaire du cœur, dans laquelle elle étoit ſituée ; ſon volume allant toujours en diminuant, & finiſſant irrégulierement de même qu'au bord ſupérieur, où elle aboutiſſoit pareillement à l'ouverture de l'aorte. Il y avoit encore pluſieurs faiſceaux muſculaires du cœur, qui s'attachoient à la membrane étenduë autour de cet anneau pierreux ; venant de la ſurface intérieure du cœur pour former les valvules mitrales. De ces faiſceaux l'un couvroit une partie de la pierre dans la ſubſtance même du cœur. Les valvules ſemi-lunaires de l'aorte n'étoient point changées, à l'exception d'un petit demi-cercle d'une humeur endurcie à l'adhéſion de deux de ces valvules de l'aorte, & qui n'étoit d'aucune importance. Mais il y avoit quelques unes des fibres tendineuſes, qui vont des muſcles du cœur aux valvules mitrales, qui étoient pétrifiées, près de l'origine des muſcles. La même choſe étoit arrivée dans le ventricule droit, à un des tendons des valvules triglochines, dont la ſtructure étoit d'ailleurs naturelle.

Dans un autre homme âgé de cinquante deux ans, qui avoit le coeur robuſte & gras, je trouvai, en démontrant ſa ſtructure, le bord de l'orifice auriculaire du même ventricule gauche dur. Après avoir diſſéqué la ſubſtance muſculaire, je trouvai un anneau cylindrique, ouvert vers l'orifice de l'aorte, ſemblable au précédent, tant par ſa ſubſtance que par ſa ſituation autour de l'orifice véneux du ventricule poſtérieur. La ſubſtance muſculaire du ventricule environnoit cet anneau cylindrique, qui finiſſoit vers l'orifice artériel par deux bouts plus étroits, & qui alloient en diminuant de groſſeur. Quant à ſa figure, il étoit un peu plus cylindrique que celui de l'Obſervation précédente ; mais il n'avoit pas un contour parfaitement ovale autour de l'orifice : il étoit plutôt angulaire.

La ſubſtance de ces deux anneaux pierreux du cœur reſſembloit à celles de pierres ſablonneuſes de la veſſie, étant blanche, & ſe diſſol-

vant avec efferveſcence dans l'eſprit de nitre. Elle étoit renfermée dans une membrane cellulaire, & gardoit ſa figure dans cette enveloppe ; mais, après l'ouverture de la membrane, elle ſe ſépara en petits grains ſablonneux. Il n'eſt pas difficile d'en expliquer l'origine ; elle eſt la même que celle des pétrifications que l'on trouve entre les membranes des artères, & elle vient de la liqueur qui s'exhale dans la cellulaire, où n'étant pas abſorbée, elle dépoſe ſa partie terreſtre, qui étant liée enſemble par la colle naturelle de la lymphe, forme les pierres de cette eſpece.

Si l'on veut rechercher l'effet de ces anneaux pierreux du cœur, ils ne ſçauroient faire autre choſe que de donner une attache plus ferme aux fibres muſculaires, dont quelques unes cependant par la compreſſion pourroient être détruites, ou empêchées d'agir librement.

C'eſt ici que je dois naturellement placer une autre Obſervation que j'ai faite ſur des pierres trouvée dans le muſcle du femur. C'étoit dans le corps d'un homme plus que ſexagénaire, qui avoit eu les jambes roides dans l'articulation du genou, & enflées, avec les vaiſſeaux fort ſolides. Les muſcles du femur étant préparés des deux cotés, je trouvai dans pluſieurs des duretés blanches, cylindriques, de la groſſeur d'une ligne & demie, ou moins, & de différente longueur d'une ligne jusqu'à trois, Elles étoient ſituées dans la cellulaire des muſcles, & principalement dans celui du grand feſſier, du ſartorius, du crural, & des vaſtes du pied gauche. Dans la cellulaire du droit, ces duretés n'occupoient que le ſartorius. Il y en avoit quatre dans ce muſcle, & j'en trouvai pluſieurs dans les autres. En les examinant, je les trouvai ſemblables à celles du cœur, d'une matiere pierreuſe, renfermée dans une cellule membraneuſe oblongue. Dans les muſcles du tibia il n'y en avoit aucune, ni dans ceux de la plante du pied. Leur forme, ni leur ſubſtance, ne différoient point de celles des concrétions pierreuſes du cœur.

C'eſt

C'eſt la même matiere qui forme les glandes bronchiales pétrifiées, qui ſont la choſe du monde la plus commune, & la plus ennuyeuſe pour les Anatomiſtes dans la préparation des nerfs du cœur. Elles ſont placées principalement à l'angle de la diviſion de la trachée artère. On trouve rarement des cadavres, ſurtout dans ce païs, où ces glandes ne ſoyent pas durcies & pétrifiées, ou remplies & comme entremêlées d'un ſable, auquel la liqueur de ces glandes donne une teinture noire, & qui devient blanchâtre dans celles qui ſont tout à fait pétrifiées. Peut-être que la pouſſière la plus déliée que nous reſpirons avec l'air, obſtruë les plus petits canaux excrètoires de ces glandes dans la trachée artère ; & quoique cette pouſſière même n'entre pas dans les canaux, elle empêche la ſortie de la liqueur lymphatique, qui en croupiſſant devient dure & pierreuſe.

Entre les tuniques des boyaux, principalement du colon, j'ai trouvé pluſieurs fois de petites pierres, raſſemblées en grande quantité dans quelques endroits, & qui avoient l'apparence de petites glandes pétrifiées.

Dans d'autres Corps j'en ai trouvé entre les deux lames du ligament de la trompe de *Fallope*, dit l'aîle de chauveſouris. Ces pierres, rondes, & groſſes comme un pois, étoient environnées de fibres presque muſculaires. Un ſang dur & caillé formoit l'envelope ; & la matiere pierreuſe, lorsqu'on la comprimoit fortement, ſe diviſoit en pluſieurs petits grains de ſable. Ces pierres, qui n'ont d'autre cauſe que la lymphe exhalante dans la cellulaire de ces ligamens, & condenſée par la ſtagnation, autour de laquelle le ſang extravaſé forme des fibres charnuës & ſolides, ſervent à prouver que dans toutes les parties du Corps, les liqueurs les plus fixes & les plus fluides, comme ſont celles qui s'évaporent par les petits vaiſſeaux exhalans, peuvent former une matiere pierreuſe.

La liqueur ſeminale même de l'homme n'eſt pas exemte de ce changement. On rencontre fort communément, dans les veſicules

ſeminales des Vieillards, & des ceux qui ont eu des maladies chroniques, des concrétions pierreuſes cylindriques, qui rempliſſent une partie de ces veſicules. Ces pierres ſont blanches, mais moins dures que celles qui ſe trouvent dans les poûmons, dans les reins, &c. Elles ne ſont pas non plus inflammables, & ſont ainſi un genre différent de celui des pierres qu'on trouve dans les parties de l'urine, & de celui des pierres du fiel. La partie visqueuſe du ſang entre davantage dans leur compoſition que la partie terreſtre.

Il faut dire encore un mot des croûtes pierreuſes que j'ai trouvées dans les artères. Elles différent quant à la figure de la derniere ſorte de pierres dont j'ai parlé ; mais leur ſubſtance & leur origine ſont les mêmes. On a coûtume de les nommer oſſifications des artères, mais ce ſont véritablement des concrétions pierreuſes formées par la lymphe du ſang ; comme M. *Winckler* l'a démontré (*).

Je paſſe ſous ſilence les croûtes pierreuſes que j'ai trouvées près du cœur dans l'aorte, me réſervant d'en parler dans d'autres Obſervations Anatomiques ſur le cœur & ſes grands vaiſſeaux. Les petits morceaux pierreux que l'on trouve fort ſouvent dans les grands rameaux de l'aorte, à la ſortie de leurs troncs, ſont trop communs pour en faire mention. Je n'ai pas encore eu le bonheur d'obſerver moi-même le cas de la pétrification de toutes les grandes branches de l'aorte avec le tronc; ſeulement, dans une femme de ſeptante ans, j'ai vû la partie de l'aorte qui continuë par le bas ventre, entièrement pétrifiée, depuis l'origine de l'artère méſentérique ſupérieure jusqu'à ſa diviſion dans les artères iliaques. Le canal de l'aorte, ſitué entre la muſculaire & la nerveuſe, étoit entièrement formé de cette matiere pierreuſe. L'ouverture de l'artére meſaraïque ſupérieure étoit bouchée par la ſubſtance endurcie entre ſa membrane muſculaire, & la nerveuſe interne; &

(*) Dans ſa Diſſertation, imprimée à *Göttingen* en 1747. qui a pour titre: Adolphi Bernhardi Winckler *de Vaſorum corporis humani lithiaſi.*

& il ne reſtoit qu'un tiers de cette ouverture de libre. Mais l'inférieure n'avoit ſouffert aucun changement, étant tout à fait ouverte, & plus large qu'à l'ordinaire, pour fournir aux boyaux le ſang qui leur manquoit de la part de l'ouverture ſupérieure.

Un autre Corps avoit toutes les artères coronaires du cœur pétrifiées jusqu'à leur diviſion dans les petits rameaux ; mais l'aorte n'avoit que de petits fragmens pierreux diſperſés entre ſes membranes. Le cœur, qui étoit re àché, avoit pluſieurs taches blanches, ou veſicules remplies d'une liqueur lymphatique blanche ; ce qui ne pouvoit manquer d'avoir lieu, dès que la contraction des artères coronaires ceſſoit de pouſſer le ſang dans les veines & dans les plus petits vaiſſeaux lymphatiques de cœur ; ces veines & ces vaiſſeaux, privés du ſecours de la force des artères ſusdites, laiſſoient couler leur liqueur dans la cellulaire, deſſous la membrane externe du cœur.

DESCRIPTION
D'UN
MONSTRE CYCLOPE
MIS AU MONDE À BERLIN LE 19. DE FEVRIER
DE L'ANNÉE MDCCLV. (*)

PAR M. ELLER.

Quoique la génération des Monſtres de l'eſpece humaine ne ſoit pas une choſe ſi extraordinaire, qu'on ne la voye arriver de tems en tems, & qu'on n'en prenne occaſion d'accuſer la Nature d'avoir été interrompuë dans ſes opérations réguliéres, mais, dit-on, par des cauſes inconnuës & impénétrables à nôtre eſprit ; je me flatte néanmoins de pouvoir ſoutenir, que le Monſtre dont je vais donner ici la deſcription, eſt un des cas les plus rares & les plus extraordinaires, qu'on ait jamais vû dans ce genre.

C'étoit un fœtus de huit à neuf mois, du ſexe maſculin, dont la tête énorme & le viſage affreux effrayerent tous ceux qui les virent. Car, entre la bouche & un front extrêmement large, il étoit pourvu d'un oeil unique, bien fendu & grand, un peu tortu, plutôt rougeâtre que blanc, enfoncé dans un trou quarré, ſans être couvert de ſourcils, ou de paupiéres, (quoique ces parties n'y manquaſſent pas

(*) On a crû ce Mémoire trop curieux pour en retarder la publication. Il a été lû dans l'Aſſemblée publique du 5 Juin de l'année dernière. La diſſection du Monſtre, & la deſcription de ſes parties, ont été faites par M. le Docteur . . *Roloff*, aggrégé depuis à l'Académie.

pas entiérement,) mais roidement ouvert, & d'un regard atroce & menaçant, de ſorte qu'on peut fort bien lui appliquer la deſcription exprimée par ces vers de Virgile, dans le troiſième livre de ſon Eneïde:

Monſtrum horrendum, informe, ingens, cui lumen ademtum,
Lumen, quod torva ſolum ſub fronte latebat.

Immédiatement au deſſus de cet oeil farouche, ſe trouvoit une excreſcence, ou production de chair aſſez épaiſſe & cylindrique, qui repréſentoit au naturel une eſpece de priape, étant pourvuë d'un canal ouvert en forme d'urethre, d'un gland, & d'un prépuce, qui à cauſe de ſa ſituation, quoique mobile & flottant, couvroit la plus grande partie de cet oeil effrayant. Comme ſi la nature honteuſe de ſon ouvrage avoit voulu cacher ſon erreur ſous un masque, quoique plus honteux encore, & bien mal placé.

La peau extérieure de la tête, couverte des cheveux, étoit tout à fait détachée de la partie poſtérieure du crane, de ſorte qu'elle formoit une eſpece de calotte, ou bonnet large & retrouſſé, qui deſcendoit au delà de la nucque.

D'ailleurs ce monſtre paroiſſoit avoir beaucoup de reſſemblance avec le *Polyphéme* de la fable, lequel étoit le plus hideux des Cyclopes, & qui ayant une ame plus laide encore que ſon corps avoit dévoré, ſelon la tradition d'*Homére*, les infortunés compagnons d'*Ulyſſe*, & menaçoit d'un ſort pareil ce fameux Prince d'*Itaque*: & je ne doute point, que ſi cet illuſtre Poëte de la Grece avoit eu l'avantage dans ſon tems, d'avoir vû réellement exiſter un Cyclope tel que le nôtre, il n'eut moulé ſon *Polyphéme* d'après cet original, & il l'auroit décoré peut-être de fictions bien plus merveilleuſes encore.

Quant à l'origine de nôtre *Polyphéme*, il ne devoit ſon être ni à *Neptune*, ni à la Nymphe *Thaſſe*, comme celui d'Homére, mais à la femme d'un pauvre Ouvrier en laine, nommé *Horrack*, l'un & l'autre originaires de Bohéme. Cette pauvre femme, âgée de trente

ans, après un accouchement très laborieux, fut délivrée de cet enfant monſtrueux le 19. de Fevrier de l'année préſente, dans le neuviéme mois de ſa groſſeſſe, ayant déjà mis au monde deux enfans pleins de vie & de ſanté pendant un mariage de cinq ans.

La longueur de ce fœtus monſtrueux étoit de deux pieds & quatre pouces; & celle de la tête qui étoit fort grande, montoit à un pied & trois lignes, en y comprenant la coëffe.

Cette grandeur de la tête, à proportion des autres parties du corps, a été cauſée ſans doute par un Hydrocephale, ou par une collection de lymphe, qui ſe trouvoit non ſeulement dans la cavité du crane, mais auſſi entre la peau de l'os occipital & le péricrane, de façon que cette peau s'étoit détachée des os du derriére de la tête, & ſe laiſſoit tirer par deſſus ces os comme une calotte.

La couleur du viſage étoit d'un beau rouge, ſurtout du côté gauche: le côté droit ſe montroit plus pâle & maigre: la lévre ſupérieure étoit épaiſſe & grande, & la joüe droite deſcendoit plus bas que la gauche.

Dans ce même viſage on rencontroit deux plis courbés en forme d'arc, dont l'un étoit ſitué entre la bouche & le menton, & l'autre au deſſus du *myſtax*.

Quatre ou cinq lignes au deſſus de l'ouverture de la bouche, & presque au milieu du viſage, ſe montroit un trou quarré d'une figure rhomboïde, dans lequel l'oeil unique étoit placé. Ce trou étoit compoſé de quatre paupiéres, ſçavoir d'une paupiére ſupérieure droite & gauche, & d'une paupiére inférieure droite & gauche. Elles étoient ſeparées l'une de l'autre par quatre angles, dont le premier ſe trouvoit au haut, le ſecond au bas, le troiſiéme à droite, & le quatriéme à gauche de l'oeil. Toutes ces quatre paupiéres étoient garnies à leur bord intérieur d'un tarſe cartilagineux, où l'on pouvoit fort bien diſtinguer les petits conduits des glandes *Meibomianes*. Elles n'étoient pourtant pas

ſuffi-

ſuffiſantes pour couvrir l'oeil, parce qu'elles avoient trop peu de largeur pour cet effet.

Le globe de l'oeil, plus grand que l'oeil ordinaire d'un enfant nouvellement né, étoit pourvû de deux glandules lacrymales, dont l'une un peu plus grande ſe trouvoit dans l'angle droit, & l'autre dans l'angle gauche de l'orbite. Sa membrane conjonctive, qui tapiſſoit en dedans les quatres paupiéres, étoit toute rouge, & formoit au fonds de l'angle inférieur un petit corps un peu dur & rond, qui repréſentoit en quelque façon une caroncule lacrymale.

La Cornée ne ſe trouvoit pas juſtement au centre de la Sclérotide, mais plus près de l'angle droit de l'oeil que du gauche, & étoit d'une figure ovale.

La Prunelle étoit tout à fait reſſerrée dans ſon centre : & à l'endroit ou l'Iris ſe détache ordinairement de la Choroïde, on rencontroit une eſpece de membrane griſâtre qui occupoit tout l'eſpace de l'Iris & de la Prunelle.

L'humeur aqueuſe auſſi bien que l'humeur vitrée ne montroient rien d'extraordinaire : mais le Cryſtallin étoit plus grand & plus convexe que dans l'état naturel, d'une couleur brunâtre, & point transparent.

A la diſtance d'une ligne environ de l'angle ſupérieur de l'oeil, là à peu près où la racine du nés touche le front dans un viſage ordinaire, ſe montroit ce nés poſtiche, ſous la forme d'un Priape flasque & mobile, occupant la place du nés qui manquoit, & cachant en quelque façon cet oeil effrayant, pour le rendre plus affreux encore.

La longueur de cette production difforme étoit d'un pouce & deux lignes, d'une figure cylindrique, & d'une couleur rougeâtre. Sa peau extérieure s'allongeoit un peu plus que celle qui étoit deſſous, de ſorte que cela formoit une eſpece de prépuce qu'on pouvoit retrouſſer un peu pour découvrir le gland, qui étoit ſéparé du prépuce par

une crénelure circulaire aſſez profonde, & percé d'un trou, large d'environ une ligne, qui ne ſe trouvoit cependant pas au milieu du gland, mais plutôt au bas.

A' l'examen plus détaillé de la ſtructure de ce nés déplacé, on remarquoit qu'il étoit compoſé de pluſieurs membranes, dont l'extérieure étoit une continuation de la peau extérieure qui couvroit le viſage, étant repliée en dedans, & fixée dans une crénelure circulaire derriére le petit gland, auquel elle fourniſſoit une eſpèce de prépuce mobile. Sous la cellulaire de cette premiere peau on découvroit pluſieurs fibres muſculaires qui prenoient leur origine des fibres des muscles frontaux, & formoient en bas ce petit gland en ſe confondant avec la membrane ſuivante. Au deſſous de cette membrane muſculaire on en trouvoit une tendineuſe, qui naiſſoit du perioſte de l'os du front, & étoit ſeparée de la précédente par une celluleuſe très fine. Elle couvroit la derniére membrane qui étoit d'une couleur brunâtre, & compoſée en partie d'une membrane, en partie d'un cartilage; & elle formoit uniquement le canal, ou cette eſpece d'*Urethra*, qui achevoit avec ſon gland & le prépuce la reſſemblance d'un Priape.

Les paupiéres étoient munies d'un muſcle orbiculaire, qui n'avoit pas la figure d'un orbe, mais plutôt d'un rhombe. Ses fibres muſculaires prenoient leur origine de l'angle droit & du gauche de l'oeil, du muſcle frontal, & de l'élévateur de la lévre ſupérieure, avec leſquels elles ſe joignoient par tour, & ſe mêloient confuſément avec leurs fibres.

L'élévateur de la paupiére ſupérieure, qui prenoit ſon origine au haut de l'orbite, ſe terminoit dans le paupiére ſupérieure droite & gauche, & mêloit ſes fibres par ci par là avec l'orbiculaire.

Le dépreſſeur de la paupiére inférieure étoit double, l'un ſe rencontrant au côté droit, & l'autre au côté gauche. Il venoit de la partie inférieure du muſcle orbiculaire, & ſe terminoit de chaque côté dans l'angle de la bouche.

L'e-

L'elévateur commun des lévres n'étoit en rien différent de l'élévateur propre de la lévre ſupérieure, mais ils conſiſtoient tous les deux dans un ſeul muſcle, qui étoit lié avec l'orbiculaire des paupieres, & s'inféroit, en partie dans la lévre ſupérieure, en partie dans l'angle des lévres.

Le muſcle ſourcilier, & les muſcles qui appartiennent proprement au nés, manquoient entièrement.

L'artére coronaire de la levre inférieure naiſſoit de l'artére des lévres, auſſi bien que l'artére coronaire de la lévre ſupérieure; & elles donnoient toutes deux pluſieurs branches au muſcle conſtricteur des lévres, au muſcle orbiculaire des paupiéres, à l'élevateur commun des lévres, en s'anaſtomoſant pluſieurs fois avec les branches de l'artére ophtalmique, & des artéres frontales.

Les deux artéres ophtalmiques prenoient leur origine de l'artére carotide cérébrale, à côté de l'apophyſe clinoïde difforme de l'os ſphénoïde, & arrivoient deſſous les deux nerfs optiques dans l'orbite par les trous optiques. Après avoir jetté pluſieurs rameaux aux muscles voiſins de l'oeil, elles ſe joignoient en un ſeul tronc, qui perçoit la paupiere ſupérieure gauche, & envoyoit deux ou trois rameaux vers le faux nés, qui ſe diſperſoient de tous côtés ſur lui & à l'entour de ſon orifice.

Les artères vertébrales qui entroient dans la cavité du crane par le grand trou, donnoient pluſieurs rameaux à la partie poſtérieure & moyenne de l'encephale, après quoi elles ſe joignoient dans la grande artére baſiliaire. Cependant, avant que cela ſe fit, elles jettoient un rameau conſidérable tant au côté droit qu'au gauche, qui ſe joignoit de chaque côté, pas loin du grand trou, avec les artéres carotides, pas en cercle, mais presque dans la figure d'un quarré.

Le cerveau étoit fort petit à proportion de la tête. Car au devant il ne touchoit que jusqu'à l'endroit où l'os du front ſe joignoit avec les grandes ailes de l'os ſphénoïde : au côté il étoit de niveau

avec les os des tempes, là où ils touchent les os pariétaux : & au derriére il ne montoit pas tout à fait deux pouces au deſſus du grand trou; de ſorte que tout l'os du front, & la plus grande partie des os du ſommet, & des os du derrière de la tête, ſe trouvoient entièrement vuides de cervelle.

La dure-mère qui tapiſſoit partout la ſurface intérieure du crane, ne couvroit point le cerveau. Elle ne conſiſtoit que dans la ſeule lame extérieure, ce qui étoit auſſi la cauſe pourquoi on ne trouvoit pas la moindre trace de ſa faulx, ni la moindre marque des tentes du cervelet.

Le cerveau, d'une figure difforme, & envelopé ſeulement dans la pie-mère, n'étoit partagé, ni en hémiſphéres, ni en lobes. Sa ſurface ne montroit point d'anfractuoſités, mais la ſubſtance corticale paroiſſoit être étenduë comme une feuïlle ſur la ſubſtance médullaire.

Les deux ventricules antérieurs du cerveau ſe trouvoient placés vers le derrière : ils étoient petits, plats, & remplis de deux pléxus choroïdes, petits & pâles. Les deux couches des nerfs optiques étoient ſituées fort en arriére, & les corps canelés, le corps calleux, la voûte à trois piliers, & l'ouverture du troiſième ventricule, ne ſe laiſſoient diſtinguer que très difficilement. L'entonnoir avec la glande pituiteuſe manquoient abſolument : & la glande pinéale avec ſes quatre élévations voiſines, connuës ſous les noms de *nates* & *teſtes*, n'étoient pas à diſtinguer, parce que le cerveau s'étoit réduit en cet endroit en une maſſe confuſe.

Quant au cervelet, il n'étoit en rien différent & ſéparé du cerveau, puiſqu'on y trouvoit la même ſubſtance, mais ſans ces arbriſſeaux qui ſe montrent ordinairement quand on tranche le cervelet. On n'y découvroit pas non plus la continuation lombricale, ni le quatrième ventricule, ni les jambes du cervelet : & auprès de l'origine de la moëlle allongée, qui commençoit presque au milieu de la baſe du cerveau, on ne remarquoit, ni les jambes du cerveau, ni le pont de *Varole*, ni les corps qui ont la figure d'olives & de pyramides.

Les

Les neuf paires des nerfs, ſortant du cerveau pour les organes des ſens, & pour les fonctions vitales & naturelles, n'étoient pas moins dérangées.

La premiere paire manquoit tout à fait, à cauſe de l'abſence des élévations mammillaires aux lobes antérieurs du cerveau.

La ſeconde paire optique, qui naiſſoit des couches optiques, approchoit beaucoup de la troiſième paire, parce que ces nerfs étoient tous étroits & minces, & d'une longueur extraordinaire, ayant chacun plus de trois pouces. Ils alloient ſéparément, chacun par un trou particulier qui ſe trouvoit dans la fente ſphénoïde, dans l'orbite, après quoi ils ſe joignoient tous deux dans un ſeul tronc qui entroit dans le globe de l'oeil, non au derriére, mais presque au milieu du globe, & tout à fait du côté gauche, de ſorte que la cornée n'étoit guères éloignée de plus de trois lignes de cette inſertion.

La troiſième paire, qui naiſſoit d'abord à l'endroit où les couches des nerfs optiques finiſſoient, entroit ſous ces nerfs par les trous optiques dans l'orbite, & ſe diſperſoit de là dans tous les muſcles de l'oeil.

La quatrième paire manquoit entiérement, & étoit remplacée par la précédente.

La cinquième paire étoit ſituée ſix lignes au deſſous de la troiſième, & ſortoit du crane par le trou ovale.

La ſixième paire prenoit ſon origine de la moëlle allongée, près de la moëlle epiniére, de ſorte qu'elle ſe trouvoit deux ou trois lignes au deſſous de la ſeptième paire. Elle ſortoit du crane par un trou particulier ſous le trou auditif intérieur, & conſtituoit en ſon entier le nerf intercoſtal, ſans envoyer aucune branche au muſcle abducteur de l'oeil.

La ſeptième paire ſituée un peu plus haut du côté droit que du gauche, conſiſtoit, prés de ſon origine, dans la moëlle allongée dans un ſeul tronc, qui, après ſon entrée dans le trou auditif intérieur, ſe divi-

diviſoit en deux branches, dont l'inférieure un peu plus petite étoit le nerf mou, & la branche ſupérieure un peu plus forte, le nerf dur.

La huitième paire n'avoit qu'une ſeule, mais forte racine, laquelle ſortoit de la moëlle allongée : elle étoit ſituée un peu plus haut du côté droit que du gauche, & ſortoit du crane par le trou déchiré.

La neuvième paire prit ſa naiſſance à l'endroit où la moëlle allongée va bientôt ſe changer en celle de l'épine, & ſortoit par le trou condyloïde antérieur.

Le défaut entier de la faulx, de la dure-mère, & des tentes du cervelet, fut cauſe qu'on ne pût appercevoir la moindre trace, ni du ſinus longitudinal, ni des ſinus latéraux, ou d'autres ſinus, qui ſe trouvent ordinairement dans la baſe du crane. Cependant, comme un tel reſervoir, deſtiné à loger le ſang véneux, eſt abſolument néceſſaire ; le Nature avoit formé un ſinus particulier d'une figure ovale, qui prénoit ſon origine de l'apophyſe clinoïde de l'os ſphénoïde, paſſant de là autour du grand trou, en ſe joignant avec la moitié de vis à vis : aux côtés il étoit pourvu d'une eſpece de ſac émouſſé & fermé, & il étoit le ſeul dans toute la cavité du crane. Toutes les veines du cerveau y entroient, tant au derriére qu'au milieu, & il s'ouvroit entre les os pierreux & les apophyſes condyloïdes de l'os occipital dans les veines jugulaires.

Quant aux viſcéres de la poitrine & du bas ventre, on n'y obſervoit rien que de naturel, excepté que les capſules atrabilaires manquoient entièrement.

Un dérangement ſi conſidérable des parties qui compoſoient la tête, ne pouvoit pas arriver ſans un déſordre pareil dans le ſoutien de ces parties, c'eſt à dire dans les os. Auſſi toute la tête n'étoit compoſée que de douze os, au lieu de vingt & deux, parce que l'os cribleux, les deux os lacrymaux, les deux os du nés, les deux os ſpongieux inférieurs, les deux os du palais, & le *Vomer*, manquoient abſolument.

L'or

L'orbite n'avoit pas la figure auſſi profonde & conique qu'à l'ordinaire. Elle étoit compoſée en haut de l'os frontal, par derriére d'une piéce triangulaire de l'os ſphénoïde, aux côtés des apophyſes orbitaires de l'os ſpénoïde & des os zygomatiques, & en bas des os maxillaires.

La partie inférieure de l'os frontal n'étoit pas pourvuë des foſſes orbitaires, mais ſeulement de deux impreſſions fort legères d'un arc de ſourcil presque imperceptible ; & on n'y pouvoit obſerver, ni les trous orbitaux, ni l'épine naſale, ou les ſinus frontaux.

Sous l'os frontal étoit placée une piéce oſſeuſe triangulaire, qui formoit la partie poſtérieure & moyenne de l'orbite : ſa baſe large étoit ſituée en devant, & la pointe tout au fond de l'orbite, où elle devoit ſans doute repréſenter les petites ailes de l'os ſphénoïde.

Entre cette piece triangulaire & les apophyſes orbitaires de l'os ſphénoïde, on trouvoit la fente ſphénoïdale formée par une membrane. Cette membrane contenoit les deux trous optiques, qui étoient d'une figure oblongue, le gauche beaucoup plus grand que le droit, & ſitués tout en arriére au fond de l'orbite.

L'os maxillaire, qui faiſoit la partie inférieure & poſtérieure de l'orbite, étoit d'une ſeule piece, ſans apophyſes, épines naſales, ni ſinus maxillaires.

L'os pariétal droit ne faiſoit auſſi qu'une ſeule piece, ſuivie de la plus grande partie de l'os occipital, dont il n'étoit ſéparé, ni par la ſuture lambdoïde, ni par aucune autre marque. Mais la partie de l'os occipital qui formoit le grand trou avec l'apophyſe baſiliaire n'étoit point jointe avec l'os pariétal droit ; mais elle en étoit entierement ſéparée, en partie par des membranes, & en partie par un cartilage.

EXPLICATION
de la première Planche.

a. L'os frontal droit.
b. L'os frontal gauche.
c. La peau qui joignoit ces deux os, & formoit une eſpece de crête.
d. La fontanelle ſupérieure.
e. La peau du derriére de la tête, en forme d'une calotte.
f. Le Nés, ſous la forme d'un Priape.
g. Le prépuce.
h. Le gland.
i. Le trou dans ce gland.
k. Une partie de la paupière ſupérieure gauche.
l. La paupiere inférieure gauche.
m. Une partie du blanc de l'oeil.
n. La joue gauche.
o. La joue droite.
p. La lévre ſupérieure.
q. La lévre inférieure.
r. Le menton.

Explication de la ſeconde Planche.

Fig. I.

a. La partie poſtérieure du faux nés.
b. Une partie du prépuce.
c. La racine du faux nés.
d. L'angle ſupérieur de l'oeil.
e. L'angle inférieur.
f. L'angle droit.
g. L'angle gauche.
h. La paupière ſupérieure droite.
i. La paupière ſupérieure gauche.
k. La paupière inférieure droite.
l. La paupière inférieure gauche.
m. Un pli de la membrane conjonctive, qui faiſoit une eſpece de caroncule lacrymale.
n. Le blanc de l'oeil.
o. L'iris avec la prunelle fermés d'une membrane.
p. Une partie de l'oreille droite.

Fig. II.

a. Une partie de l'os du front droit.
b. Une partie de l'os du front gauche.
c. Le faux nés dans ſa couche naturelle.
d. Sa racine.
e. Son prépuce.
f. Son gland.
g. Le trou dans ce gland.
h. Une partie de la paupière ſupérieure gauche.
i. La paupière inférieure gauche.
k. L'angle gauche de l'oeil.
l. Une partie du blanc de l'oeil.

Explication de la troiſiéme Planche.

a. L'os frontal droit.
b. L'os frontal gauche.
c. Une partie de la fontanelle ſupérieure.
d. L'os du ſommet droit.
e. L'os du ſommet gauche.
f. f. Le cerveau dans ſon état naturel.
g. La membrane qui joignoit les os du ſommet.
h. La partie antérieure du globe de l'oeil.
i. La cornée avec l'iris & la prunelle.
k. L'entrée du nerf optique dans l'oeil.
l. La partie poſtérieure du globe de l'oeil.
m. L'entrée du nerf optique dans l'oeil, comme elle ſe préſentoit poſtérieurement.
n. Le lieu où le nerf optique entre ordinairement dans le globe de l'oeil.

Expli-

Explication de la quatrième Planche.

a. L'os frontal droit.
b. L'os frontal gauche.
c. Une partie de l'os ſphénoïde.
d. L'os pariétal droit.
e. L'os pariétal gauche.
f. Le trou optique droit.
g. Le trou optique gauche.
h.h. Les deux nerfs optiques.
i.i. La troiſième paire des nerfs.
k. Le nerf cinquième.
l. Le nerf ſixième.
m.m. La ſeptième paire des nerfs.
n. Le nerf dur.
o. Le nerf mou.
p.p. La huitième paire des nerfs.
q.q. La neuvième paire.
r. Une partie du trou ovale.
ſ. Le ſinus de la dure mère qui eſt ſeulement exprimé à la droite.

Explication de la cinquième Planche.

Fig. I.

a. L'os frontal droit.
b. L'os frontal gauche.
c. La fontanelle ſupérieure.
d. L'os du ſommet gauche.
e.e. Les foſſes orbitaires des os du front.
f. Une membrane qui joignoit les os du front.
g. La portion triangul. de l'os ſphénoïde.
h.h. Les apophyſes orbitaires de même os.
i.i. Les fentes ſphénoïdales.
k. Le trou optique droit.
l. Le trou optique gauche.
m.m. Les os zygomatiques.
n.n. La membrane qui joignoit les os du front, du ſommet, des tempes, & les os zygomatiques, enſemble.
o.o. Les os des tempes.
p. L'os maxillaire.
q.q. Les orifices antérieurs du canal orbitaire.
r.r. La machoire inférieure.

Fig. II.

a. Le trou optique droit.
b. Le trou optique gauche.
c. L'os maxillaire.
d.d. Les orifices poſtérieurs du canal orbitaire.
e. L'apophyſe alveolaire de l'os maxillaire.
f.f. Les os zygomatiques.

Explication de la ſixième Planche.

a.a. L'os du ſommet droit.
b. La membrane qui joignoit les os du ſommet.
c. Une partie de l'os frontal.
d.d. La partie inférieure de l'os occipital, qui étoit ſéparée de l'os du ſommet droit.
e. Le trou ovale.
f.f. L'os des tempes droit.
g. Une partie de l'os zygomatique
h. Une partie de l'os ſphénoïde.
i. La machoire inférieure.

LISTE DES PLANTES
QUI ONT ETE' EMPLOYE'ES A' DES ESSAIS
DE TANNERIE. (*)

Le nombre des Plantes propres à la Tannerie ſurpaſſe de beaucoup celui des Plantes indiquées dans la Liſte ſuivante; & l'on a remarqué qu'en les raſſemblant dans les tems convenables de l'année, on peut s'en ſervir pour la préparation de toutes ſortes de peaux, tant fines que groſſières. Entre ces Plantes celles-là ont paru les meilleures, qui ont le plus de ſubſtance groſſière, adſtringente, & acide. Elles ſont encore plus propres à pénétrer les peaux, à proportion qu'elles ont plus de parties aromatiques, & ſpiritueuſes, ou qu'elles ſont doüées d'une huile ſubſtantielle étherienne. Au contraire les moindres eſpeces de ces Plantes ſont celles dont la ſubſtance eſt principalement compoſée de parties graſſes ou mucilagineuſes, qui n'attaquent pas auſſi fortement les peaux, & peuvent à peine en tanner legèrement les plus tendres eſpeces.

SALICARIA; *vulgaris, purpurea, foliis oblongis.* Tourn. Inſt. 253. Lyſimachia Spicata, purpurea forte Plinio. C. B. pin. 246. Salicaire, ou Lyſimachie rouge. Braunet Weiderich.

ULMARIA; Cluſ. Hiſt. 198. J. B. III. 488. Regina prati. Dodon. Pempt. 57. Reine des Prés. Geiß Bart. Geiß-Wedel.

COMARUM; Linn. Gen. Pl. Ed. 5. 563. Quinquefolium paluſtre, rubrum. C. B. pin. 326. Rothes Waſſer-Fünff-Finger-Kraut. Quinte feuille aquatique rouge.

FILIX; *ramoſa major, pinnulis obtuſis, non dentatis.* C. B. pin. 357. Filix fœmina. offic. & Dodon. Pempt. 462. Fougere femelle, rameuſe, ou Fougere. Farn-Kraut. Faren-Kraut.

FILIX; non ramoſa, dentata. C. B. pin.

(*) Voyez ci-deſſus pag. 17.

pin. 358. Filix mas offic. & Dodon. Pempt. 462. Fougere. Wald-Faren. Farn-Kraut-Männlein.

FILIX; *paluſtris maxima.* C. B. Prodr. 150. Großer zart-blätteriger Waſſer-Farn. Eſpece grande de Fougere aquatique.

— — *mas, aculeata, maior & minor.* C. B. Prodr. 151. Stachlichter und harter Brug-Farn. Fougere - - - - -

PERSICARIA; *Salicis folio, Potamogeton anguſtifolium dicta.* Raj. Hiſt. 184. Perſicaria acida. Jungermanni. Saam-Kraut mit ſpitzen Blättern. Perſicaire, acide de l'eau.

BISTORTA; *major, radice (minus vel magis) intorta.* C. B. pin. 192. Natter-Wurzel. Biſtorte.

TORMENTILLA; *ſylveſtris.* C. B. pin. 326. Tormentil-Wurzel. Tormentille.

PIMPINELLA; *ſanguiſorba, major.* C. B. pin. 160. Pimprenelle ſauvage grande des Prés. Großes Sperber-Kraut. Große Wieſen-Pimpinelle. Blut-Kraut.

CARYOPHYLLATA; *vulgaris.* C. B. pin. 321. Benedicten-Wurzel. März-Wurzel. Benoite.

CARYOPHYLLATA; *aquatica, nutante flore.* C. B. pin. 321. Waſſer- oder Wald-Benedicten-Wurzel. Benoite aquatique.

ANSERINA; offic. *Argentia.* Dod. Pempt. 600. & *Potentilla.* J. B. II. 398. Argentine. Gänſerich. Grenſich. Silber-Kraut.

QUINQUEFOLIUM; *majus, repens.* C. B. pin. 325. Fünff-Finger-Kraut. Quinte feuille officinale.

— — *minus, repens, luteum.* C. B. pin. 325. Klein kriechend Fünff-Finger-Kraut. Quinte feuille petite ſauvage, ou de montagne.

— — folio argenteo. C. B. pin. 325. Klein aufrecht wachſendes weißes Fünfffinger-Kraut. Quinte feuille blanche.

HORMIUM; *pratenſe, foliis ſerratis.* C. B. pin. 238. Wilde Salbey. Scharley. Orvale.

AGRIMONIA; Offic. Odermennig. Aigremoine.

EQUISETUM; *arvenſe, longioribus ſetis.* C. B. pin. 16. Kannen-Kraut. Katzen-Stert. Preſle, ou Queuë de Cheval.

— — *paluſtre, longioribus ſetis.*

tis. C. B. pin. 15. Waſſer-Katzen-Stert. Pferde-Schwanz. Queuë de Cheval aquarique.

ALCHIMILA; *vulgaris.* C. B. pin. 319. Sinnau. Löwen-Fuß. Frauen-Mantel. Pied de Lion.

MUSCUS; *pulmonarius*, ſiue Pulmonaria offic. Lob. Ic. p. 248. Pulmonaria arborea. Lungen-Mooß. Muſcus Quernus. Mouſſe de Chéne.

LYSIMACHIA; *lutea, major, quæ Dioſcoridis.* C. B. pin. 245. Großer geeler Weiderich. Lyſimachie.

VACCINIUM. Rivini. *Vitis idæa*, foliis oblongis crenatis, fructu nigricante. C. B. pin. 470. Heidel-Beeren. Aikelle, ou Myrtille.

— — *foliis Buxi*, ſempervirens, baccis rubris. Rupp. Fl. Gen. p. 52. Preußel-Beeren. Eſpece de Myrtille avec feuilles de Boüis.

RUBUS; *vulgaris*, ſ. *fructu nigro.* C. B. pin. 479. Brom-Beer-Strauch. Kratz-Beeren. Ronce grande.

— — *repens, fructu cæſio.* C. B. pin. 479. Bocks-Beeren. Ronce petite.

FRAGARIA; *vulgaris.* C. B. pin. 326. Erd-Beere. Fraiſier.

FILIPENDULA; J. B. II. 189. Saxifragia rubra. offic. Filipendul. Rothe Stein-Beere. Filipendule.

PERVINCA; Tournefort. Vinca pervinca. offic. Clematis daphnoides major, flore cœruleo. J. B. II. 132. Sinngrün. Wintergrün. Pervenche.

SPARGANIUM; *ramoſum & non ramoſum.* C. B. pin. 115. Schwerd-Riedel. Degen-Kraut. Igels-Knoſpen. Sparganio-Italic.

FILAGO; *ſeu herba impria.* Dodon. Pempt. 66. Ruhr-Kraut, mit ſeinen Veränderungen. Herbe à Coton.

GNAPHALIUM; *montanum flore rotundiore & longiore.* Tourn. Inſt. 453. Immortelle rouge, agreſte.

GERANIUM; *ſanguineum, maximo flore.* C. B. pin. 319. Blut-Wurtz. Bec de Grüe de montage, avec fleur grande.

— — *batrachoides, maximum, minus laciniatum, folio Aconiti.* J. B. III. 477. Waſſer-Storch-Schnabel. Bec de Grüe de prés aquatiques.

PLAN-

PLANTAGO; *latifolia incana*, C.B. pin. 189.

— — *anguſtifolia major & minor* C.B. 189.

— — *latifolia, ſinuata.* C.B pin. 189. Alle Arten von Wegebreit. Toutes les eſpeces de Plantain.

HYPERICUM; offic. & Mathiol. vulgare. C. B. pin. 279. Johannis-Kraut. Millepertuis.

C'eſt ici le lieu de remarquer qu'il n'y que l'herbe fleurie, ou même les fleurs ſeules des Plantes précédentes, qui puiſſent être miſes en œuvre. Il y en a parmi elles de plus foibles que les autres, & qui veulent par conſéquent être traitées différemment.

Mais à l'égard de celles qui vont ſuivre, nous avertiſſons, que les feuïlles, & les branches, auſſi bien que les fruits non-murs & les ſemences, & même les racines de quelques unes, ſont également propres aux opérations de la Tannerie.

FRONDES *Vitis viniferæ.* C. B. pin. 299. Wein-Reben mit Blättern. Vigne.

PRUNUS; *ſylveſtris.* C. B. pin. 444. Acacia germanica. Schlehen-Dorn. Schwartz-Dorn. Prunier ſauvage, épineux: cortex & fructus immaturus.

SALIX; *Vulgaris alba, arboreſcens.* C. B. pin. 473. Weiſe-Weide. Saule fragile, blanche. Folia. Frondes.

— — *caprea rotundifolia.* Tabern. Icon. 1038. Werfft. Saal-Weyde. Saulx ou Saule vulgaire aquatique. Folia. Cortex. Frondes.

SORBUS; *aucuparia.* J. B. I. 62. Quitſchbeere. Ebreſchen. Vogel-Beere. Sorbier. Frondes. Folia. Fructus immaturi.

ROSA; *ſylveſtris*, variorum Colorum. Rupp. Fl. Jen. 139. Heck-Roſen. Roſier. Folia.

FAGUS; Dod. Pempt. 832. Büchen. Roth-Buchen. Heſtre, ou Foureau. Cortex. Folia.

CARPINUS; Dod. Pempt. 841. Weiß-Buche. Hayn-Buche. Hage-Buche. Charme. Frondes. Folia. Cortex.

QUERCUS; C.B. pin. 419. & omnis ejus varietas. Alle Arten Eichen. Chene. Folia.

BETULA; Dod. Pempt. 839. Birke. Bouleau. Folia. Cortex.

ALNUS; Dod. Pempt. 839. Erlen. Elſen. Aune. Folia.

MESPILUS; omnium auctorum. Miſpeln. Neſpeln. Species ſylveſtris, vulgaris. Neflier agreſte. Folia. Frondes. Fructus immaturi.

LEDUM; *roſmarini folio.* Tabern. ſ. Roſmarinum ſylveſtre. Matthioli. Wilder Roßmarin. Poſt. Kühn-Poſt. Roſmarin ſauvage. Frondes.

CORNUS; *ſylveſtris, mas.* C. B. pin. 447. Horlizen. Cornel-Kirſchen. Cornouillier ſauvage. Folia. Frondes. Oſſicula.

ACETOSA; *pratenſis.* C. B. p. 114. Sauramp fer. Radix. Semen.

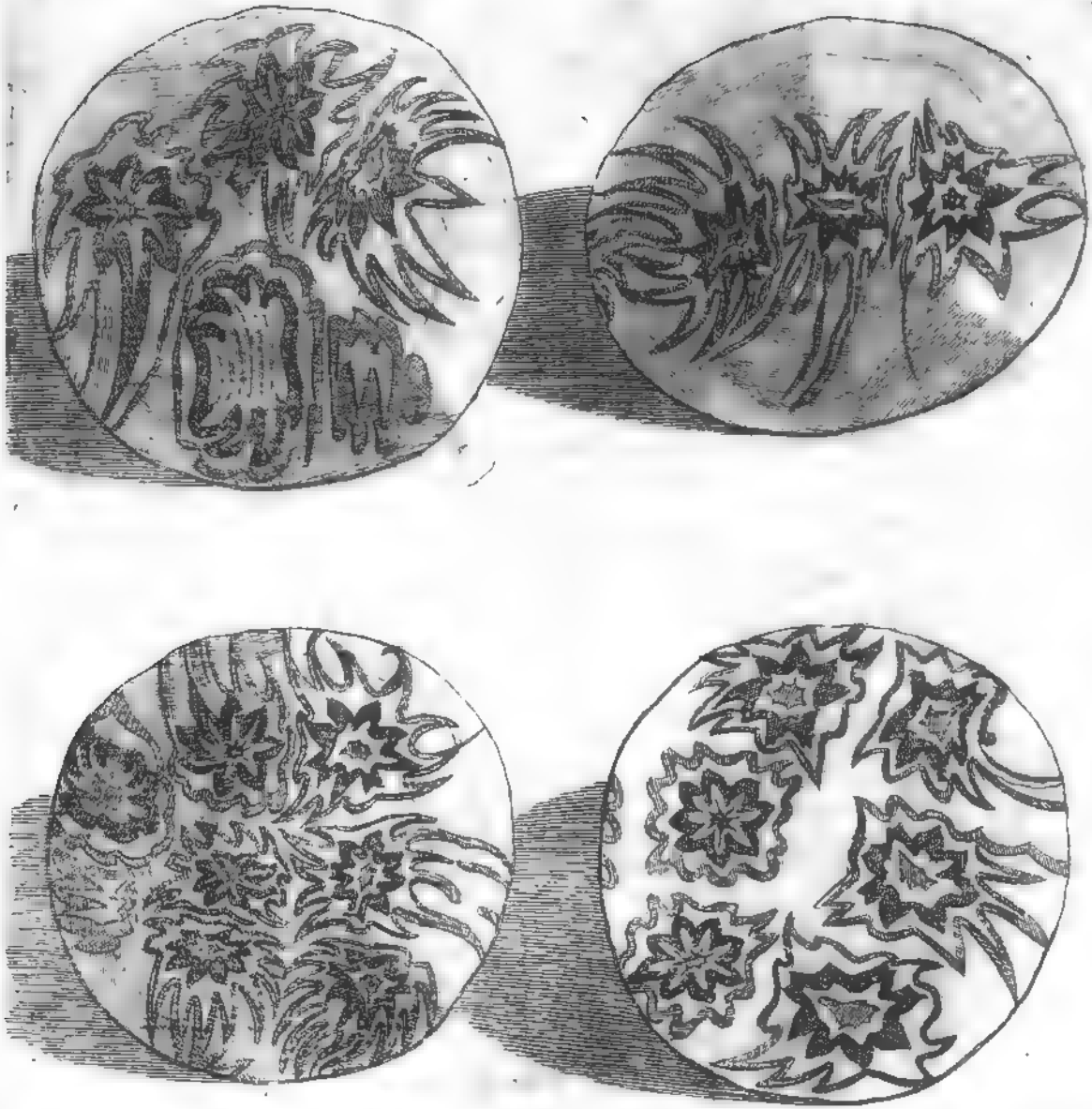
LAPATHUM; *maximum aquaticum.* Chabr. Hiſt. 309. Waſſer-Ampfer. Pferde-Ampfer. Patience aquatique grande. Radix. Folia. Semen.

LAPATHUM; *folio acuto, plano.* C. B. pin. 115. Zitter-Wurtz. Grind-Wurtz. Patience vulgaire. Radix. Folia. Semen.

IRIS; *paluſtris, lutea*, ſ. Acorus adulterinus. C. B. pin. 34. Gelbe Waſſer- oder Teich-Lilie. Flambe aquatique. Radix.

NYMPHÆA; *lutea major.* C. B. pin. 193. Gelbe See-Pumpen. Nix-Blumen. Kannen. Radix.

— — *alba, major.* C. B. pin. 193. See-Lilien. See-Roſen. See-Plumpen. Radix.



Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 220

Sauerbrey f.

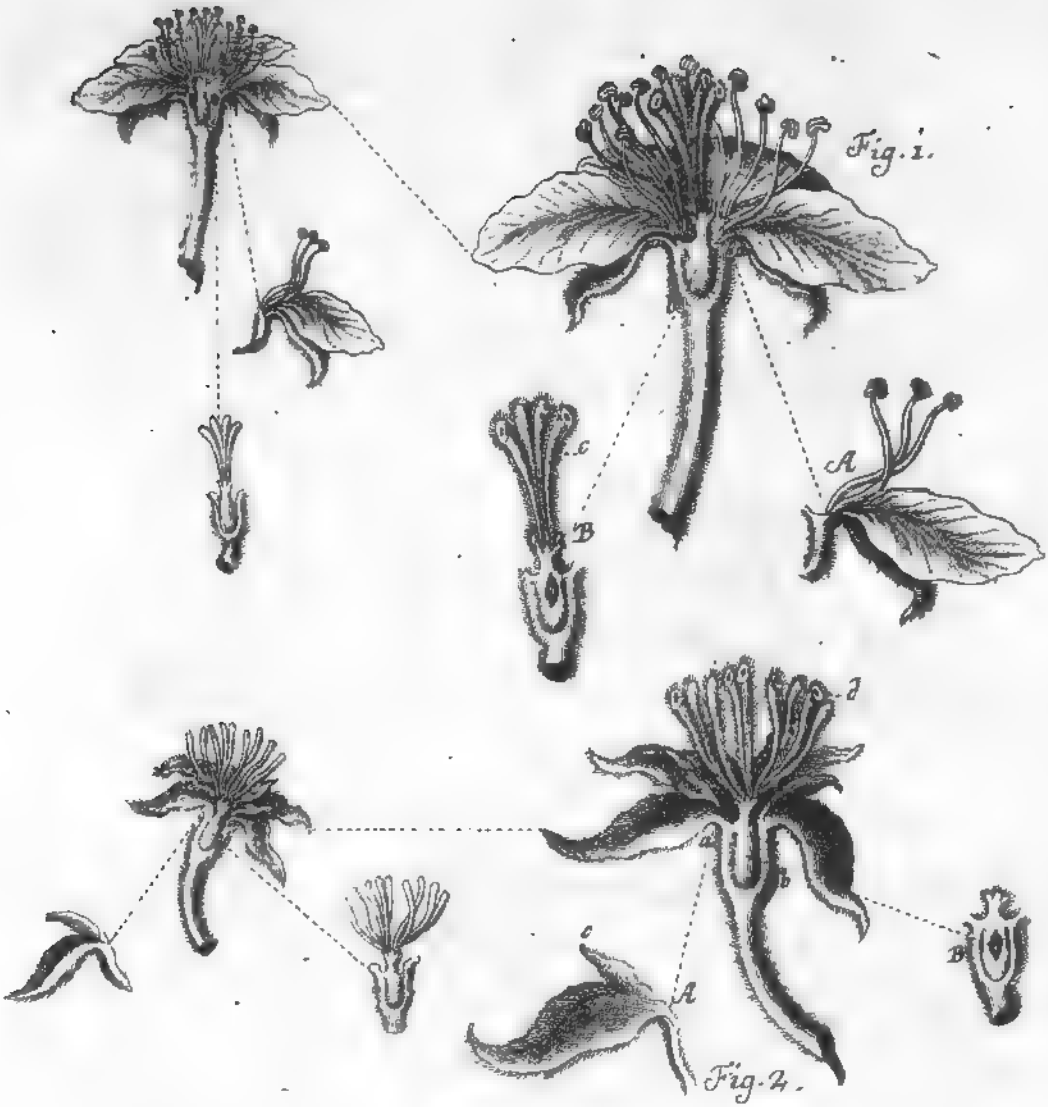


Fig. 2.

Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 284.

Sauerbrey fec.

Tab. III.
ad pag. 94.

Pl. I.

Fig. 1.

Fig. 3.

Fig. 2. nro. 1.

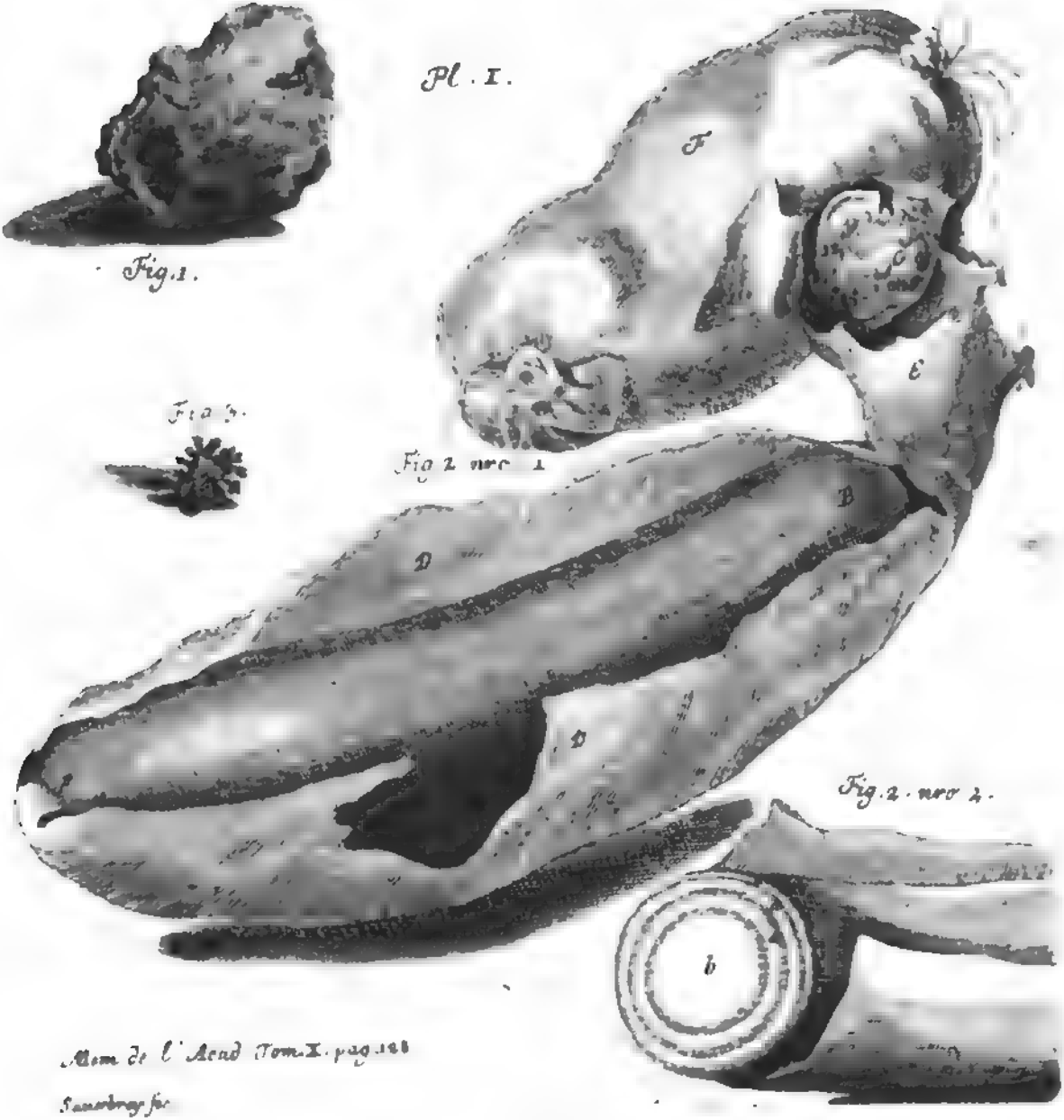
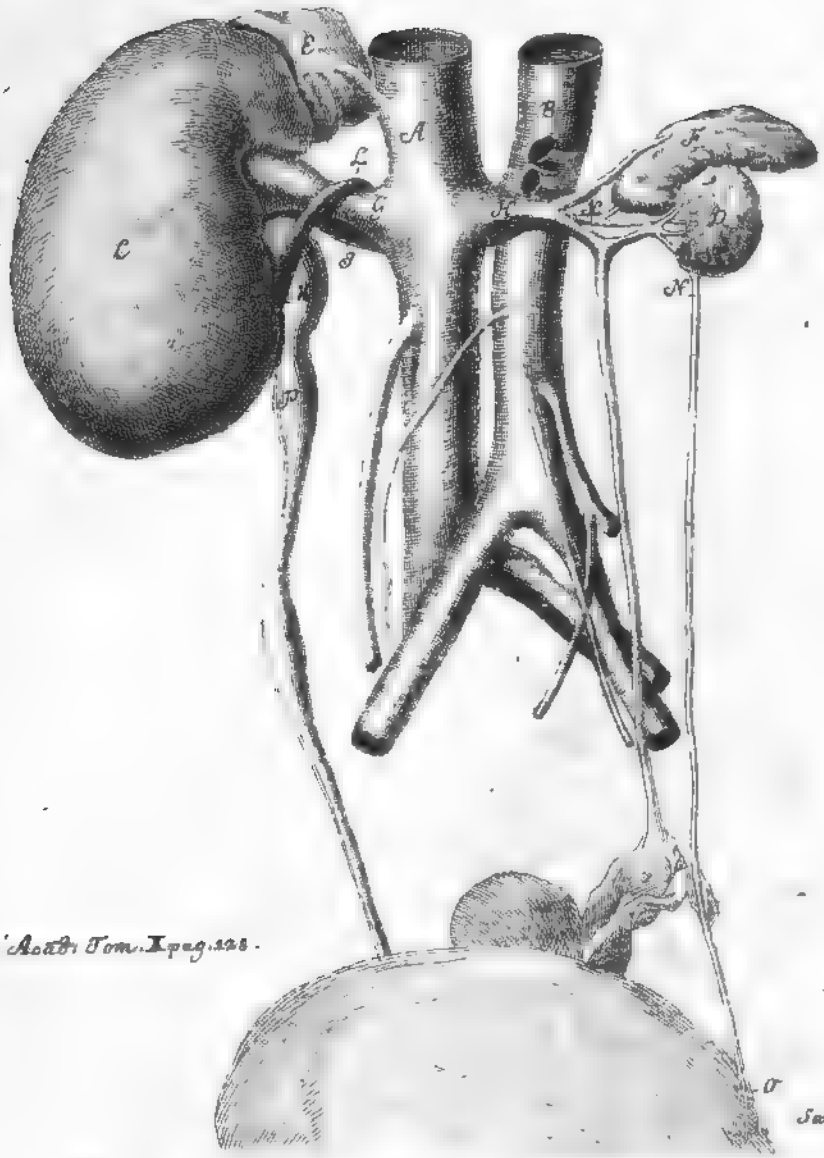


Fig. 2. nro. 2.

Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 128

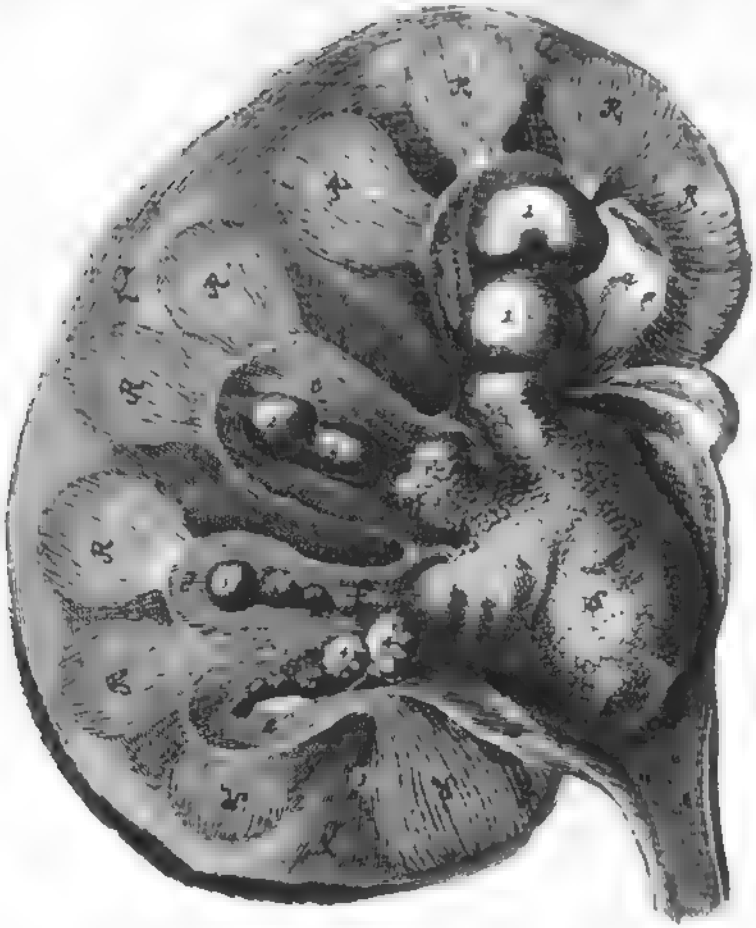
Sauerbrey fec.

Pl. II. a.



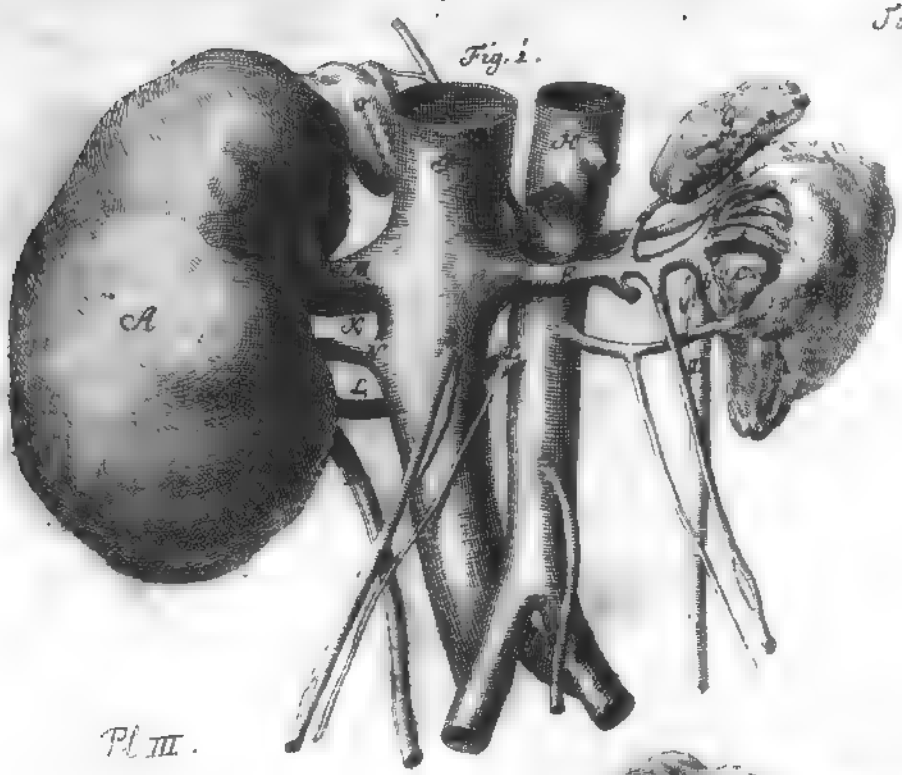
Mem. de l'Acad. Tom. X pag. 128.

Pl II. b.



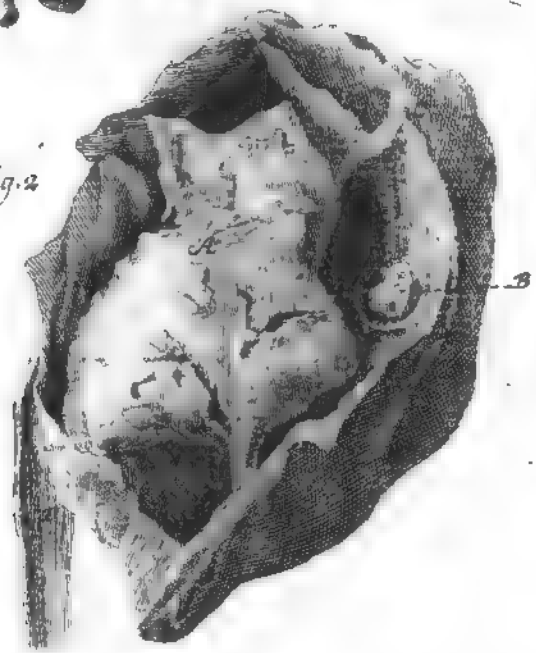
Tab. VI.
ad pag. 100.

Fig. 1.



Pl III.

Fig. 2



Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 128

Lamerbrayf

Pl. IV.

Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 168

Sauvebroy fec.

Tab. I a
ad p. 188.

Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 188.

Sauerbrey fc.

Tab. Ib
adp. iia.

Mem de l'Acad Tom X p. 1. 8

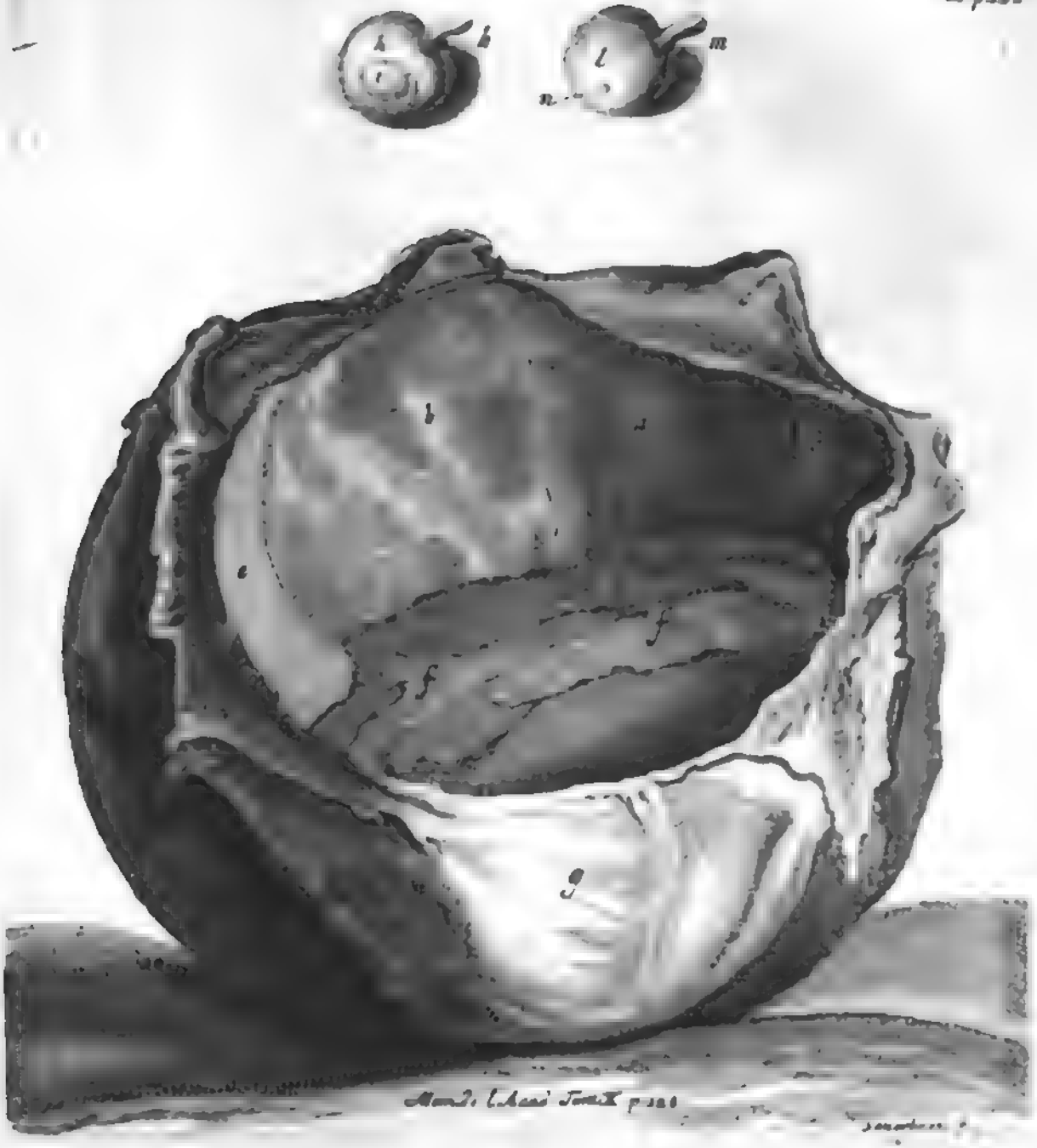
Tab. II a
ad p. 124.

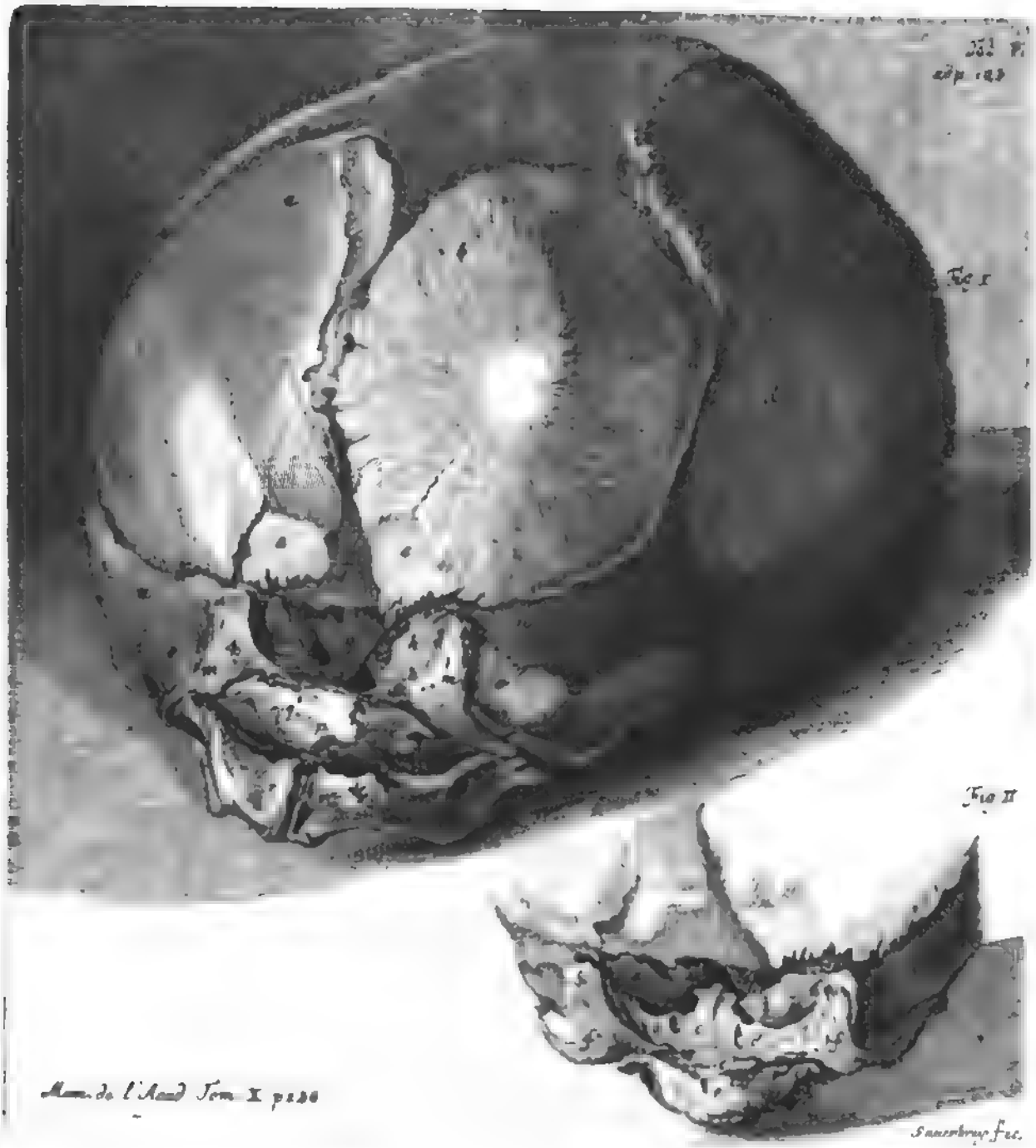
Mem. de l'Acad. Tom. X pag.

Saverien fec.

Fig. II.

Fig. I.


b
m
n
b
g



Mem. de l'Acad. Tom. X. page

Saucerotte fec.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

* * *

DE LA
RÉFRACTION DE LA LUMIERE
EN PASSANT PAR L'ATMOSPHERE SELON
LES DIVERS DEGRÉS TANT DE LA CHALEUR QUE DE L'ELASTICITÉ DE L'AIR.

PAR M. EULER.

I.

Pour déterminer la réfraction, que les rayons de la lumiere ſouffrent en paſſant par l'Atmoſphère, il faut commencer par la réfraction, que les rayons de la lumiere ſouffrent en paſſant du vuide dans un air d'une denſité donnée: car il eſt certain que cette réfraction dépend de la denſité de l'air, dans lequel les rayons entrent du vuide. Or comme les rayons, qui ſont de diverſes couleurs, ſouffrent des réfractions differentes, je conſidère ici ſeulement les rayons d'une telle nature moyenne, qui eſt également eloignée de ceux, qui ſubiſſent ou la plus grande, ou la plus petite réfraction: car c'eſt par rapport à ces rayons moyens, que les Aſtronomes ſont accoutumés de dreſſer leurs tables de réfraction.

II. Conſidèrons donc une maſſe d'air dont la denſité ſoit fixe, & à laquelle je comparerai enſuite les divers degrès de denſité, que l'air puiſſe avoir, & que cette denſité ſoit $= c$. Que $1 : \alpha$ marque la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction pour les rayons, qui

entrent du vuïde dans cet air. Les Expériences qu'on a faites ſur cette réfraction, ont fait voir, que la raiſon $1 : \alpha$ eſt à peu près comme 3325 à 3324, & partant $\alpha = \frac{3324}{3325}$: mais comme la denſité de l'air n'eſt pas marquée aſſés exactement, je regarderai la valeur de α comme inconnuë, quoiqu'elle ne ſauroit différer conſidérablement de $\frac{3324}{3325}$, lorsque c marque la denſité de l'air, telle qu'elle eſt ordinairement.

III. Il eſt auſſi clair, que ſi les rayons paſſoient de cet air, dont la denſité $= c$, dans un autre air d'une denſité double $2c$, ils ſouffriroient la même réfraction. D'où il s'enſuit, que ſi les rayons paſſent immédiatement du vuide dans l'air de la denſité $2c$, la raiſon de réfraction ſera $1 : \alpha\alpha$, ou doublée de la raiſon $1 : \alpha$. Donc, lorsque les rayons paſſent du vuide dans un air de la denſité nc, le ſinus d'incidence ſera à celui de réfraction, comme $1 : \alpha^n$. De ſorte que ſi q marque une denſité quelconque de l'air, poſant $n = \frac{q}{c}$, la raiſon de réfraction des rayons, qui entrent du vuide dans cet air, ſera comme $1 : \alpha^{\frac{q}{c}}$.

IV. Donc, ſi nous avons deux maſſes d'air, dont la denſité de l'une ſoit $= q$, & de l'autre $= r$, & que les rayons paſſent de la premiere dans la ſeconde, la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction ſera $\alpha^{\frac{q}{c}} : \alpha^{\frac{r}{c}}$. Car on n'a qu'à concevoir un vuide infiniment mince entre ces deux maſſes d'air, & la raiſon de réfraction du premier air q dans le vuide étant $\alpha^{\frac{q}{c}} : 1$, & du vuide dans l'autre air r comme $1 : \alpha^{\frac{r}{c}}$, la raiſon de réfraction du premier air dans l'autre ſera $\alpha^{\frac{q}{c}}$ à $\alpha^{\frac{r}{c}}$.

V.

V. Soit maintenant EOF la ſurface de la terre, & C ſon centre, le rayon $CO = a$; & que l'atmoſphère ſoit conſidérée comme compoſée des couches ſphériques décrites du centre C, & on pourra ſuppoſer que les denſités de l'air en montant diminuent ſelon ces couches, de ſorte qu'en chaque couche comme PM, la denſité ſoit partout la même. Poſant donc pour une couche quelconque PM, le rayon $CP = x$, ſoit la denſité de cette couche $= q$; & la denſité à la ſurface de la terre ou en $O = k$; qui peut varier ſelon les divers degrés de chaleur & de l'elaſticité de l'air.

VI. Que l'Obſervateur ſoit maintenant en O, auquel parvienne un rayon OMS, courbé par la refraction de l'atmoſphère, & venant d'un aſtre S infiniment éloigné, ſoit OD la tangente de cette courbe en O, & l'angle COD, qui ſoit $= \zeta$, marquera la diſtance obſervée de l'Aſtre au zénith Z, ou bien ζ ſera le complément de la hauteur obſervée. Qu'on tire pareillement à un autre point quelconque M du rayon la tangente MT, & poſant $CM = x$, ſoit l'angle $CMT = \omega$, & pour le point infiniment proche m, on aura $Cm = x + dx$, ou $mn = dx$, & l'angle $Cmt = \omega + d\omega$.

VII. La droite CM, ou Cm étant perpendiculaire aux couches refringentes, l'angle Cmt marquera l'angle d'incidence, & l'angle CmT l'angle de réfraction. Donc la denſité de l'air en M étant $= q$ & en $m = q + dq$, nous aurons :

$$\text{ſin } Cmt : \text{ſin } CmT = \alpha^{\frac{q+dq}{c}} : \alpha^{\frac{q}{c}}.$$

Or par la nature des exponentiels on a $\alpha^{\frac{q+dq}{c}} = \alpha^{\frac{q}{c}}\left(1 + \frac{dq}{c}l\alpha\right)$, & partant nous aurons :

$$\text{ſin } Cmt = \left(1 + \frac{dq}{c}l\alpha\right) \text{ſin } CmT.$$

Or puiſque α ne diffère de l'unité, qu'extrêmement peu, ſon logarithme $l\alpha$ ſera aſſés exactement $= \alpha - 1$; donc, à cauſe de $\alpha < 1$, on aura

$$\text{ſin } Cmt = \left(1 - \frac{(1-\alpha)dq}{c}\right) \text{ſin } CmT.$$

VIII.

VIII. Soit l'angle au centre $OCM = \Phi$, & partant $MCm = d\Phi$; & puisque l'angle $CmT = CMT - MCm$, nous aurons :

$$Cmt = \omega + d\omega \quad \& \quad CmT = \omega - d\Phi ; \quad \text{donc}$$

$$\text{fin } Cmt = \text{fin}\,\omega + d\omega \cos\omega \quad \& \quad \text{fin } CmT = \text{fin}\,\omega - d\Phi \cos\omega$$

d'où nous tirons l'équation ſuivante:

$$\text{fin}\,\omega + d\omega \cos\omega = \text{fin}\,\omega - d\Phi \cos\omega - \frac{(1-\alpha)\,dq}{c} \text{fin}\,\omega, \quad \text{ou bien}$$

$$-\frac{(1-\alpha)\,dq}{c} = \frac{(d\Phi + d\omega)}{\text{tang}\,\omega} = \frac{d\omega}{\text{tang}\,\omega} + \frac{d\Phi}{\text{tang}\,\omega} = \frac{dq}{c}\,l\alpha$$

en remettant $l\alpha$ pour $\alpha - 1$; afin que rien ne ſoit négligé.

IX. Or, puisque $mn = dx$ & $Mn = x\,d\Phi$, la fraction $\frac{x\,d\Phi}{dx}$ exprime la tangente de l'angle CmT, ou bien de l'angle ω, de ſorte que $\text{tang}\,\omega = \frac{x\,d\Phi}{dx}$, & partant $\frac{d\Phi}{\text{tang}\,\omega} = \frac{dx}{x}$. D'où l'équation trouvée ſe changera en cette forme :

$$\frac{dq}{c}\,l\alpha = \frac{d\omega}{\text{tang}\,\omega} + \frac{dx}{x}$$

dont l'intégrale eſt : $\frac{q}{c}\,l\alpha = l.\text{fin}\,\omega + lx + \text{Conſt.}$ ou bien $\alpha^{\frac{q}{c}} = C\,x\,\text{fin}\,\omega$. Or pour le point O il devient $x = a$; $q = k$ & $\omega = \zeta$; donc $\alpha^{\frac{k}{c}} = C\,a\,\text{fin}\,\zeta$, & partant la conſtante $C = \frac{\alpha^{k:c}}{a\,\text{fin}\,\zeta}$; d'où nous aurons cette équation determinée :

$$\alpha^{\frac{q}{c}}\,a\,\text{fin}\,\zeta = \alpha^{\frac{k}{c}}\,x\,\text{fin}\,\omega, \quad \text{ou} \quad a\,\text{fin}\,\zeta = \alpha^{\frac{k-q}{c}}\,x\,\text{fin}\,\omega.$$

X.

X. Mais puisque $\text{tang}\,\omega = \frac{x\,d\Phi}{dx}$, il s'enfuit :

$$\text{fin}\,\omega = \frac{x\,d\Phi}{V(dx^2 + x\,x\,d\Phi^2)} = \frac{a\,\alpha^{\frac{q-k}{c}}\,\text{fin}\,\zeta}{x},$$

d'où nous tirons :

$$d\Phi = \frac{a\,\alpha^{\frac{q-k}{c}}\,dx\,\text{fin}\,\zeta}{x\,V(x\,x - a\,a\,\alpha^{\frac{2q-2k}{c}}\,\text{fin}\,\zeta^2)}$$

ce qui eſt une équation, où les variables x & Φ ſont ſéparées, puiſque la denſité q peut être regardée comme une fonction de x. Cette équation exprime donc la nature de la courbe du rayon O M S, d'où l'on pourroit aiſément tirer une conſtruction par le moyen de la quadrature ou rectification de quelque courbe.

XI. Mais, de quelque maniere qu'on traite cette équation, on ne viendra jamais à bout d'en tirer une expreſſion finie, qui marque la quantité de la réfraction pour toutes les hauteurs, quoiqu'il ſoit fort aiſé d'en aſſigner les réfractions, qui répondent à des hauteurs conſidérables ; or pour les hauteurs fort petites, ces expreſſions, quelques exactes qu'elles ſoient pour de plus grandes, s'écarteront toujours beaucoup de la vérité. Ainſi tout revient ici à la decouverte d'une méthode tout particuliere, qui nous conduiſe à la connoiſſance de la véritable courbure du rayon O M S.

XII. Dans cette vuë il ſera bon de développer quelques propriétés de cette courbe ; or d'abord je remarque, que ſi l'on tire du centre C la perpendiculaire C T ſur la tangente C M, cette perpendiculaire C T ſera $= x\,\text{fin}\,\omega = \alpha^{\frac{q-k}{c}}\,a\,\text{fin}\,\zeta$. D'où nous voyons, qu'en éloignant le point M à l'infini, où la denſité q deviendra $= 0$,

la

la perpendiculaire à la tangente ſera $= \alpha^{\frac{-k}{c}} a \sin \zeta$: & il eſt évident que cette tangente eſt l'aſymtote de la courbe cherchée O M S : de ſorte que nous connoiſſons déjà la diſtance de cette aſymtote au centre C.

XIII. Poſant pour un point M quelconque la perpendiculaire $CT = p$, de ſorte que $p = \alpha^{\frac{q-k}{c}} a \sin \zeta$, on ſait que le rayon de la dévelopée en M eſt $= \frac{x\,dx}{dp}$. Or, ayant $dp = \alpha^{\frac{q-k}{c}} \frac{a\,dq}{c} l\alpha . \sin \zeta$. ce rayon de la developée en M ſera $= \frac{c\,\alpha^{\frac{k-q}{c}} x\,dx}{a\,dq\,l\alpha . \sin \zeta}$. Donc au point O où $x = a$ & $q = k$, le rayon de courbure, ou de la dévelopée, eſt $= \frac{c\,dx}{dq\,l\alpha . \sin \zeta}$, où il faut ſuppoſer que le rapport entre x & q, & partant entre dx & dq, eſt connu.

XIV. Comme la courbure de la courbe en chaque point eſt déterminée par le rayon de la dévelopée, ainſi la variabilité de la courbure ſe connoitra par la courbure de la dévelopée même, ou bien par le rayon de courbure de la dévelopée. Poſons donc le rayon de courbure en M, $\frac{c\,\alpha^{\frac{k-q}{c}} x\,dx}{a\,dq\,l\alpha \sin \zeta} = r$, & l'élément de la courbe $M m = \frac{x\,dx}{V(xx - aa\alpha^{\frac{2q-2k}{c}} \sin \zeta^2)} = ds$ le ſecond rayon de courbure, ou celui de la dévelopée, ſera $= \frac{r\,dr}{ds}$.

XV.

XV. Puisque q eſt fonction de x, ſoit $dx = p\,dq$, pour avoir en général $r = \frac{c\alpha^{\frac{k-q}{c}}\,px}{al\alpha \sin\zeta}$: d'où nous tirons :

$$dr = \frac{c\alpha^{\frac{k-q}{c}}}{al\alpha \sin\zeta}\left(p\,dx + x\,dp - \frac{px\,dq}{c}\,l\alpha\right) :$$

donc le ſecond rayon de courbure :

$$\frac{r\,dr}{ds} = \frac{cc\alpha^{\frac{2k-2q}{c}}\,p}{aa(l\alpha.\sin\zeta)^2}\left(p+\frac{x\,dp}{dx}-\frac{x}{c}\,l\alpha\right)V(xx-aa\alpha^{\frac{2q-2k}{c}}\sin\zeta^2).$$

Or je ferai bientôt voir, combien la connoiſſance des rayons de courbure, tant du premier que du ſecond ordre, contribuë à la détermination de la courbe OMS, & par conſéquent à la decouverte de la réfraction.

XVI. Mais, avant que de paſſer outre, il faut chercher le rapport entre les deux variables x & q ; ou bien il faut déterminer la denſité de l'atmoſphère à chaque hauteur P. Pour cet effet ſoit la hauteur du barometre en $O = h$, au tems de l'obſervation, & en montant le barometre en P, ſoit ſa hauteur $= u$, & en $p = u + du$. De plus ſoit la denſité du mercure $= nc$, & le poids d'une colonne de mercure de la hauteur $= du$ ſera $= ncdu$.

XVII. Or la denſité de l'air en P étant $= q$, le poids d'une colomne d'air de la hauteur $Pp = dx$ ſera $= qdx$; dont la preſſion de l'atmoſphère en p ſera plus petite qu'en P. Donc, puisque la preſſion de l'atmoſphère balance le mercure dans le barometre, il faut être $qdx = -ncdu$. Or ſi nous ſuppoſons, que la denſité de l'air ſoit proportionelle à la hauteur du barometre, nous aurons $u:q = h:k$, ou bien $u = \frac{hq}{k}$, donc à cauſe de $du = \frac{hdq}{k}$, nous obtiendrons

$qdx = -\frac{nchdq}{k}$, ou $dx = -\frac{nchdq}{kq}$; de ſorte qu'il ſeroit $p = \frac{dx}{dq} = -\frac{nch}{kq}$.

XVIII. Cette ſuppoſition auroit lieu, ſi l'atmoſphère étoit doüée, par toute ſa hauteur, du même degré de chaleur; mais lorsqu'en P régne un autre degré de chaleur qu'en O, il ne ſera plus permis de ſuppoſer $u:q = h:k$; donc, pour rendre cette détermination plus juſte, il faut avoir égard à la chaleur, dont l'effet conſiſte dans l'augmentation du reſſort de l'air, qui ſoutient proprement la colomne du mercure dans le barometre.

XIX. Conſidérons donc une maſſe d'air dont la denſité ſoit $= c$ & qui ſoit doüée d'un certain degré de chaleur $= \gamma$: dans cet état la maſſe d'air aura un certain degré d'élaſticité par laquelle elle ſoutiendra une certaine colomne de mercure dans le barometre, qui ſoit $= b$. Si à la même denſité convenoit un plus grand degré de chaleur, elle ſoutiendroit auſſi une plus grande hauteur du barometre: or, ſi la chaleur γ demeurant la même, la denſité de l'air étoit, ou plus grande, ou plus petite, la hauteur ſoutenuë du barometre ſeroit augmentée ou diminuée dans la même raiſon.

XX. Puisque les degrés des chaleurs ne ſont pas fixés, mais qu'ils s'eſtiment ordinairement des diviſions arbitraires des thermometres; je concevrai ici un thermometre tellement diviſé, que les hauteurs, qu'il marque pour chaque chaleur, ſoient égales aux hauteurs du barometre, qu'un air doüé de cette chaleur, mais dont la denſité ſoit conſtamment $= c$, eſt capable de ſoutenir: ou que les hauteurs marquées par le thermometre ſoient ſeulement proportionnelles aux hauteurs du barometre, tandis que la denſité de l'air demeure la même.

XXI. Cela poſé, ſi la denſité de l'air eſt $= C$, ſa chaleur $= \Gamma$, & que cet air ſoutienne la hauteur du barometre $= B$: il eſt clair qu'on aura: $B : b = C\Gamma : c\gamma$.

D'où

D'où l'on voit, que le thermometre dont je parle, doit être tellement diviſé, que tant que la hauteur du barometre eſt la même, les nombres indiqués par le thermometre Γ & γ ſoient toujours réciproquement proportionnels aux denſités de l'air.

XXII. Soit maintenant la chaleur, ou plutôt le nombre indiqué par le thermometre en $O = g$, & en $P = v$; & puisque la denſité de l'air eſt ſuppoſée en $O = k$ & en $P = q$; or la hauteur du barometre en $O = h$ & en $P = u$; nous aurons $h : b = gk : \gamma c$, & $u : b = vq : \gamma c$; ou bien

$$\frac{b}{\gamma c} = \frac{h}{gk} = \frac{u}{vq}, \quad \text{donc} \quad u = \frac{hqv}{gk} = \frac{bqv}{\gamma c}$$

& partant

$$dx = -\frac{nb}{\gamma}\left(\frac{v\,dq}{q} + dv\right); \quad \text{donc} \quad p = -\frac{nb}{\gamma}\left(\frac{v}{q} + \frac{dv}{dq}\right).$$

XXIII. Cette formule ſervira donc à trouver la denſité de l'atmoſphère à chaque hauteur: mais pour cela il faut qu'on ſache la chaleur, ou le degré marqué par le thermometre, que je viens d'indiquer, à chaque hauteur: ainſi, ſi la chaleur étoit par tout la même, ou $v = g$, nous aurions $dx = -\frac{nbg\,dq}{\gamma q}$; ou bien $x - a = \frac{nbg}{\gamma} l \frac{k}{q}$; de ſorte que prenant e pour le nombre dont le logarithme hyperbolique $= 1$, on auroit $\frac{k}{q} = e^{\frac{\gamma(x-a)}{nbg}}$, ou $q = k e^{\frac{-\gamma(x-a)}{nbg}}$.

XXIII. Mais, puisque la chaleur diminuë plus on s'éloigne en montant, ſi nous ſuppoſons que la chaleur diminuë en montant en même raiſon que la denſité, de ſorte qu'il ſeroit: $v : g = q : k$, nous aurions $v = \frac{gq}{k}$, & partant:

 $dx =$

$$dx = -\frac{nbg}{\gamma k}(dq + dq) = -\frac{2nbg\,dq}{\gamma k}, \quad \text{donc :}$$

$$x - a = \frac{2nbg}{\gamma k}(k - q), \quad \text{ou} \quad q = k - \frac{\gamma k(x-a)}{2nbg}.$$

Donc cette ſuppoſition ne ſauroit avoir lieu, puisque la denſité deviendroit enfin négative, de même que la chaleur.

XXIV. Poſons $OP = x - a = z$; & ſoit $v = \frac{fg}{f+z}$; de ſorte qu'à la hauteur $z = f$, la chaleur ſoit la moitié de celle en O; & puisque $dx = dz$ nous aurons :

$$-\frac{\gamma dz}{nb} = \frac{fg\,dq}{(f+z)q} - \frac{fg\,dz}{(f+z)^2},$$

qui étant multipliée par $f + z$, & intégrée donne :

$$\frac{-\gamma}{nb}(fz + \tfrac{1}{2}zz) = -fg\,l\frac{k}{q} - fg\,l\frac{f+z}{f},$$

ou bien $\frac{k(f+z)}{fq} = e^{\frac{\gamma z(2f+z)}{2nbfg}}$, de ſorte que

$$q = \frac{k(f+z)}{f}e^{-\frac{\gamma z(2f+z)}{2nbfg}}.$$

XXV. Cette hypotheſe paroit aſſés conforme à la vérité, puisqu'on peut prendre pour f une telle quantité, qui ſatisfait en toutes occaſions. Car, parce que f marque la hauteur, où la chaleur eſt réduite à la moitié, il paroit très probable, qu'à une hauteur quelconque $z = x - a$, la chaleur ſoit $v = \frac{fg}{f+z}$, de ſorte que poſant $z = mf$ on ait $v = \frac{1}{1+m}g$.

XXVI.

XXVI. J'adopterai donc cette hypothese pour en tirer la détermination des refractions: & puisque $z = x - a$, & $dx = dz = p\,dq$, nous aurons $p = \frac{-nbfg(f+z)}{\gamma(f+z)^2 q - nbfgq}$. Donc pour le commencement de la courbe, où $z = 0$; & $q = k$, nous aurons $p = \frac{-nbfg}{\gamma fk - nbgk}$. De plus pour le second rayon de courbure, nous aurons : $dp =$

$$\frac{n\gamma bfg(f+z)^2 q\,dz + nnbbffggq\,dz + n\gamma bfg(f+z)^3\,dq - nnbbffgg(f+z)\,dq}{(\gamma(f+z)^2 - nbfg)^2 qq}$$

ou bien :

$$\frac{dp}{p} = \frac{dz}{f+z} - \frac{dq}{q} - \frac{2\gamma(f+z)\,dz}{\gamma(f+z)^2 - nbfg} = -\frac{dq}{q} - \frac{\gamma(f+z)^2 p\,dq - nbfg\,p\,dq}{(f+z)(\gamma(f+z)^2 - nbfg)}$$

Or à cause de $dx = p\,dq$, le second rayon de courbure sera $\frac{r\,dr}{ds} =$

$$\frac{cc\alpha^{\frac{2k-q}{c}}pp}{aa(l\alpha.\sin\zeta)^2}\left(1 - \frac{xl\alpha}{cp} - \frac{x}{pq} - \frac{\gamma(f+z)^2 x - nbfgx}{(f+z)(\gamma(f+z)^2 - nbfg)}\right)V(xx - aa\alpha^{\frac{2q-2k}{c}}\sin\zeta^2)$$

XXVII. De là nous tirerons pour le commencement de la courbe en O, premièrement le premier rayon de courbure

$$r = \frac{cp}{l\alpha.\sin\zeta} = -\frac{nbcfg}{(\gamma fk - nbgk)\,l\alpha.\sin\zeta}$$

& à cause de $q = k$; $x = a$; $z = 0$; & $p = -\frac{nbfg}{(\gamma f - nbg)k}$

le second rayon de courbure : $\frac{r\,dr}{ds} =$

$$\frac{nnbbccffgg}{akk(\gamma f - nbg)^2(l\alpha.\sin\zeta)^2}\left(1 + \frac{ak(\gamma f - nbg)l\alpha}{nbcfg} + \frac{ak(\gamma f - nbg)}{nbfgk} - \frac{a\gamma f - nabg}{\gamma ff - nbfg}\right)cf\zeta$$

De plus cette courbe ayant une aſymtote, la perpendiculaire, qui y eſt tirée du centre C, ſera $= \alpha^{\frac{-k}{c}} a \sin \zeta$: & ζ marque l'angle que fait la tangente de la courbe en O avec la verticale OZ.

XXVIII. Ce ſont les élémens, qui ſeront ſuffiſans, comme je ferai voir, pour connoitre la courbe entiere OMS, que le rayon forme en ſon paſſage par l'atmoſphère. Car, puiſqu'on ſçait, que la courbure eſt partout extrèmement petite, on la pourra regarder comme une partie d'une courbe aſymtotique, qui eſt déjà très éloignée du commencement, de ſorte que l'équation pour cette courbe doit devenir très
Fig. 2. ſimple. Car ſoit ADS l'aſymtote de cette courbe, & A le commencement, qu'on nomme l'abſciſſe AV $= t$ & l'appliquée VO $= y$; & lorsque t eſt déjà extrèmement grande, de quelque nature que ſoit la courbe, il eſt certain que la nature de la portion OS, ſera toujours compriſe dans cette formule, $t = \frac{C}{y^m}$.

XXIX. Il eſt d'abord clair, que les conditions expoſées à l'égard de la perpendiculaire CD tirée du centre C à l'aſymtote, & des deux rayons de courbure au point O avec l'angle ZOT que la tangente OT fait avec la verticale OZ; que ces conditions, dis-je, ſont ſuffiſantes pour déterminer tant l'eſpece que la poſition de la courbe OS. Il ne s'agit dont que de déterminer la poſition de l'aſymtote ADS, l'abſciſſe AV $= t$, la conſtante C avec l'expoſant m, pour avoir la vraye courbe OS du rayon.

XXX. Puiſque $t = \frac{C}{y^m}$, nous aurons $dt = -\frac{mC\,dy}{y^{m+1}}$; ou bien poſons $dt = -\frac{E\,dy}{y^\mu}$; de ſorte que $m = \mu - 1$, & $C = \frac{E}{\mu}$, ou plutôt ſoit $dt = -\frac{E\,dy}{y^\mu}$ l'équation différentielle de la courbe cher-

cherchée, & la ſoutangente ſera $VT = -\frac{y\,dt}{dy} = \frac{E}{y^{\mu-1}}$. Soit l'angle $OTV = \theta$, & il eſt clair que cet angle exprime la réfraction même, lorsque la diſtance de l'Aſtre δ eſt regardée comme infinie ; de là nous aurons $\text{tang}\,\theta = \frac{OV}{VT} = \frac{y^{\mu}}{E}$.

XXXI. Enſuite, puiſque l'angle $TOZ = \zeta$, nous aurons l'angle $ORV = \zeta + \theta$, donc $ROV = OCD = 90° - \zeta - \theta$. Et partant nous en tirerons la valeur de la perpendiculaire $CD = y + a\,\text{ſin}\,(\zeta + \theta)$: laquelle devant être $= \alpha^{\frac{-k}{c}}\,a\,\text{ſin}\,\zeta$, nous aurons cette équation $y + a\,\text{ſin}\,(\zeta+\theta) = \alpha^{\frac{-k}{c}}\,a\,\text{ſin}\,\zeta$: qui eſt la ſeconde, la premiere étant $\text{tang}\,\theta = \frac{y^{\mu}}{E}$ pour déterminer les quatre inconnues, θ, E, y & μ ; de ſorte que nous avons beſoin encore de deux équations.

XXXII. L'élément de la courbe Oo ſera $ds = -\frac{dy}{y^{\mu}}\sqrt{(EE+y^{2\mu})}$ à cauſe de dy négatif en avançant de O vers S : donc prenant le différentiel dy conſtant, à cauſe de $ddt = \frac{\mu E\,dy^2}{y^{\mu+1}}$, le premier rayon de courbure ſera $r = -\frac{ds^3}{dy\,ddt} = \frac{(EE+y^{2\mu})^{\frac{3}{2}}}{\mu\,E\,y^{2\mu-1}}$; qui nous fournit cette troiſième équation : $\frac{(EE+y^{2\mu})^{\frac{3}{2}}}{\mu\,E\,y^{2\mu-1}} = -\frac{n\,b\,c\,f\,g}{(\gamma f - nbg)\,k\,l\,a\,\text{ſin}\,\zeta}$.

XXXIII.

XXXIII. Pour trouver le fecond rayon de courbure, prenons les differentiels :

$$dr = -\frac{dy\,((2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu})\,V(EE+y^{2\mu})}{\mu E y^{2\mu}}$$

pour avoir

$$\frac{dr}{ds} = \frac{(2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu}}{\mu E y^{\mu}}$$

laquelle valeur doit être égale au fecond rayon de courbure divifé par le premier ; ce qui donne la quatrième équation

$$\frac{(2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu}}{\mu E y^{\mu}} = -\frac{nbcfg}{ak(\gamma f-nbg)l\alpha.\mathrm{tg}\zeta}\left(1+\frac{ak(\gamma f-nbg)l\alpha}{nbcfg}+\frac{ak(\gamma f-nbg)}{nbcfg}-\frac{a(\gamma f+nbg}{f(\gamma f-nbg.}\right.$$

ou bien

$$\frac{(2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu}}{\mu E y^{\mu}} = -\frac{cf}{akl\alpha.\mathrm{tg}\zeta}\left(\frac{nbg}{\gamma f-nbg}+\frac{akl\alpha}{cf}+\frac{a\gamma(\gamma f-3nbg)}{(\gamma f-nbg)^2}\right)$$

XXXIV. Or il faut fe fouvenir que $bgk = \gamma ch$ par le §. XXII. & pofant pour abréger :

$$-\frac{nbcfg}{(\gamma f-nbg)kl\alpha} = A$$

$$-\frac{nbcfg}{a(\gamma f-nbg)kl\alpha}-1-\frac{\gamma cf(\gamma f-3nbg)}{(\gamma f-nbg)^2 kl\alpha} = B$$

nos quatre équations feront :

I. $y^{\mu} = E\,\mathrm{tang}\,\theta$;

II. $y+a\,\mathrm{fin}\,(\zeta+\theta) = a^{\frac{-k}{c}}a\,\mathrm{fin}\,\zeta$

III.

III. $\dfrac{(EE+y^{2\mu})^{\frac{1}{2}}}{\mu E y^{2\mu-1}} = \dfrac{A}{\sin\zeta}$ &

IV. $\dfrac{(2\mu-1)EE-(\mu+1)y^{2\mu}}{\mu E y^{\mu}} = \dfrac{B}{\tang\zeta}$.

XXXV. Puisque $y^{\mu} = E\tang\theta$, il ſera $\sqrt{(EE+y^{2\mu})} = E\sec.\theta$, d'où la III. & IV. prendront les formes ſuivantes :

III. $\dfrac{y\sec.\theta^3}{\mu\tang\theta^2} = \dfrac{A}{\sin\zeta}$, ou $y = \dfrac{\mu A\sin\theta^2\cos\theta}{\sin\zeta}$.

IV. $\dfrac{2\mu-1-(\mu+1)\tang\theta^2}{\mu\tang\theta} = \dfrac{B}{\tang\zeta}$; d'où nous tirons :

$$\mu = \frac{\tang\zeta.\sec.\theta^2}{\tang\zeta(2-\mathrm{tg}\,\theta^2)-\tang\theta} = \frac{\tang\zeta}{\mathrm{tg}\,\zeta(2\cos\theta^2-\sin\theta^2)-B\sin\theta\cos\theta}$$

& partant $y = \dfrac{A\sin\theta^2\cos\theta}{\sin\zeta(2\cos\theta^2-\sin\theta^2)-B\cos\zeta\sin\theta\cos\theta}$.

XXXVI. Cette valeur étant ſubſtituée dans la ſeconde équation donnera :

$$\frac{A\sin\theta^2\cos\theta}{\sin\zeta(2\cos\theta^2-\sin\theta^2)-B\cos\zeta\sin\theta\cos\theta} + a\sin(\zeta+\theta) = a^{\frac{-k}{c}}a\sin\zeta,$$

laquelle ne contenant que la ſeule inconnuë θ, qui marque la réfraction qui convient à la hauteur obſervée $= 90^\circ-\zeta$, ou à la diſtance au zenith $=\zeta$; elle nous découvrira cette réfraction.

XXXVII. Puisque nous ſavons que la réfraction θ eſt toujours aſſés petite, pour emploier les approximations, poſons

$$\text{fin}\,\theta = \theta - \tfrac{1}{6}\theta^3, \quad \& \quad \text{cof}\,\theta = 1 - \tfrac{1}{2}\theta\theta,$$

& à cauſe de $\text{fin}(\zeta+\theta) = \text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\theta + \text{cof}\,\zeta\,\text{fin}\,\theta$, nous aurons :

$$\text{fin}(\zeta+\theta) = \text{fin}\,\zeta + \theta\,\text{cof}\,\zeta - \tfrac{1}{2}\theta\theta\,\text{fin}\,\zeta - \tfrac{1}{6}\theta^3\,\text{cof}\,\zeta.$$

Donc poſant $\frac{A}{a} = \frac{-nbcfg}{a(\gamma f - nbg)kla} = D$ nous aurons :

$$\frac{D\theta\theta(1-\frac{2}{3}\theta\theta)}{\text{fin}\,\zeta(2-3\theta\theta)-B\theta\,\text{cof}\,\zeta} + \text{fin}\,\zeta + \theta\,\text{cof}\,\zeta - \tfrac{1}{2}\theta\theta\,\text{fin}\,\zeta = a^{\frac{-k}{c}}\,\text{fin}\,\zeta.$$

XXXVIII. Mais, puisque aſſés exactement $a^{\frac{-k}{c}} = 1 - \frac{k}{c}la$,

& $la = -(1-a)$, nous aurons $a^{\frac{-k}{c}} = 1 + \frac{(1-a)k}{c}$, & partant en négligeant les termes, où θ a plus de deux dimenſions :

$$D\theta\theta + 2\theta\,\text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\zeta - \theta\theta\,\text{fin}\,\zeta^2 - \frac{2(1-a)k}{c}\text{fin}\,\zeta^2$$

$$- B\theta\theta\,\text{cof}\,\zeta^2 + \frac{B(1-a)k}{c}\theta\,\text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\zeta + \frac{3(1-a)k}{c}\theta\theta\,\text{fin}\,\zeta^2 = 0.$$

Or parce que $1-a$ eſt ſi extrêmement petit, cette équation ſe réduit à celle-cy :

$$\theta\theta = \frac{-2\theta\,\text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\zeta - \frac{B(1-a)k}{c}\theta\,\text{fin}\,\zeta\,\text{cof}\,\zeta + \frac{2(1-a)k}{c}\text{fin}\,\zeta^2}{D - \text{fin}\,\zeta^2 - B\,\text{cof}\,\zeta^2},$$

qui donne

$$\theta = \frac{-\left(1+\frac{(1-a)k}{2c}B\right)\text{fin}\,\zeta\,\text{cf}\,\zeta + \text{fin}\,\zeta\sqrt{\left(\left[1+\frac{(1-a)k}{2c}B\right]^2\text{cf}\,\zeta^2 + \frac{2(1-a)k}{c}D - \frac{2(1-a)k}{c}\text{fin}\,\zeta^2 - \frac{2(1-a)k}{c}B\,\text{cf}\,\zeta^2\right)}}{D - \text{fin}\,\zeta^2 - B\,\text{cof}\,\zeta^2}$$

ou

$$\theta = \frac{-\left(1+\frac{(1-a)k}{2c}B\right)\text{fin}\,\zeta\,\text{cf}\,\zeta + \text{fin}\,\zeta\sqrt{\left(\left[1-\frac{(1-a)k}{2c}B\right]^2\text{cf}\,\zeta^2 + \frac{2(1-a)k}{c}\left[D-\text{fin}\,\zeta^2\right]\right)}}{D - \text{fin}\,\zeta^2 - B\,\text{cof}\,\zeta^2}$$

XXXIX.

XXXIX. On pourroit encore plus exactement aſſigner la valeur de la réfraction θ, en ne point négligeant les plus hautes puiſſances de θ; ou bien on n'auroit qu'à reſoudre cette équation :

$$D\sin\theta^2\cos\theta = [\sin\zeta(2\cos\theta^2-\sin\theta^2)-B\cos\zeta\sin\theta\cos\theta]\,[\sin\zeta(1-\cos\theta)-\cos\zeta\sin\theta+\frac{(1-\alpha)k}{c}\sin\zeta]$$

qui ſe reduit à une équation du ſixième degrè ; mais on verra bientôt, que les termes que j'ai négligés, ſont ſi petits, que la valeur trouvée pour θ ne ſauroit différer ſenſiblement de la vérité : du moins la différence ne ſauroit jamais à beaucoup prés monter à une ſeconde.

XL. En poſant pour $l\alpha$ ſa valeur $-(1-\alpha)$ nous aurons

$$D = \frac{nbcfg}{(1-\alpha)ak(\gamma f-nbg)}, \quad \&$$

$$B = \frac{nbcfg}{(1-\alpha)ak(\gamma f-nbg)} - 1 + \frac{\gamma cf(\gamma f-3nbg)}{(1-\alpha)k(\gamma f-nbg)^2}.$$

Or, puiſque la denſité de l'air k doit être concluë de la hauteur du barometre h, & du nombre g indiqué par le thermometre, nous aurons $\frac{k}{c} = \frac{\gamma h}{bg}$ ou $\frac{c}{k} = \frac{bg}{\gamma h}$, & partant

$$D = \frac{nbbfgg}{(1-\alpha)a\gamma h(\gamma f-nbg)}, \quad \&$$

$$B = D - 1 + \frac{bfg(\gamma f-3nbg)}{(1-\alpha)h(\gamma f-nbg)^2}.$$

XLI. La valeur trouvée pour θ fait dabord voir qu'au zenith, lorsque $\zeta = 0$, la réfraction evanouït auſſi : mais pour les Aſtres vus dans l'Horizon, lorsque $\zeta = 90°$, la réfraction ſe trouve

$$\theta = \sqrt{\frac{2(1-\alpha)k}{c(D-1)}} = \sqrt{\frac{2(1-\alpha)\gamma h}{bg(D-1)}}$$

ou en remettant pour D ſa valeur, la réfraction horizontale ſera

$$\frac{(1-\alpha)\gamma h}{bg}\sqrt{\frac{2abg(\gamma f-nbg)}{nbbfgg-(1-\alpha)a\gamma h(\gamma f-nbg)}},$$

qui eſt exprimée en parties du ſinus total $=1$; donc, pour avoir ſa valeur en ſecondes, on n'a qu'à multiplier cette formule par le nombre 206265.

XLII. De là on voit, que ſi la valeur de D étoit infinie, ce qui arriveroit lorsque $f=\frac{nbg}{\gamma}$, la réfraction horizontale évanouïroit; & qu'elle augmente, plus la valeur de D ſera petite, ou plus la valeur de f ſera grande. Mais par rapport à la hauteur f, où la chaleur eſt réduite à la moitié de celle qui régne en bas, je remarque qu'elle eſt toujours très grande; car puisque la chaleur ſe réduit à la moitié, lorsque la denſité de l'air devient double, la hauteur du barometre demeurant la même; il eſt clair que ce ſeroit l'effet d'un très horrible froid, qu'on ne ſauroit ſuppoſer dans l'atmoſphère, qu'à une diſtance très éloignée. Donc la quantité f ſurpaſſera toujours de beaucoup la valeur de $\frac{nbg}{\gamma}$, puisque nb eſt environ une mile d'Allemagne, & la fraction $\frac{g}{\gamma}$ ne ſauroit jamais s'éloigner conſidérablement de l'unité.

XLIII. Si nous ſuppoſons que le plus grand froid, qui régne dans les régions polaires, augmente la denſité de l'air d'un tiers, le reſſort demeurant le même, il ſemble très probable que dans les pays chauds un tel degré de froid ne ſauroit être admis dans l'atmoſphère qu'à une hauteur très grande, & qui ſurpaſſe de beaucoup une mile d'Allemagne. Suppoſons donc qu'à une hauteur $z=a$ Miles d'Allegne, le degré de chaleur v ſoit deux tiers du degré g qui régne en bas,

bas, de ſorte que $v = \frac{2}{3}g$; & puisque j'ai ſuppoſé $v = \frac{fg}{f+z}$, nous aurons $\frac{2}{3} = \frac{f}{f+z}$, d'où nous tirons la hauteur f, où la chaleur ne ſera que la moitié de g, $= 4$ miles d'Allemagne, & partant à peu près $f = \frac{4nbg}{\gamma}$.

XLIV. Poſons donc $f = \lambda nb$, où λ marque un nombre probablement plus grand que 4, & il ſemble même que ce nombre ſera d'autant plus grand, plus la chaleur en bas g ſera petite: car s'il fait déjà aſſés froid en bas, la chaleur ne ſauroit diminuer ſi vite en montant, que s'il y faiſoit plus chaud. D'où il s'enſuit, que le nombre λ ſera plus grand, lorsque g eſt plus petit: ou bien en Eté le nombre λ ſera plus petit qu'en Hyver. Cela remarqué, nous aurons:

$$D = \frac{\lambda n b b g g}{(1-\alpha)a\gamma h(\lambda\gamma - g)} \alpha$$

$$B = D - 1 + \frac{\lambda b g(\lambda\gamma - 3g)}{(1-\alpha)h(\lambda\gamma - g)^2}.$$

XLV. De là, puisque $\frac{k}{c} = \frac{\gamma h}{bg}$, nous aurons pour les quantités, qui entrent dans l'expreſſion trouvée pour la réfraction θ:

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = \frac{\lambda nbg}{2a(\lambda\gamma - g)} - \frac{(1-\alpha)\gamma h}{2bg} + \frac{\lambda\gamma(\lambda\gamma - 3g)}{2(\lambda\gamma - g)^2}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D - \sin\zeta^2) = \frac{2\lambda nbg}{a(\lambda\gamma - g)} - \frac{2(1-\alpha)\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2 = \frac{\lambda nbbgg\sin\zeta^2}{(1-\alpha)a\gamma h(\lambda\gamma - g)} - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2 - \frac{\lambda bg(\lambda\gamma - 3g)\cos\zeta^2}{(1-\alpha)h(\lambda\gamma - g)^2}$$

Donc, s'il étoit $\lambda\gamma = 3g$, nous aurions :

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = \frac{3nbg}{4a\gamma} - \frac{(1-\alpha)\gamma h}{2bg}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D-\sin\zeta^2) = \frac{3nbg}{a\gamma} - \frac{2(1-\alpha)\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2 = \frac{3nbbgg\sin\zeta^2}{2(1-\alpha)agg h} - \sin\zeta^2+\cos\zeta^2.$$

XLVI. Or, si nous posons $\lambda = \infty$, ce qui est le cas où l'atmosphère auroit par toute sa hauteur le même degré de chaleur, ces quantités deviendroient :

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = \frac{nbg}{2a\gamma} - \frac{(1-\alpha)\gamma h}{2bg} + \tfrac{1}{2}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D-\sin\zeta^2) = \frac{2nbg}{a\gamma} - \frac{2(1-\alpha)\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2 = \frac{nbbgg\sin\zeta^2}{(1-\alpha)a\gamma\gamma h} - \sin\zeta^2+\cos\zeta^2 - \frac{bg\cos\zeta^2}{(1-\alpha)\gamma h},$$

Or, quelque hypothese qui puisse avoir lieu, la réfraction sera :

$$\theta = \frac{-\left(1+\frac{(1-\alpha)k}{2c}B\right)\sin\zeta\cos\zeta+\sin\zeta\sqrt{\left(\left[1-\frac{(1-\alpha)k}{2c}B\right]^2\cos\zeta^2+\frac{2(1-\alpha)k}{c}\left[D-\sin\zeta^2\right]\right)}}{D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2}$$

XLVII. S'il arrivoit que le dénominateur $D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2$ devint quelque part $= 0$, alors nous aurions :

$$\theta = \frac{\frac{(1-\alpha)k}{c}.\operatorname{tang}\zeta}{1+\frac{(1-\alpha)k}{2c}.B}$$

Pour

Pour ce cas l'hypotheſe $\lambda\gamma = 3g$ donneroit, à cauſe de l'extrême petiteſſe des termes $\frac{nbg}{a\gamma}$, & $\frac{(1-\alpha)\gamma h}{bg}$, la réfraction $\theta = \frac{(1-\alpha)\gamma h}{bg}$ tgζ; mais l'autre hypotheſe $\lambda = \omega$ donneroit $\theta = \frac{2(1-\alpha)\gamma h}{3bg}$ tang ζ.

XLVIII. Dévelopons ces deux hypotheſes, entre leſquelles la Nature ſemble conſiſter, plus en détail: & puiſque nb eſt environ une Mile d'Allemagne, & le rayon de la terre en contient environ 858, la valeur de $\frac{nb}{a}$ ſera $= \frac{1}{858}$. Enſuite, puiſqu'il eſt à peu près $1-\alpha = \frac{1}{3432}$, il ſera $\frac{nb}{(1-\alpha)a} = 4$, & les raiſons $g:\gamma$ & $h:b$ ne différeront pas beaucoup de celle d'égalité. Cela remarqué, il ſera aiſé de voir, quels termes ſont ſi petits par rapport aux autres, qu'on les puiſſe négliger.

XLIX. Soit donc pour la premiere hypotheſe $\lambda\gamma = 3g$, & nous aurons:

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}\,B = \frac{1}{1144}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{6864}\cdot\frac{\gamma h}{bg}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}\,(D-\sin\zeta^2) = \frac{1}{286}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{1716}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2 = 6\cdot\frac{bgg}{\gamma\gamma h}\sin\zeta^2-\sin\zeta^2+\cos\zeta^2$$

Or

Or, pour l'autre hypotheſe $\lambda = \omega$ nous aurons :

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}\,B = \frac{1}{1716}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{6864}\cdot\frac{\gamma h}{bg} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}\,(D-\sin\zeta^2) = \frac{1}{429}\cdot\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{1716}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2 = 4\cdot\frac{bgg}{\gamma\gamma h}\sin\zeta^2-\sin\zeta^2+\cos\zeta^2-3432\,\frac{bg}{\gamma h}\cos\zeta^2.$$

L. Soit la diſtance de l'aſtre au zenith, ou l'angle ζ, extrêmement petit, & ayant pour ce cas :

$$\theta = -\frac{(1-\alpha)k}{c}\,B\sin\zeta\cos\zeta + \frac{\frac{(1-\alpha)k}{c}\,(D-\sin\zeta^2)\sin\zeta}{\left(1-\frac{(1-\alpha)k}{2c}\,B\right)\cos\zeta}$$
$$D - \sin\zeta^2 - B\cos\zeta^2$$

Donc, en négligeant les plus petits termes, nous aurons pour la premiere hypotheſe $\lambda\gamma = 3g$: $\theta =$

$$\frac{-\left(\frac{1}{572}\cdot\frac{g}{\gamma}-\frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\right)\sin\zeta\cos\zeta+\left(\frac{1}{572}\cdot\frac{g}{\gamma}-\frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\cdot\sin\zeta^2\right)\operatorname{tg}\zeta}{\cos\zeta^2}$$

ou bien $\theta = \frac{1}{572}\cdot\frac{g}{\gamma}\operatorname{tang}\zeta^3 + \frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\cdot\frac{\operatorname{tang}\zeta\cdot\cos 2\zeta}{\cos\zeta^2}$.

Et pour l'autre hypotheſe $\lambda = \omega$ nous aurons : $\theta =$

$$\frac{-\left(1+\frac{1}{858}\cdot\frac{g}{\gamma}-\frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\right)\sin\zeta\cos\zeta+2\left(\frac{1}{858}\cdot\frac{g}{\gamma}-\frac{1}{3432}\cdot\frac{\gamma h}{bg}\sin\zeta^2\right)\operatorname{tg}\zeta}{-3432\cdot\frac{bg}{\gamma h}\cos\zeta^2}$$

ou

ou $\theta = \frac{1}{3432} \cdot \frac{\gamma h}{bg} \operatorname{tang} \zeta$; donc dans l'un & l'autre cas la réfraction eſt à peu près la même.

LI. Pour la réfraction horizontale ou $\zeta = 90$ ayant $\theta = \frac{\sqrt{\frac{2(1-\alpha)k}{c}}(D-1)}{D-1}$, nous aurons pour la premiere hypotheſe

$$\lambda\gamma = 3g :$$

$$\theta = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{286} \cdot \frac{g}{\gamma} - \frac{1}{1716} \cdot \frac{\gamma h}{bg}\right)}}{6 \cdot \frac{bgg}{\gamma\gamma h} - 1} = \frac{\frac{\gamma h}{bg}}{\sqrt{10296\left(\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{6} \cdot \frac{\gamma h}{bg}\right)}}$$

& pour l'autre hypotheſe $\lambda = \omega$:

$$\theta = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{429} \cdot \frac{g}{\gamma} - \frac{1}{1716} \cdot \frac{\gamma h}{bg}\right)}}{4 \cdot \frac{bgg}{\gamma\gamma h} - 1} = \frac{\frac{\gamma h}{bg}}{\sqrt{6864\left(\frac{g}{\gamma} - \frac{1}{4} \cdot \frac{\gamma h}{bg}\right)}}$$

LII. Ces formules ſont fondées ſur un certain état fixe de l'air, qu'il faut expliquer plus diſtinctement : dans cet état de l'air je ſuppoſe, que la hauteur du mercure dans le barometre étant $= b$, il ſoit exactement $\frac{nb}{a} = \frac{1}{858}$: de plus je ſuppoſe que le degré de chaleur γ de cet air ſoit tel, qu'il en réſulte une telle denſité de l'air, que la raiſon de réfraction des rayons, qui entrent du vuide dans cet air, ſoit exactement comme 1 à $1 - \frac{1}{4 \cdot 858}$, ou comme 3432 à 3431 ; de ſorte que $1 - \alpha = \frac{1}{3432}$; & $\frac{nb}{(1-\alpha)a} = 4 \cdot$

Et il n'y a aucun doute, qu'un tel état de l'air tant par rapport à ſon élaſticité qu'à ſa chaleur ne ſoit poſſible ; & qu'il ne puiſſe même exiſter quelquefois.

LIII. Car poſant la hauteur du barometre $b = 2\frac{1}{2}$ pieds ; & la denſité du mercure à celle de cet air, comme 10000 à 1, on aura $nb = 23333$ pieds, ou bien à une mile d'Allemagne ; donc $\frac{nb}{a} = \frac{1}{858}$. Cette même valeur proviendroit, ſi la hauteur du barometre b étoit ou plus grande ou plus petite, & que la denſité de l'air fut augmentée ou diminuée en même raiſon. Or parmi cette infinité de cas, qui produiſent tous $\frac{nb}{a} = \frac{1}{858}$, il s'en trouvera un certainement, où $1 - \alpha$ devient $= \frac{1}{3432}$, laquelle fraction eſt aſſés d'accord avec ce qu'on a trouvé par les expériences : & alors γ marque le degré de chaleur de cet air.

LIV. Ayant donc une fois établi ces deux quantités b & γ, il faut chercher pour chaque autre état de l'air les quantités h & g: dont la quantité h marque la hauteur du barometre, & ſe trouve par conſéquent ſans aucune difficulté. L'autre quantité g, ſe conclura du thermometre, dont les diviſions montrent le volume, qu'une certaine maſſe d'air occupe à chaque degré de chaleur, le reſſort étant le même. De là on aura pour chaque état de l'air, tant le rapport de h à b que de g à γ, exprimé en nombres.

LV. Or nous voyons que ces deux rapports $\frac{g}{\gamma}$ & $\frac{\gamma h}{bg}$, entrent dans nos formules : ſoit donc

$$\frac{g}{\gamma} = M, \quad \& \quad \frac{\gamma h}{bg} = N.$$

Poſons

Poſons de plus pour voir mieux le rapport des nombres $\frac{1}{3432} = \mu$,

& nous aurons pour l'hypotheſe $\lambda\gamma = 3g$:

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = 3\mu M - \tfrac{1}{2}\mu N$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D-\sin\zeta^2) = 12\mu M - 2\mu N\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2 = \frac{6M}{N}\sin\zeta^2 - \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2$$

& pour l'hypotheſe $\lambda = \infty$:

$$\frac{(1-\alpha)k}{2c}B = 2\mu M - \tfrac{1}{2}\mu N + \tfrac{1}{8}$$

$$\frac{2(1-\alpha)k}{c}(D-\sin\zeta^2) = 8\mu M - 2\mu N\sin\zeta^2$$

$$D-\sin\zeta^2-B\cos\zeta^2 = \frac{4M}{N}\sin\zeta^2-\sin\zeta^2+\cos\zeta^2-\frac{1}{\mu N}\cos\zeta^2.$$

LVI. En ſubſtituant ces valeurs, nous trouverons la réfraction θ qui répond à la diſtance obſervée au zenith $= \zeta$.

Pour la premiere hypotheſe $\lambda = \frac{3g}{\gamma} = 3M$:

$$\theta = \frac{-\left[1+3\mu M-\frac{1}{2}\mu N\right]\sin\zeta\cos\zeta+\sin\zeta\sqrt{\left[(1-3\mu M+\frac{1}{2}\mu N)^2\cos\zeta^2+12\mu M-2\mu N\sin\zeta^2\right]}}{\frac{6M}{N}\sin\zeta^2-\sin\zeta^2+\cos\zeta^2}$$

ou bien en négligeant les termes qui renferment μ^2 :

$$\theta = \frac{-N\left[1+3\mu M-\frac{1}{2}\mu N\right]\sin\zeta\cos\zeta+N\sin\zeta\sqrt{\left[\cos\zeta^2+6\mu M(2-\cos\zeta^2)+\mu N(\cos\zeta^2-2\sin\zeta^2)\right]}}{6M\sin\zeta^2+N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2)}$$

& pour la ſeconde hypotheſe $\lambda = \omega$:

$$\theta = \frac{+\mu N\left[\frac{3}{2}+2\mu M-\frac{1}{2}\mu N\right]\sin\zeta\cos\zeta\cdot\mu N\sin\zeta\sqrt{\left[\frac{1}{4}\cos\zeta^2+2\mu M(4-\cos\zeta^2)+\frac{1}{2}\mu N(\cos\zeta^2-4\sin\zeta^2)\right]}}{\cos\zeta^2-\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2)-4\mu M\sin\zeta^2}$$

ou en négligeant les termes, que ſont extrèmement petits à l'égard des autres

$$\theta = \frac{+\frac{3}{2}\mu N\sin\zeta\cos\zeta-\frac{1}{2}\mu N\sin\zeta\sqrt{\left[\cos\zeta^2+8\mu M-2\mu N\sin\zeta^2\right]}}{\cos\zeta^2+\mu N\sin\zeta^2-4\mu M\sin\zeta^2}.$$

LVII. Dans cette derniere formule il faut diſtinguer deux cas, l'un où $\cos\zeta^2+\mu N\sin\zeta^2$ eſt plus grand que $4\mu M\sin\zeta^2$; & l'autre où il eſt plus petit : cependant dans l'un & l'autre cas la valeur de θ provient affirmative. Mais, lorsque le dénominateur devient extrèmement petit, alors on ne doit plus négliger aucun terme, quelque petit qu'il paroiſſe : on aura donc pour ce cas :

$$\theta = \frac{\mu N\left[\frac{3}{2}+2\mu M-\frac{1}{2}\mu N\right]\sin\zeta\cos\zeta-\mu N\sin\zeta\sqrt{\left[(\frac{1}{2}-2\mu M+\frac{1}{2}\mu N)^2\cos\zeta^2+8\mu M-2\mu N\sin\zeta^2\right]}}{\cos\zeta^2-4\mu M\sin\zeta^2-\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2)}$$

ou bien

$$\theta = \frac{\mu N\left[\frac{3}{2}+2\mu M-\frac{1}{2}\mu N\right]\sin\zeta\cos\zeta-\mu N\sin\zeta\sqrt{\left[(\frac{3}{2}+2\mu M-\frac{1}{2}\mu N)^2\cos\zeta^2-2\cos\zeta^2+8\mu M\sin\zeta^2+2\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2)\right]}}{\cos\zeta^2-4\mu M\sin\zeta^2-\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2)}$$

LVIII. Poſons maintenant pour abréger

$$\frac{3}{2}+2\mu M-\frac{1}{2}\mu N = L$$

$$\cos\zeta^2-4\mu M\sin\zeta^2-\mu N(\cos\zeta^2-\sin\zeta^2) = Q$$

& nous aurons :

$$\theta = \frac{\mu NL\sin\zeta\cos\zeta-\mu N\sin\zeta\sqrt{(LL\cos\zeta^2-2Q)}}{Q}.$$

Cette

Cette formule dont on peut ſe ſervir en général trés commodément, nous fait d'abord voir, que lorsque le dénominateur Q eſt très petit, on aura :

$$\theta = \frac{\mu N}{L} \text{tang } \zeta + \frac{\mu N Q \text{ tang } \zeta}{2 L^3 \text{ cof } \zeta^2} + \frac{\mu N Q Q \text{ tang } \zeta}{2 L^5 \text{ cof } \zeta^4}.$$

Donc ſi $Q = o$, *il deviendra* $\theta = \frac{\mu N}{L} \text{ tang } \zeta$.

LIX. Voyons maintenant plus en détail, quelles Tables de réfractions réſultent de l'une & de l'autre de ces deux hypotheſes, pour chaque degré de chaleur & d'élaſticité de l'air. La baſe de ces tables ſera tirée de l'état de l'air fixe, pour lequel je ſuppoſe que le barometre montre la hauteur b, & le thermometre le degré γ. Ou bien je ſuppoſe que la denſité de l'air eſt telle, que pour le paſſage des rayons du vuide dans cet air, le ſinus d'incidence ſoit au ſinus de réfraction comme 3432 à 3431, ou comme 1 à $1 - \mu$: enſuite je ſuppoſe que la denſité de cet air eſt à celle du mercure exactement comme la hauteur du barometre b au rayon de la terre.

PREMIERE HYPOTHESE

où la chaleur de l'air à une hauteur de 3 miles eſt ſuppoſée reduite à la moitié.

LX. Pour cette hypotheſe nous avons trouvé, que poſant

$$M = \frac{g}{\gamma} \; ; \; N = \frac{\gamma h}{b g}, \text{ \& de plus}$$

$$L = 1 + 2\mu M - \tfrac{1}{2}\mu N$$

$$Q = 6 M \text{ ſin } \zeta^2 + N (\text{cof } \zeta^2 - \text{ſin } \zeta^2),$$

la réfraction qui répond à la diſtance obſervée au zenith $= \zeta$ ſera

$$\theta = \frac{-LN \text{ ſin } \zeta \text{ cof } \zeta + N \text{ ſin } \zeta \sqrt{(LL \text{ cof } \zeta^2 + 2\mu Q)}}{Q}.$$

LXI. Donc pour l'état fixe de l'air, qui nous ſert de baſe, ayant $g = \gamma$, & $h = b$; nous aurons $M = 1$, & $N = 1$, & partant $L = 1 + \frac{5}{8}\mu$, & $Q = 5 \sin\zeta^2 + \cos\zeta^2$; par conſéquent la réfraction ſera

$$\theta = \frac{-(1+\frac{5}{8}\mu)\sin\zeta\cos\zeta + \sin\zeta\sqrt{[(1+\frac{5}{8}\mu)^2\cos\zeta^2 + 10\mu\sin\zeta^2 + 2\mu\cos\zeta^2]}}{5\sin\zeta^2 + \cos\zeta^2}$$

ou bien

$$\theta = \frac{-(1+\frac{5}{8}\mu)\tang\zeta + \tang\zeta\sqrt{[(1+\frac{5}{8}\mu)^2 + 2\mu + 10\mu\tang\zeta^2]}}{1 + 5\tang\zeta^2}.$$

LXII. Tandisque le terme $10\mu\tang\zeta^2$ eſt beaucoup plus petit que l'unité, à cauſe de $\mu = \frac{1}{3432}$, il ſera aſſés exactement :

$$\theta = \mu\tang\zeta - \tfrac{1}{2}\mu\mu(6 + 5\tang\zeta^2)\tang\zeta.$$

Or lorsque $10\mu\tang\zeta^2$ eſt une quantité extrèmement grande, alors on aura :

$$\theta = \tfrac{1}{5}\sqrt{10\mu} - \frac{1}{5\tang\zeta} + \frac{1}{10\tang\zeta^2\sqrt{10\mu}} - \frac{\mu}{2\tang\zeta}.$$

Mais ſi $10\mu\tang\zeta^2$ eſt un nombre médiocre $= t$, puisque $\tang\zeta^2 = \frac{t}{10\mu} = 343\frac{1}{5}t$, & partant un nombre très grand, nous aurons :

$$\theta = \left(\sqrt{(1+t)} - 1 - \tfrac{5}{8}\mu + \frac{7\mu}{2\sqrt{(1+t)}}\right)\frac{100}{9263\sqrt{t}},$$

& cette formule ſert pour toutes les réfractions médiocres.

LXIII. Pour la réfraction horizontale, où $\zeta = 90$ nous aurons en général $Q = 6M - N$; & partant

$$\theta = N\sqrt{\frac{2\mu}{Q}} = N\sqrt{\frac{2\mu}{6M-N}},$$

d'où

d'où nous tirons pour les cas ſuivans :

	I.	II.	III.	IV.	V.
	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = \frac{6}{5}$	$\frac{g}{\gamma} = \frac{4}{5}$
	$\frac{h}{b} = 1$	$\frac{h}{b} = \frac{6}{5}$	$\frac{h}{b} = \frac{4}{5}$	$\frac{h}{b} = 1$	$\frac{h}{b} = 1$
	$M = 1$	$M = 1$	$M = 1$	$M = \frac{6}{5}$	$M = \frac{4}{5}$
	$N = 1$	$N = \frac{6}{5}$	$N = \frac{4}{5}$	$N = \frac{5}{6}$	$N = \frac{5}{4}$
$6M - N$	$= 5$	$= \frac{24}{5}$	$= \frac{26}{5}$	$= \frac{191}{30}$	$= \frac{71}{20}$
$\theta =$	$37', 6\frac{4}{5}''$	$44', 25\frac{1}{5}''$	$29', 6\frac{4}{5}''$	$27', 24\frac{1}{2}''$	$55', 3\frac{2}{5}''$

LXIV. De là nous voyons, que dans l'état fixe de l'air, qui nous ſert de baſe, où $g = \gamma$, & $h = b$, la parallaxe horizontale eſt de $2227''$: & que, ſi la hauteur du barometre h differe un peu de b, de ſorte que

$h = (1+x)b$, on aura $\theta = 2227 + 2295x - 550xx$.

Or ſi la hauteur du thermometre g diffère un peu de γ, de ſorte que

$g = (1+y)\gamma$, on aura $\theta = 2227 - 4148y + 6178yy$.

D'où nous concluons, que lorsqu'il y aura conjointement :

$h = (1+x)b$, & $g = (1+y)\gamma$; la réfraction horizontale ſera

$\theta = 2227 + 2295x - 550xx - 4148y + 6178yy$.

LXV. Ainſi il eſt clair, qu'une plus grande hauteur du barometre augmente la réfraction horizontale : ou qu'une plus grande hauteur du thermometre la diminuë. Donc, puisque la réfraction horizontale ſe trouve ordinairement dans nos contrées de $2000''$, cet état de l'air différe tellement de l'état fixe que

$227 + 2295x - 550xx - 4148y + 6178yy = 0$.

Et

Et partant ſi c'étoit uniquement la hauteur du barometre qui régle cette différence, on auroit $x = -0,0966$; ou ſi cette différence provenoit uniquement du thermometre, on auroit $y = 0,0508$. Mais ſi l'un & l'autre y contribuoit également, de ſorte que $x = -y$, on auroit $x = -0,0363$, & $y = +0,0363$, de ſorte qu'il ſeroit $h = 0,9673\,b$, & $g = 1,0363\gamma$.

LXVI. Conſidérons à préſent auſſi la réfraction à une certaine hauteur, & ſoit la diſtance obſervée au zenith $\zeta = 45°$, de ſorte que $\sin\zeta = \cos\zeta$, & la réfraction qui convient à cette hauteur ſe trouvera

$$\theta = \frac{-(1+3\mu M-\frac{1}{2}\mu N)N+NV\left[(1+3\mu M-\frac{1}{2}\mu N)^2+12\mu M\right]}{6M},$$

ou bien aſſés exactement $\theta = \mu N$. Et de là nous aurons pour nos cinq cas conſidérés cy-deſſus

	I.	II.	III.	IV.	V.
	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = 1$	$\frac{g}{\gamma} = \frac{6}{5}$	$\frac{g}{\gamma} = \frac{4}{5}$
	$\frac{h}{b} = 1$	$\frac{h}{b} = \frac{6}{5}$	$\frac{h}{b} = \frac{4}{5}$	$\frac{h}{b} = 1$	$\frac{h}{b} = 1$
$\theta =$	$60'',1$	$72'',1$	$48'',1$	$50'',1$	$75'',1$

LXVII. Donc, ſi la hauteur du barometre h différe tellement de la hauteur fixe b, que $h = (1+x)\,b$, la réfraction qui répond à la hauteur de $45°$ ſera $= 60''\frac{1}{10}+60x$. Or ſi la hauteur du thermometre $g = (1+y)\gamma$, la réfraction ſera $= 60\frac{1}{10}-62\frac{1}{2}y+62\frac{1}{2}yy$. Et partant lorsqu'il y aura à la fois $h = (1+x)b$, & $g = (1+y)\gamma$ la réfraction à la hauteur de $45°$ ſera

$\theta = 60''+60x-62\frac{1}{2}y$, ou bien $= \frac{1+x}{1+y}$ 60 ſecondes.

LXVIII.

LXVIII. Les tables de M. *Caſſini* marquent la réfraction horizontale $= 32', 20'' = 1940''$, & celle qui répond à la hauteur de $45° = 59''$; donc ſuppoſant que ces deux réfractions conviennent au même état de l'air, nous aurons $60 + 60x = 59 + 59y$; ou bien $1 + 60x = 59y$, donc $x = y - \frac{1}{60}y - \frac{1}{60}$: & cette valeur étant ſubſtituée dans l'autre équation horizontale, donnera la valeur de y.

LXIX. Or, puisque $M = 1 + y$, & $N = \frac{1+x}{1+y}$, la réfraction horizontale eſt $= \frac{1+x}{1+y} V \frac{2\mu(1+y)}{6(1+y)^2 - 1 - x}$, & dans le cas $x = 0$, & $y = 0$, elle eſt $V\frac{2\mu}{5} = 2227''$; nous aurons $V2\mu = 2227V5$; donc en général lorsque $h = (1+x)b$, & $g = (1+y)\gamma$, la réfraction horizontale ſera $= 2227 \cdot \frac{1+x}{1+y} V \frac{5(1+y)}{6(1+y)^2 - 1 - x}$. Et partant ayant déjà trouvé $1 + x = \frac{88}{80}(1+y)$, nous aurons pour la réfraction horizontale

$$1940 = \tfrac{88}{80} \cdot 2227 V \frac{5}{6(1+y) - \frac{88}{80}} = 2190 V \frac{300}{301 + 360y};$$

d'où nous tirons $y = 0{,}2258$, & $x = 0{,}2054$.

LXX. Donc, pour cet état de l'air, auquel répond la table des réfractions de Mr. *Caſſini*, nous aurons :

la hauteur du barometre $= 1{,}2054\ b$

la hauteur du thermometre $= 1{,}2258\ \gamma$

Donc, ſi nous regardons ces deux hauteurs comme connuës, & que nous poſions pour la table des réfractions de Mr. *Caſſini*

la hauteur du barometre $= H$, & du thermometre $= G$, nous en tirerons pour notre état fixe de l'air :

la hauteur du barometre $= \frac{H}{1,2054} = 0,8296\,H$

la hauteur du thermometre $= \frac{G}{1,2258} = 0,8158\,G$

LXXI. Les Tables de *Flamſteed* ſuppoſent la réfraction horizontale de $33' = 1980''$ & celle qui répond à la hauteur de $44°$ ſeulement de $45''$, de ſorte que nous ayons :

$$\frac{1+x}{1+y}\,60 = 48 \;\&\; 2227.\,\frac{1+x}{1+y}\sqrt{\frac{5(1+y)}{6(1+y)^2-1-x}} = 1980$$

Donc, puiſque $1+x = \frac{4}{5}(1+y)$, nous aurons :

$\frac{4}{5}.\,2227\sqrt{\frac{25}{26+30y}} = 1980$ ou $y = -0,19209$ & partant $x = -0,35366$: ou bien pour cet état de l'air on aura

la hauteur du barometre $h = 0,64633\,b$

la hauteur du thermometre $g = 0,80701\,\gamma$

de ſorte que cet état de l'air ſeroit extrêmement différent de celui qui répond à la table de Mr. *Caſſini*.

SECONDE HYPOTHESE

où la chaleur de l'air eſt ſuppoſée la même par toute la hauteur de l'atmoſphère.

LXXII. Pour cette hypotheſe poſant

$$M = \frac{g}{\gamma}\,. \qquad N = \frac{\gamma h}{b g}$$

$$L = \tfrac{3}{2} + 2\mu M - \tfrac{1}{2}\mu N$$

$$Q = \operatorname{cof}\zeta^2 - 4\mu M \operatorname{ſin}\zeta^2 - \mu N\,(\operatorname{cof}\zeta^2 - \operatorname{ſin}\zeta^2)$$

la

la réfraction qui répond à la diſtance obſervée du zenith $= \zeta$ ſera

$$\theta = \frac{\mu N L \sin\zeta \cos\zeta - \mu N \sin\zeta \sqrt{(L L \cos\zeta^2 - 2Q)}}{Q}$$

LXX. Donc pour la réfraction horizontale ou $\zeta = 90°$, on aura $Q = -4\mu M + \mu N$: & la réfraction horizontale ſera

$$\theta = \mu N \sqrt{\frac{2}{4\mu M - \mu N}} = N \sqrt{\frac{2\mu}{4M - N}}.$$

Et partant dans notre état fixe de l'air, où $M = 1$ & $N = 1$, la réfraction horizontale ſera $= \sqrt{\frac{2\mu}{3}}$, ou bien de $287,'' = 47', 55''$.

Donc, pour tout autre état de l'air, à cauſe de $\sqrt{2\mu} = 2875\sqrt{3}$, la réfraction horizontale ſera

$$\theta = 2875 N \sqrt{\frac{3}{4M - N}}.$$

LXXIV. Enſuite pour la hauteur obſervée de 45° d'un aſtre, ou $\cos\zeta = \sin\zeta$ & $Q = (1 - 4\mu M)\sin\zeta^2$, la réfraction ſera

$$\theta = \frac{\mu N L - \mu N \sqrt{(LL - 2 + 8\mu M)}}{1 - 4\mu M}$$ ou bien

$$\theta = \frac{\mu N \left(\left[\frac{3}{2} + 2\mu M - \frac{1}{2}\mu N - \sqrt{\left(\frac{1}{4} + 14\mu M - \frac{3}{2}\mu N\right]\right)}\right)}{1 - 4\mu M}$$

& partant $\theta = \frac{\mu N(1 - 12\mu M + \mu N)}{1 - 4\mu M} = \mu N(1 - 8\mu M + \mu N)$

Or pour notre état fixe de l'air cette réfraction devient $= 60''$; & partant dans tout autre état de l'air la réfraction qui répond à la hauteur de 45° ſera $= 60$ N ſecondes.

LXXV. Comparons auſſi avec cette hypotheſe la table des réfractions de M. *Caſſini*, & nous aurons :

$$59 = 60 N \quad \& \quad 1940 = 2875 N \sqrt{\frac{3}{4M - N}}.$$

 donc

donc $N = \frac{59}{60}$ & $1940 = 2827\ V\frac{180}{240M - 59}$.

& partant $M = 1,8383 = \frac{g}{\gamma}$ donc $\frac{h}{b} = MN = 1,8077$.

Or la table des réfractions de *Flamſteed* donne

$$48 = 60N \quad \& \quad 1980 = 2300\ V\frac{15}{20M - 4}$$

d'où nous tirons :

$$N = \frac{4}{5} \quad \& \quad M = 1,2119 = \frac{g}{\gamma} \quad \& \quad \frac{h}{b} = 0,9696$$

LXXVI. Notre état fixe de l'air convient donc mieux avec les refractions de *Flamſteed*, qu'avec celles de *Caſſini*, dans cette ſeconde hypotheſe : or le contraire arrive dans la premiere hypotheſe, où l'état de l'air requis pour les réfractions de *Caſſini* approche plus de notre état fixe de l'air, que celui qui répond aux réfractions de *Flamſteed*. D'où il ſemble qu'en Angleterre le degré de chaleur de l'atmoſphère en montant diminuë moins qu'à Paris.

LXXVII. Pour juger mieux de l'état de l'air, qui convient à chaque table des réfractions, poſons en général la réfraction horizontale $= u''$, & celle qui répond à la hauteur de $45° = v''$, & la premiere hypotheſe donnera :

$$2227\ V\frac{5}{6M - N} = u \quad \& \quad 60N = v$$

d'où nous tirons :

$$N = \frac{1}{60}v \quad \& \quad M = 1148\frac{vv}{uu} + \frac{v}{360}.$$

Or la ſeconde hypotheſe donne

$$2875N\ V\frac{3}{4M - N} = u \quad \& \quad 60N = v$$

d'où nous tirons :

$$N = \frac{1}{60}v \quad \& \quad M = 1722\frac{vv}{uu} + \frac{v}{240}.$$

LXXVIII.

LXXVIII. Si l'une & l'autre hypotheſe s'écartoit également de la vérité ou auroit pour une hypotheſe moyenne

$$N = \frac{1}{60} v \quad \& \quad M = 1435 \frac{v\,v}{u\,u} + \frac{v}{300}.$$

& partant

$$\frac{g}{\gamma} = 1435 \frac{v\,v}{u\,u} + \frac{v}{300} \quad \& \quad \frac{h}{b} = 23 \frac{11}{12} \cdot \frac{v^3}{uu} + \frac{vv}{18000}.$$

Prenons auſſi un milieu entre les tables de *Caſſini* & de *Flamſteed*, & ſoit $u = 1960''$ & $v = 54''$, & nous aurons pour cette hypotheſe moyenne :

$$N = \frac{9}{10} \quad \& \quad M = 1,2688 = \frac{g}{\gamma} \quad \& \quad \frac{h}{b} = 1,1419$$

Donc ordinairement tant la chaleur que l'élaſticité de l'air eſt plus grande, que dans notre état fixe de l'air.

LXXIX. Ramaſſons tout ce qui vient d'être trouvé enſemble, & ſans nous borner à un état d'air déterminé, conſidérons un état de l'air, dont la denſité ſoit telle, que les rayons qui y entrent du vuide ſe rompent ſelon la raiſon 1 à $1 - \mu$. De plus la hauteur du barometre, qui balance le reſſort de cet air, ſoit $= b$, & le degré de chaleur $= c$: & que la denſité de cet air ſoit à celle du vif-argent, comme b à va où a marque le demi-diametre de la terre. Que cet air donc nous ſerve de baſe fixe, à laquelle nous comparerons tout autre état de l'air, quel qu'il puiſſe être.

LXXX. Pour un état de l'air donc quelconque, où l'Obſervateur ſe trouve, ſoit la hauteur du barometre $= h$, & le degré de chaleur $= g$. Or que cette chaleur décroiſſe en montant, en ſorte qu'elle ſoit réduite à la moitié, à la hauteur $= \frac{1}{\delta} nb$, ou bien à la hauteur $= \frac{\nu}{\delta} a$; où il faut remarquer, que tant μ que ν ſont des fractions très

petites, vû qu'il eſt à peu près $\mu = \frac{1}{3300}$ & $\nu = \frac{1}{860}$: or la lettre δ evanouïra auſſi, lorsque la chaleur demeure la même par toute la hauteur de l'atmoſphère, & elle ne ſauroit ſurpaſſer $\frac{1}{4}$ comme nous avons vu ci-deſſus.

LXXXI. Cela poſé, ſoit pour abréger

$$(\tfrac{3c}{g} - \delta)(\tfrac{c}{g} - 2\delta) + \nu(\tfrac{c}{g} - \delta) - \tfrac{\mu c h}{bg}(\tfrac{c}{g} - \delta)^2 = P$$

$$\tfrac{\nu bg}{ch}(\tfrac{c}{g} - \delta) - \mu(\tfrac{c}{g} - \delta)^2 = Q$$

$$\tfrac{b}{h}(\tfrac{c}{g} - 3\delta) - \mu(\tfrac{c}{g} - \delta)^2 = R$$

& à la diſtance obſervée du zenith $= \zeta$ répondra la réfraction ϱ de ſorte que

$$\varrho = -\frac{\frac{1}{2}\mu P \operatorname{ſin}\zeta \operatorname{cſ}\zeta^2 + \frac{1}{2}\mu \operatorname{ſin}\zeta \sqrt{\left(PP \operatorname{cſ}\zeta^2 + \frac{8ch}{bg}(\frac{c}{g} - \delta)^2 (Q \operatorname{ſin}\zeta^2 - R \operatorname{cſ}\zeta^2\right)}}{Q \operatorname{ſin}\zeta^2 - R \operatorname{coſ}\zeta^2}$$

ou bien

$$\varrho = \tfrac{1}{2}\mu \operatorname{tang}\zeta \frac{\left(-P + \sqrt{(PP + \frac{8ch}{bg}(\frac{c}{g} - \delta)^2 (Q \operatorname{tang}\zeta^2 - R)}\right)}{Q \operatorname{tang}\zeta^2 - R}$$

LXXXII. Nous aurons donc pour la réfraction horizontale

$$\varrho = \tfrac{1}{2}\mu\sqrt{\frac{\frac{8ch}{bg}(\frac{c}{g} - \delta)^2}{\frac{\nu bg}{ch}(\frac{c}{g} - \delta) - \mu(\frac{c}{g} - \delta)^2}} = \sqrt{\frac{\frac{2\mu\mu ch}{bg}(\frac{c}{g} - \delta)}{\frac{\nu bg}{ch} - \mu(\frac{c}{g} - \delta)}},$$

ou bien

$$\varrho = \frac{ch}{bg}\sqrt{\frac{2\mu}{\frac{\nu g}{\mu(c - \delta g)} - \frac{ch}{bg}}},$$

donc

donc ſi $g = c$, & $h = b$, on aura $\varrho = V \frac{2\mu}{\frac{\nu}{\mu(1-\delta)} - 1}$

pour l'état fixe de l'air : ſoit donc pour cet état la réfraction horizontale $= u''$; & pour tout autre état la réfraction horizontale ſera

$$\varrho = \frac{ch}{bg}\, u\, V \frac{\frac{\nu}{\mu(1-\delta)} - 1}{\frac{\nu g}{\mu(c-\delta g)} - \frac{ch}{bg}}$$ ſecondes.

LXXXIII. Or pour la hauteur de 45° la réfraction ſera

$$\varrho = \frac{\frac{1}{2}\mu\left(-P+V(PP+\frac{8ch}{bg}(\frac{c}{g}-\delta)^2\left(\frac{\nu bg}{ch}(\frac{c}{g}-\delta)-\frac{b}{h}(\frac{c}{g}-3\delta)\right)\right.}{\frac{\nu bg}{ch}(\frac{c}{g}-\delta)-\frac{b}{h}(\frac{c}{g}-3\delta)}$$

d'où l'on tire, en négligeant les petits termes affectés par μ & ν, à moins que $\frac{c}{g} - 3\delta$ ne ſoit une quantité aſſés conſidérable, $\varrho = \frac{\mu ch}{bg}$: or la même valeur réſulte lorsque $\frac{c}{g} - 3\delta = 0$, comme nous avons vu cy-deſſus, de ſorte que la réfraction à la hauteur de 45° ne dépend plus de la quantité δ ; où je remarque qu'il y aura à plus forte raiſon pour les hauteurs obſervées plus grandes $\varrho = \frac{\mu ch}{bg}$ tang ζ ; de ſorte que toutes ces réfractions ne dépendent pas non plus de la quantité δ.

LXXXIV. Lorsque donc l'état de l'air convient avec notre état fixe, la réfraction qui répond à la hauteur de 45° ſera $= \mu$: donc ſi nous poſons cette réfraction $= \nu''$, pour tout autre état de l'air

la

la réfraction de la hauteur de 45° ſera $\varrho = \frac{c\,h}{b\,g}\,v$ ſecondes : & encore pour des hauteurs plus grandes, ou à la diſtance ζ de zenith, la réfraction ſera $= \frac{c\,h}{b\,g}\,v$ tang ζ ſecond. Or poſant pour abréger le nombre $206265 = i$, ayant $\mu = \frac{v}{i}$, & $\frac{u}{i} = V\frac{2\mu\mu(1-\delta)}{v-\mu(1-\delta)}$, on trouvera $v = \frac{2(1-\delta)vv}{uu} + \frac{(1-\delta)v}{e}$, & $\frac{v}{\mu} = (1-\delta)(1+\frac{2iv}{uu})$, donc pour tout état de l'air la réfraction horizontale ſera

$$= \frac{c\,h}{b\,g}\,V\,\frac{2iv(\frac{c}{g}-\delta)}{(1-\delta)(1+\frac{2iv}{uu})-\frac{c\,h}{b\,g}(\frac{c}{g}-\delta)}$$ ſecondes.

LXXXV. On voit donc, que la réfraction ſuit aſſés exactement jusqu'à une diſtance très conſidérable du zenith la raiſon des tangentes de cette diſtance ; & que cette raiſon ne commence à s'éloigner de la vérité, que lorsque μ tang ζ^2 ou v tang ζ^2 devient une quantité aſſés conſidérable : ce qui n'arrive que lorsque tang ζ^2 ſurpaſſe 10, ou bien l'angle ζ même 70 degrés : jusques là on ne risque pas de s'écarter ſenſiblement de la vérité.

LXXXVI. Enſuite on voit auſſi, qu'à moins que l'aſtre ne ſoit trop proche de l'horizon, la réfraction eſt aſſés exactement proportionnelle à la hauteur du barometre; & réciproquement proportionnelle à la hauteur du thermometre, ou plutôt au degré de chaleur. Mais, pour les hauteurs de l'aſtre fort petites, le changement cauſé par le barometre & le thermometre devient plus grand que ſelon lesdites raiſons, & cela ſurtout à l'égard des changemens de la chaleur.

LXXXVII.

LXXXVII. Enfin ſi l'on néglige les petits termes, entant que leur effet ne ſçauroit jamais devenir ſenſible, la réfraction ϱ, qui répond à la diſtance obſervée du zenith $= \zeta$, ſera

$$\varrho = \frac{\mu c h}{bg} \operatorname{tang} \zeta . \quad - \quad - \quad - \quad -$$

$$\frac{\frac{1}{2}(\frac{3c}{g}-\delta)(\frac{c}{g}-\delta) - V\left(\frac{1}{4}(\frac{3c}{g}-\delta)^2(\frac{c}{g}-2\delta)^2 - \frac{2c}{g}(\frac{c}{g}-\delta)^2(\frac{c}{g}-3\delta) + 2\nu(\frac{c}{g}-\delta)^3 \operatorname{tg}\zeta^2 - \frac{2\mu c h}{bg}(\frac{c}{g}-\delta)^4 \operatorname{tg}\zeta^2\right)}{\frac{c}{g}(\frac{c}{g}-3\delta) - \nu(\frac{c}{g}-\delta) \operatorname{tang}\zeta^2 + \frac{\mu c h}{bg}(\frac{c}{g}-\delta)^2 \operatorname{tang}\zeta^2}$$

Soit pour abréger $\frac{ch}{bg} = \mathfrak{G}$, & $\frac{c}{g} - \delta = \gamma$, & on aura

$$\varrho = \mu \mathfrak{G} \operatorname{tang}\zeta \frac{\frac{1}{2}(3\gamma+2\delta)(\gamma-\delta) - V\left[\frac{1}{4}(3\gamma+2\delta)^2(\gamma-\delta)^2 - 2\gamma\gamma(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta) + 2\gamma^3(\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\operatorname{tg}\zeta^2\right]}{(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta) - \gamma(\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\operatorname{tang}\zeta^2}$$

LXXXVIII. Pour appliquer cette formule il faut conſidérer trois cas: le premier a lieu lorsque $(\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\operatorname{tang}\zeta^2$ eſt une quantité extrèmement petite : alors à cauſe de

$$\frac{1}{4}(3\gamma+2\delta)^2(\gamma-\delta)^2 - 2\gamma\gamma(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta) = \frac{1}{4}(\gamma\gamma+\gamma\delta+2\delta\delta)^2$$

on aura :

$$\varrho = \mu \mathfrak{G} \operatorname{tang}\zeta \left(1 - \gamma \frac{(\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\operatorname{tang}\zeta^2}{\gamma\gamma+\gamma\delta+2\delta\delta}\right).$$

LXXXIX. Le ſecond cas a lieu, lorsque le dénominateur $(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta) - (\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\operatorname{tang}\zeta^2$ devient une quantité extrèmement petite ; alors on aura :

$$\varrho = \mu\mathfrak{G} \operatorname{tg}\zeta\left(\frac{2\gamma\gamma}{(3\gamma+2\delta)(\gamma-\delta)} + \frac{4\gamma^4(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta) - 4\gamma^5(\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\operatorname{tg}\zeta^2}{(3\gamma+2\delta)^3(\gamma-\delta)^3}\right)$$

Or lorsque le dénominateur devient une quantité médiocre, aucune approximation n'a lieu, & alors il faut ſe tenir à l'équation principale ; qui poſant

$$\tfrac{1}{2}(3\gamma+2\delta)(\gamma-\delta) = P \quad \&$$
$$(\gamma+\delta)(\gamma-2\delta) - \gamma(\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\,\text{tang}\,\zeta^2 = T$$

devient :

$$\varrho = \mu\mathfrak{G}\,\text{tang}\,\zeta.\frac{P-\sqrt{(PP-2\gamma\gamma T)}}{T}.$$

Et ce cas ſubſiſte tant avant qu'après qu'on parvient au ſecond cas: car avant qu'on y parvienne, T ſera une quantité affirmative, mais après une quantité negative.

XC. Le troiſième cas a enfin lieu lorsque l'angle ζ approche tant de 90°, que même $(\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\,\text{tang}\,\zeta^2$ devient une quantité très grande: alors on aura aſſez près

$$\varrho = \mu\mathfrak{G}\sqrt{\frac{2\gamma}{\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma}} - \frac{\mu\mathfrak{G}(3\gamma\gamma-\gamma\delta-2\delta\delta)}{2\gamma(\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma)\,\text{tang}\,\zeta},$$

de ſorte que la réfraction horizontale ſera $= \mu\mathfrak{G}\sqrt{\frac{2\gamma}{\nu-\mu\mathfrak{G}\gamma}}$: d'où l'on voit que ſi la diſtance obſervée au zenith ζ devient plus grande que de 90°, ce qui peut arriver lorsque l'obſervateur eſt fort élevé, la réfraction ſera encore plus grande que l'horizontale.

XCI. Mais il faut remarquer, qu'il n'eſt pas permis de donner à ζ une valeur trop au deſſus de 90°; car quand même le corps de la terre ne s'oppoſeroit pas au paſſage des rayons, & que tout l'eſpace jusqu'au centre de la terre ne ſeroit rempli que de l'atmoſphère, l'épaiſſeur de l'air deviendroit trop grande en approchant du centre, & partant les rayons ſouffriroient une trop grande réfraction, pour que notre hypotheſe, où la courbure du rayon a été conſidérée comme infiniment petite, pût avoir lieu.

SUPPLEMENT.

XCII. Si l'on veut regarder l'eſpece de la courbe hyperbolique, que le rayon forme, comme connuë, de ſorte que $dt = -\frac{Edy}{y^m}$ au §. 30 ; on n'aura pas beſoin du ſecond rayon de courbure, & puiſqu'en employant les lettres b, c, g, h, μ, ν, & δ, dont les ſignifications ſont ici expliquées, on aura :

$$D = \frac{\nu b g}{\mu c h \left(\frac{c}{g} - \delta\right)} \quad \& \quad y = \frac{m a D \sin\theta^2 \cos\theta}{\sin\zeta},$$

d'où à cauſe de $y + a \sin(\zeta + \theta) = \alpha^{\frac{-k}{c}} a \sin\zeta$,

vu que $\alpha^{\frac{-k}{c}} = 1 + \frac{(1-\alpha)k}{c} = 1 + \frac{\mu c h}{b g}$, nous aurons :

$$\frac{m D \sin\theta^2 \cos\theta}{\sin\zeta} + \theta\cos\zeta - \tfrac{1}{2}\theta\theta\sin\zeta = \frac{\mu c h}{b g}\sin\zeta, \quad \text{ou bien}$$

$$\theta\theta = \frac{-2\theta\sin\zeta\cos\zeta + \frac{2\mu c h}{b g}\sin\zeta^2}{2mD - \sin\zeta^2}.$$

XCIII. Donc, ſi la diſtance obſervée du zenith eſt poſée $= \zeta$, & la réfraction qui convient $= \theta$, on aura :

$$\theta = \frac{-\sin\zeta\cos\zeta + \sin\zeta\sqrt{\left(\cos\zeta^2 + \frac{2\mu c h}{b g}(2mD - \sin\zeta^2\right)}}{2mD - \sin\zeta^2}$$

d'où l'on voit que lorsque la diſtance ζ eſt ſi petite que le terme $\cos\zeta^2$ eſt incomparablement plus grand que $\frac{2\mu c h}{b g}(2mD - \sin\zeta^2)$, la réfraction ſera $\theta = \frac{\mu c h}{b g}\tang\zeta$, de ſorte qu'elle ne dépend plus du nombre m ni de δ.

XCIV.

XCIV. Mais, lorsque $\zeta = 90^{\circ}$ on aura pour la réfraction horizontale :

$$\theta = V\frac{2\mu ch}{bg(2mD-1)} = V\frac{2\mu\mu cchh(\frac{c}{g}-\delta)}{2m\nu bbgg-\mu bcgh(\frac{c}{g}-\delta)}.$$

Donc, ſi la courbe du rayon eſt la logarithmique, ou $m = 1$, la réfraction horizontale ſera

$$\theta = \frac{ch}{bg}V\frac{2\mu\mu bg(\frac{c}{g}-\delta)}{2\nu bg-\mu ch(\frac{c}{g}-\delta)}.$$

Elle eſt donc plus petite que par la réſolution précedente. Car elle ſeroit bien la même ſi l'on poſoit $m = \frac{1}{2}$, mais alors la courbe n'auroit plus d'aſymtote, puiſqu'elle deviendroit une parabole. D'où il eſt clair, que l'expoſant m ne ſauroit être pris plus petit que l'unité.

REFLE-

RÉFLEXIONS

SUR UN PROBLÈME DE GEOMÉTRIE

TRAITÉ PAR QUELQUES GEOMÉTRES, ET QUI EST NÉANMOINS IMPOSSIBLE.

PAR M. EULER.

Il y a des perſonnes qui prétendent, que la Geométrie & l'Analyſe ne demandent pas beaucoup de raiſonnemens; ils s'imaginent que les régles, que ces Sciences nous preſcrivent, renferment déjà les raiſonnemens néceſſaires pour parvenir à la ſolution, & qu'on n'a qu'à executer les opérations conformément à ces régles, ſans ſe mettre en peine des raiſonnemens, ſur lesquels ces régles ſont fondées. Cette opinion, ſi elle étoit fondée, ſeroit bien contraire au ſentiment presque général, où l'on regarde la Geométrie & l'Analyſe comme les moyens les plus propres à cultiver l'eſprit, & à mettre en exercice la faculté de raiſonner. Quoique ces gens ayent une teinture des Mathématiques, il faut pourtant qu'ils ſe ſoient peu appliqués à la reſolution des problèmes un peu difficiles: car ils ſe ſeroient bientôt apperçus, que la ſeule application des régles preſcrites eſt d'un fort foible ſecours pour réſoudre ces ſortes de problèmes, & qu'il faut auparavant examiner bien ſoigneuſement toutes les circonſtances du problème, & faire là deſſus quantité de raiſonnemens, avant qu'on puiſſe employer ces régles, qui renferment le reſte des raiſonnemens, dont nous ne nous appercevons presque point, en pourſuivant le calcul. C'eſt cette préparation néceſſaire avant que de recourir au calcul, qui exige très ſouvent une plus longue ſuite de raiſonnemens, que peut-

être aucune autre Science n'exige jamais ; & où l'on a ce grand avantage, qu'on peut s'aſſurer de leur juſteſſe, pendant que dans les autres Sciences on eſt ſouvent obligé de s'arrêter à des raiſonnemens peu convaincans. Mais auſſi le calcul même, quoique l'Analyſe en preſcrive les régles, doit partout être ſoutenu par un raiſonnement ſolide, au défaut duquel on risque de ſe tromper à tout moment. Le Geométre trouve donc par tout occaſion d'exercer ſon eſprit par des raiſonnemens, qui le doivent conduire dans la ſolution de tous les problèmes difficiles, qu'il entreprend ; & à moins qu'il ne ſoit bien ſur ſes gardes, il eſt à craindre, qu'il ne tombe ſur des ſolutions fauſſes. Un problème de Geométrie qu'on trouve amplement traité dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, & dans les Actes de Leipzig, peut ſervir d'une preuve bien remarquable de ce que je viens d'avancer; ce problème étoit conçu dans ces termes :

Fig. 1. *Trouver une ligne courbe* MAN *autour d'un point fixe* C, *telle, que ſi l'on tire par ce point* C *une ligne droite quelconque* MCN, *qui coupe la courbe en deux points* M & N, *les tangentes* MT & NT *menées à ces points fuſſent entr'elles en* T *un angle donné.*

Quoiqu'on trouve de ce problème diverſes ſolutions, je ſoutiens qu'il eſt toujours impoſſible, à moins que l'angle T ne ſoit, ou droit, ou nul ; à l'exception de ces deux cas, les ſolutions prétenduës péchent contre le principe de continuité, qu'on ne doit jamais perdre de vuë dans ces ſortes de problèmes, où il s'agit de deux points, qui doivent appartenir à la même ligne courbe. C'eſt ce grand principe de continuité qu'il faut étudier à fond, avant qu'on puiſſe ſe promettre un bon ſuccès dans ces recherches ; &. c'eſt de là, qu'on doit puiſer non ſeulement les fondemens de la ſolution, mais auſſi le jugement, ſi le problème eſt poſſible ou non ? Pour développer ſolidement tout ce qui regarde le problème en queſtion, je m'en vais faire là deſſus les réflexions ſuivantes.

1. Ré-

1. RÉFLEXION.

Pour repréſenter une telle courbe, en cas qu'elle ſoit poſſible, je conçois une ligne fixe CA tirée du point C, autour duquel on faſſe tourner une ligne CM, dans le ſens AM, de ſorte que l'angle ACM, s'ouvre de plus en plus, jusqu'à ce que la ligne CM, après avoir achevé un tour entier, revienne dans la ſituation CA. Et d'abord je remarque qu'à chaque angle ACM doit répondre à une ſeule valeur de la ligne CM, puisqu'elle ne doit couper la courbe que dans un ſeul point M; car ſi elle la coupoit en pluſieurs, cela ſeroit contraire à la nature de la queſtion, qui ſuppoſe que chaque ligne MCN prolongée de part & d'autre du point C ne rencontre la courbe qu'en deux points M & N. Or je diſtingue ici les deux parties CM & CN de cette ligne droite, entant que la partie CM répond à l'angle ACM, & l'autre CN à l'angle pointu, qui ſurpaſſe celui-là de deux droits.

2. RÉFLEXION.

Poſant donc l'angle $ACM = \phi$, & la droite $CM = z$, la nature de la courbe déterminera z par une certaine fonction de l'angle ϕ, ou des quantités qui en dépendent. Telles quantités ſont le ſinus & coſinus de l'angle ACM, qui ſont d'autant plus propres à former la détermination de la ligne $CM = z$, puisqu'elles reprennent toutes les fois les mêmes valeurs, que la ligne mobile CM revient après un ou pluſieurs tours dans la même ſituation CM; au lieu que ſi l'angle lui-même $ACM = \phi$ entroit dans cette détermination, il en réſulteroit après chaque tour une nouvelle valeur de la ligne CM. Il ne faut pas non plus, que les ſinus ou coſinus de la moitié, ou du tiers, ou quart &c. de l'angle ACM entrent dans la détermination de la ligne $CM = z$, puisque ces quantités donneroient à la fois deux ou pluſieurs valeurs pour la ligne CM. Pour éviter donc ces cas contraires à la nature du problème, il faut que la ligne $CM = z$ ſoit exprimée par une fonction uniforme de ſin ϕ & coſ ϕ.

3. Ré-

3. Réflexion.

Concevons donc que la ligne $CM = z$ ſoit égale à une fonction uniforme de ſin φ & cof φ ; & en vertu du principe de continuité, ſi l'on met pour φ un autre angle quelconque $ACμ = \psi$, & partant ſin ψ & cof ψ pour ſin φ & cof φ, ladite fonction donnera la valeur de la ligne $Cμ$, qui répond à l'angle $ACμ = \psi$. Donc, pour arriver à la droite CN, qui eſt en oppoſition avec la première CM, il faut augmenter l'angle φ de deux angles droits ; ou bien ladite fonction donnera la quantité de la ligne CN, lorsqu'on met au lieu de l'angle φ l'angle $180° + \varphi$. Or puisque ſin $(180° + \varphi) = -$ ſin φ, & cof $(180° + \varphi) = -$ cof φ, ſi dans la fonction de ſin φ & cof φ, qui exprime la quantité de la ligne $CM = z$, on met pour ſin φ & cof φ leurs négatifs $-$ ſin φ & $-$ cof φ, la fonction exprimera la quantité de la ligne droite CN. Et partant ſi nous nommons cette ligne $CN = z'$, la fonction z ſe changera en z', lorsqu'on mettra $-$ ſin φ & $-$ cof φ au lieu de ſin φ & cof φ.

4. Réflexion.

Mais, pour nous approcher davantage de la queſtion propoſée, qui demande que l'angle T ſoit conſtant, il ſera bon d'introduire dans le calcul l'angle CMT, que fait la droite CM, avec la tangente de la courbe MT. La ſuite de nos recherches nous fera voir, qu'il eſt le plus à propos d'introduire la tangente de cet angle CMT, qui ſoit $= t$. Or il eſt aiſé de voir qu'il y aura $t = \frac{z d\varphi}{dz}$: au lieu que le ſinus & coſinus de cet angle CMT auroient été exprimés par des formules irrationnelles $\frac{z\,d\varphi}{\sqrt{(dz^2 + zz\,d\varphi^2)}}$, & $\frac{dz}{\sqrt{(dz^2 + zz\,d\varphi^2)}}$, qui à cauſe de l'ambiguité du ſigne radical introduiroient une ambiguité dans le calcul, que nous devons éviter : ce qui eſt la raiſon, qu'il convient de ſe ſervir plutôt de la tangente de l'angle CMT.

5. Ré-

5. Réflexion.

Ayant donc posé la tangente de l'angle CMT $= t$, puisque $t = \frac{z d \Phi}{d z}$, si z est une fonction de sin Φ & cos Φ, comme nous supposons, il est évident que t sera aussi exprimé par une fonction de sin Φ & cos Φ. Nous pourrons nous donc passer d'abord dans le calcul de la longueur de la ligne CM $= z$, & considérer immédiatement la quantité t comme une fonction de sin Φ & cos Φ: & ce que nous avons remarqué sur l'uniformité de la fonction z, aura aussi lieu à l'égard de la fonction t, qui doit être telle, qu'à chaque angle ACM $= \Phi$, il ne réponde qu'une valeur pour t, ou pour la tangente CMT. Donc, si nous mettons pour Φ un autre angle quelconque AC$\mu = \psi$, la même fonction donnera alors la tangente de l'angle CμM, que la droite Cμ fait en μ avec la courbe.

6. Réflexion.

Mais, puisque chaque ligne CM fait avec la courbe deux angles, l'un CMT en avant, & l'autre CMμ en suite du mouvement, il faut bien fixer d'abord, lequel de ces deux est introduit dans le calcul. Cela dépend bien de notre volonté, mais il faut bien prendre garde, qu'après avoir choisi l'un ou l'autre pour une situation de la droite CM, on suive pour toutes les autres situations le même choix. Ayant donc pris $t = \frac{z d \Phi}{d z}$ pour marquer la tangente de l'angle, que fait la droite CM avec la courbe en avant par rapport au mouvement de gyration, que nous supposons à la ligne mobile CM, nous devons suivre dans toute autre situation la même régle. Ainsi mettant ψ pour Φ, la valeur de t donnera la tangente de l'angle CμM; & lorsqu'on tourne la ligne CM jusqu'à parvenir à CN, alors l'expression de t donnera la tangente de l'angle CNν, & non pas celle de l'angle CNT.

7. Réflexion.

Soit donc t' la tangente de l'angle $CN\nu$, que fait la ligne CN avec la courbe en avant ; & de quelque maniere que t, ou la tangente de l'angle CMT ſoit exprimée par ſin ϕ & cof ϕ, cette même expreſſion fournira en vertu du principe de continuité la valeur de t', ſi l'on met au lieu de l'angle ϕ, l'angle $180° + \phi$, ou bien ſi l'on met $-$ ſin ϕ & $-$ cof ϕ au lieu de ſin ϕ & cof ϕ. Donc ſi nous ſuppoſons que t eſt égal à une certaine fonction de ſin ϕ & cof ϕ, alors t' ſera égal à une ſemblable fonction de $-$ ſin ϕ & $-$ cof ϕ ; ou la fonction t' reſultera de la fonction t, ſi l'on prend dans celle-cy tant ſin ϕ que cof ϕ négatifs. D'où l'on comprend réciproquement, que la fonction t' fournira la fonction t, ſi l'on y prend auſſi négativement le ſin ϕ & cof ϕ : & partant t & t' ſont deux fonctions de ſin ϕ & cof ϕ tellement rapportées entr'elles que l'une nait de l'autre, en poſant $-$ ſin ϕ & $-$ cof ϕ au lieu de ſin ϕ & cof ϕ.

8. Réflexion.

On trouve donc de la tangente t de l'angle CMT, celle de l'angle $CN\nu$, ou t', en prenant les ſin ϕ & cof ϕ négativement : & puiſque t' marque la tangente de l'angle $CN\nu$, la tangente de l'angle CNT ſera $= -t'$. Or le problème exige, que la ſomme des angles CMT $+$ CNT ſoit conſtante, ou ſi nous poſons l'angle MTN $= \alpha$, il faut qu'il ſoit

$$\alpha = CN\nu - CMT.$$

Donc, puiſque tang $CN\nu = t'$ & tang $CMT = t$, nous aurons :

$$\text{tang } \alpha = \frac{t' - t}{1 + tt'}.$$

Et partant pour réſoudre le problème, il faut chercher une telle fonction de ſin ϕ & cof ϕ, que poſant $-$ ſin ϕ & $-$ cof ϕ pour $+$ ſin ϕ & $+$ cof ϕ, il en réſulte t' en ſorte qu'il devienne

$$\frac{t' - t}{1 + tt'} = \text{tang } \alpha, \text{ ou } t' - t = \text{tang } \alpha - tt' \text{ tang } \alpha.$$

9. Ré-

9. Réflexion.

Ayant établi un tel rapport entre les deux fonctions t & t', que l'une naît de l'autre en prenant négativement les élémens $\sin\phi$ & $\cos\phi$, dont elles sont fonctions : il s'agit de déterminer la nature de ces fonctions, afin qu'il soit

$t' - t = \text{tang}\,\alpha + t\,t'\,\text{tang}\,\alpha$, ou $t' - t - t\,t'\,\text{tang}\,\alpha = \text{tang}\,\alpha$.

Pour tirer commodément de cette équation l'une & l'autre quantité t & t', je la multiplie par tang α, & j'ajoute de part & d'autre l'unité, d'où j'obtiens

$1 + t'\,\text{tang}\,\alpha - t\,\text{tang}\,\alpha - t\,t'\,\text{tang}\,\alpha^2 = 1 + \text{tang}\,\alpha^2 = \text{sec.}\,\alpha^2$.

Je fais ces opérations, pour rendre le premier membre réſoluble en deux facteurs, où les deux quantités t & t' ſoient ſéparées, car on aura : $(1 - \text{tang}\,\alpha)(1 + t'\,\text{tang}\,\alpha) = \text{sec.}\,\alpha^2$,

& voyons, comment on doit ſatisfaire à cette équation.

10. Réflexion.

Donc, ſi nous poſons $1 - t\,\text{tang}\,\alpha = M\,\text{sec.}\,\alpha$, il faut de néceſſité que l'autre ſoit $1 + t'\,\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{M}\,\text{sec.}\,\alpha$: & partant nous aurons : $t\,\text{tang}\,\alpha = 1 - M\,\text{sec.}\,\alpha$, & $t'\,\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{M}\,\text{sec.}\,\alpha - 1$.

Suppoſons maintenant que M change en M′, ſi l'on prend négativement les ſinus & coſinus de ϕ ; & puiſqu'alors t change en t', & t' en t, nous aurons encore ces équations :

$t'\,\text{tang}\,\alpha = 1 - M'\,\text{sec.}\,\alpha$, & $t\,\text{tang}\,\alpha = \frac{1}{M'}\,\text{sec.}\,\alpha - 1$.

Celles-cy étant combinées avec celles-là donnent

$2 = M\,\text{sec}\,\alpha + \frac{1}{M'}\,\text{sec.}\,\alpha$, & $2 = M'\,\text{sec.}\,\alpha + \frac{1}{M}\,\text{sec}\,\alpha$,

d'où l'on tire $M' = M$, & de plus $2M = (MM + 1)\,\text{sec.}\,\alpha$,

ce qui fournit une valeur déterminée pour $M = \frac{1 \pm \sqrt{(1 - \text{séc.}\,\alpha^2)}}{\text{séc.}\,\alpha}$, laquelle étant imaginaire montre ſuffiſamment, qu'il eſt impoſſible de réſoudre le problème en général. Car à cauſe de $\sqrt{(1 - \text{séc}\,\alpha^2)} = \sqrt{-1}.\text{tang}\,\alpha$, il en ſuivroit $t = \pm\sqrt{-1}$, ou bien la courbe AM ſeroit imaginaire.

II. Réflexion.

C'eſt donc en vertu du principe de continuité, qu'on doit prononcer, que le problème conçû généralement n'admet aucune ſolution; & partant les ſolutions prétendues, que quelques uns en ont données, ſont en contradiction avec ce principe, & ne donnent pas de courbes continues, qui ſatisfaſſent à la queſtion; ce qu'il ſera aiſé de faire voir, en comparant ces ſolutions avec les maximes que je viens de déduire du principe de continuité. Auſſi ne trouve-t-on aucune de ces ſolutions appliquée à une courbe déterminée, pour qu'on en puiſſe voir, de quelle maniere les conditions du problème ſeroient remplies, ſi ce n'eſt pour le cas, où l'angle T formé par les tangentes eſt droit. Mais dans ce cas les raiſons, d'où je viens de conclure l'impoſſibilité du problème, ceſſent, & font voir évidemment, que le problème devient poſſible dans ce cas, & qu'il admet même une infinité de ſolutions, parmi leſquelles il s'en trouve de fort remarquables. Cette impoſſibilité ſe perd auſſi dans le cas, où l'angle T évanouit, ce qu'il ſera important de développer plus ſoigneuſement.

12. Réflexion.

Je dis donc que les raiſons, qui viennent de nous convaincre de l'impoſſibilité du problème en général, perdent toute leur force dans le cas, où l'angle $T = \alpha$ eſt ſuppoſé droit. Car, puiſqu'alors la ſecante de l'angle α devient infinie, nos deux équations pour M & M′ ſe réduiſent à celles-cy :

$$0 = M + \frac{1}{M'}, \quad \& \quad 0 = M' + \frac{1}{M},$$

aux-

auxquelles ſatisfait la même condition $MM' + 1 = 0$. Donc pour le cas, où l'angle α eſt droit, on n'a qu'à chercher une telle fonction de ſin Φ & cof Φ pour M, qui en prenant ſin Φ & cof Φ négativement devienne M', enſorte qu'il ſoit $MM' + 1 = 0$, & une telle fonction trouvée pour M fournit d'abord à cauſe de ſec. $\alpha = \text{tg}\,\alpha = s$, pour une courbe ſatisfaiſante cette équation $t = -M$, & partant

$$\frac{z d\Phi}{dz} = -M, \quad \text{ou} \quad \frac{dz}{z} = -\frac{d\Phi}{M}.$$

13. RÉFLEXION.

Pour le cas où l'angle α eſt $= 0$, je lui ai donné l'excluſion par les opérations faites dans la 5me Réflexion, y ayant multiplié notre équation par tang α, qui évanouït dans ce cas. Il faut donc traiter ce cas ſéparément, & commencer par la première équation, qui poſant $\alpha = 0$ donne d'abord $t' - t = 0$, ou $t' = t$: d'où à cauſe de $t = \frac{z d\Phi}{dz}$, & $t' = \frac{z' d\Phi}{dz'}$, l'on tire:

$$\frac{z d\Phi}{dz} = \frac{z' d\Phi}{dz'}, \text{ ou } \frac{dz}{z} = \frac{dz'}{z'}, \text{ & partant } z' = z.$$

Il faut donc que chaque droite M'C N ſoit partagée également en C, ou que le point C ſoit le centre de la courbe: de ſorte que toute courbe douée d'un centre fourniſſe une ſolution de ce cas. Ce cas admet donc une infinité de ſolutions, & même par des courbes algébriques, qu'il eſt fort facile de trouver, & par cette raiſon je ne m'y arrêterai pas plus long tems.

14. RÉFLEXION.

A moins donc que l'angle T formé par les deux tangentes MT & NT ne ſoit, ou droit, ou nul, le problème eſt toujours impoſſible, de quelque maniere qu'on le regarde; & on ne ſauroit jamais trouver une courbe continue, qui donneroit cet angle T conſtant & oblique. Il eſt donc d'autant plus remarquable, que ce même problè-

me devient poſſible dans le cas, où l'angle T eſt droit; & il mérite d'autant plus, que j'en dévelope la ſolution fournie par les réflexions précedentes, que les ſolutions, que d'autres en ont données, ſont envelopées dans les ſolutions prétenduës générales, de ſorte que ce n'eſt que par hazard, qu'elles deviennent juſtes dans ce cas. Il eſt auſſi à remarquer, que dans ce cas il y a même une infinité de courbes algébriques, qui ſatisfaſſent, parmi leſquelles ſe trouve la parabole, dont le foyer répond au point C. Or la méthode de trouver ces courbes algébriques demande une adreſſe particuliere, que je m'en vais expliquer.

PROBLÈME.

Autour du point C *décrire la courbe* MAN, *que tirant par* C *des droites quelconques* MCN, *qui coupent la courbe en deux points* M *&* N, *les tangentes* MT *&* NT *menées à ces deux points ſoient entr'elles perpendiculaires, ou l'angle* MTN *droit.*

SOLUTION.

Ayant tiré par C une ligne fixe CA, poſons l'angle ACM $=\Phi$, la droite CM $= z$, & la tangente de l'angle CMT $= t$, de ſorte que $t = \frac{z d\Phi}{dz}$. Alors tout revient à trouver de telles fonctions M de ſin Φ & coſ Φ, qui ſi l'on prend négativement tant ſin Φ que coſ Φ, elles changent en M′ en ſorte qu'il ſoit $MM' + 1 = 0$; ou puiſque $t = -M$ & $t' = -M'$ & partant $tt' + 1 = 0$, la quantité t doit auſſi être une telle fonction de ſin Φ & coſ Φ, qu'en écrivant $-$ ſin Φ & $-$ coſ Φ, au lieu de $+$ ſin Φ & $+$ coſ Φ, elle change en ſorte en t', qu'il ſoit $tt' + 1 = 0$. Voyons donc quelles fonctions de ſin Φ & coſ Φ ont cette propriété, & d'abord ſe préſentent celles-cy :

$t =$

$$t = \pm \frac{\sin\Phi}{1-\cos\Phi} \quad \& \quad t = \pm \frac{\sin\Phi}{1+\cos\Phi}, \text{ car :}$$

$$t' = \mp \frac{\sin\Phi}{1+\cos\Phi} \quad \& \quad t' = \mp \frac{\sin\Phi}{1-\cos\Phi}, \text{ donc}$$

$$tt' = -\frac{\sin\Phi^2}{1-\cos\Phi^2} = -1 \quad \& \quad tt' = -\frac{\sin\Phi^2}{1-\cos\Phi^2} = -1.$$

Voilà donc la première fonction convenable pour exprimer la valeur de t :

I. Formule $$t = \pm \frac{\sin\Phi}{1 \mp \cos\Phi}.$$

On voit auſſi que des puiſſances quelconques de cette formule, dont les expoſans ſont des nombres impairs, ou même des fractions, dont le numerateur & dénominateur ſont impairs, ſatisfont également. Donc, ſi m & n marquent des nombres impairs quelconques, nous aurons :

II. Formule $$t = \pm \left(\frac{\sin\Phi}{1 \mp \cos\Phi}\right)^{\frac{m}{n}}.$$

Enſuite, par la compoſition des ſinus & coſinus des angles multiples, on ſait que, lorsque l'expoſant de la multiplication eſt un nombre impair λ, tant $\sin\lambda\Phi$ & $\cos\lambda\Phi$ changent de ſignes, lorsqu'on prend les $\sin\Phi$ & $\cos\Phi$ négativement. Donc, prenant pour λ un nombre impair quelconque, nous aurons :

III. Formule $$t = \pm \frac{\sin\lambda\Phi}{1 \mp \cos\lambda\Phi}.$$

Comme cette formule réſulte de la première en poſant l'angle $\lambda\Phi$ pour Φ, de même on tirera de la ſeconde formule, en marquant par m & n des nombres impairs quelconques,

IV. Formule $$t = \pm \left(\frac{\sin\lambda\Phi}{1 \mp \cos\lambda\Phi}\right)^{\frac{m}{n}}.$$

Cette formule renfermant toutes les précedentes, il eſt bon de faire voir

voir, comme elle ſatisfait. Qu'on prenne négativement le ſin ϕ & cof ϕ, & on aura $t' = \pm\left(\frac{-\text{ſin}\,\lambda\phi}{1 \mp \text{cof}\,\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}}$, & partant

$$t\,t' = +\left(\frac{-\text{ſin}\,\lambda\phi^2}{1-\text{cof}\,\lambda\phi^2}\right)^{\frac{m}{n}} = +(-1)^{\frac{m}{n}} = -1.$$

Or outre ces formules on peut en donner une infinité d'autres, qui ont la même propriété. Que P ſignifie une fonction quelconque paire de ſin ϕ & cof ϕ, ou telle qui demeure la même, quoiqu'on prenne ſin ϕ & cof ϕ négativement : or que Q ſoit une fonction impaire de ſin ϕ & cof ϕ, qui devienne $-Q$ en prenant ſin ϕ & cof ϕ négativement; & il eſt clair que cette expreſſion $\frac{P+Q}{P-Q}$, devient par ce changement $= \frac{P-Q}{P+Q}$, de ſorte que le produit de ces deux valeurs ſoit $= 1$. Une telle expreſſion ne ſeroit donc pas propre pour t, mais il eſt évident, qu'on en peut multiplier les formules données, ſans qu'elles perdent leur propriété. D'où ſi P marque une fonction paire & Q une fonction impaire de ſin ϕ & cof ϕ, nous aurons les formules ſuivantes beaucoup plus générales :

V. Formule $t = \pm \frac{\text{ſin}\,\phi}{1 \mp \text{cof}\,\phi} \cdot \frac{P+Q}{P-Q}$

VI. Formule $t = \pm\left(\frac{\text{ſin}\,\phi}{1 \mp \text{cof}\,\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{P+Q}{P-Q}$

VII. Formule $t = \pm \frac{\text{ſin}\,\lambda\phi}{1 \mp \text{cof}\,\lambda\phi} \cdot \frac{P+Q}{P-Q}$

VIII. Formule $t = \pm\left(\frac{\text{ſin}\,\lambda\phi}{1 \mp \text{cof}\,\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{P+Q}{P-Q}$

Il eſt auſſi clair qu'une puiſſance quelconque de $\frac{P+Q}{P-Q}$, peut être employée avec le même ſuccès : donc prenant pour μ & ν des nombres quelconques tant pairs qu'impairs, pendant que m & n & λ ne marquent que des nombres impairs ; d'où nous obtiendrons encore les quatre formules ſuivantes :

IX. Formule $$t = \pm \frac{\sin \Phi}{1 \pm \cos \Phi} \cdot \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

X. Formule $$t = \pm \left(\frac{\sin \Phi}{1 \pm \cos \Phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

XI. Formule $$t = \pm \frac{\sin \lambda \Phi}{1 \pm \cos \lambda \Phi} \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

XII. Formule $$t = \pm \left(\frac{\sin \lambda \Phi}{1 \pm \cos \lambda \Phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

Donc, chacune de ces formules étant égalée à $\frac{z d\Phi}{dz}$ fournira une ſolution du problème ; & puiſque la derniere contient toutes les autres, elle nous fournit la ſolution générale ſuivante :

$$\frac{dz}{z} = \pm d\Phi \left(\frac{1 \pm \cos \lambda \Phi}{\sin \lambda \Phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \left(\frac{P-Q}{P+Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

ou puiſque $\frac{1 \pm \cos \lambda \Phi}{\sin \lambda \Phi} = \frac{\sin \lambda \Phi}{1 \mp \cos \lambda \Phi}$ celle-cy,

$$\frac{dz}{z} = \pm d\Phi \left(\frac{\sin \lambda \Phi}{1 \pm \cos \lambda \Phi}\right)^{\frac{m}{n}} \cdot \left(\frac{P-Q}{P+Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$$

laquelle, puisque les deux variables z & ϕ ſont ſéparées, ſuffit pour conſtruire toutes ces courbes, qui réſolvent le problème.

Coroll. 1.

Dans ces équations on peut auſſi l'angle PCM prendre pour ϕ : car, outre qu'il eſt indifférent de prendre la droite CA de l'autre côté, l'ambiguité du ſigne $\pm$ dont le différentiel $d\phi$ eſt affecté, ne change rien dans notre équation générale, quoiqu'elle produiſe toujours deux courbes differentes.

Coroll. 2.

Mais l'ambiguité du ſigne $\pm$ qui affecte $\cos\phi$, ne produit pas deux courbes differentes ; car, ſi un ſigne regarde l'angle $ACM = \phi$, l'autre donnera la même courbe pour l'angle $PCM = \phi$, puisque ſi le coſinus de l'un eſt poſitif, celui de l'autre devient négatif, le ſinus demeurant le même.

Coroll. 3.

Ayant trouvé une équation entre la droite $CM = z$, & l'angle ACM ou $PCM = \phi$, il eſt aiſé d'en tirer une équation entre les coordonnées ordinaires $CP = x$ & $PM = y$. Car d'abord on aura $z = \sqrt{(xx+yy)}$, & $\sin\phi = \frac{y}{z}$, & $\cos\phi = \frac{x}{z}$.

Coroll. 4.

De là il eſt clair, que ſi l'on trouve une équation algébrique entre z & le ſinus & coſinus de l'angle ϕ, ſans que l'angle ϕ même y entre par l'intégration; on parviendra auſſi à une équation algébrique entre les coordonnées x & y ; ou bien la courbe ſera algébrique.

Coroll. 5.

Donc, pour trouver des courbes algébriques, il faut déterminer notre équation générale $\frac{dz}{z} = \pm d\phi \left(\frac{\sin\lambda\phi}{1\pm\cos\lambda\phi}\right)^{\frac{m}{n}} \left(\frac{P+Q}{P-Q}\right)^{\frac{\mu}{\nu}}$

en

en ſorte, que l'intégrale du dernier membre devienne un logarithme d'une fonction de ſin ϕ & cof ϕ. Car, toutes les fois que cette intégrale n'eſt pas réductible à un tel logarithme, la courbe ne ſauroit être algébrique.

Remarque.

A l'égard des courbes algébriques, ce problème eſt très remarquable: car au lieu que dans les autres problèmes de cette eſpece, où il s'agit des courbes algébriques qui leur ſatisfont, il faut rendre abſolument intégrables quelques formules différentielles; ce problème exige, qu'une formule différentielle devienne intégrale par les logarithmes, & cette circonſtance demande une adreſſe tout particuliere dans le calcul. J'ai bien donné autrefois des régles, par le moyen desquelles on peut rendre intégrables des formules différentielles indéterminées; mais ces régles ne nous prêtent aucun ſecours dans la recherche des courbes algébriques, qui ſatisfont à ce problème. Il faut auſſi remarquer, que lorsqu'il entre dans l'intégrale l'angle ϕ même, non ſeulement la courbe ne devient pas algébrique, mais elle ne remplira pas duëment les conditions du problème; parce qu'à chaque angle $ACM = \phi$, la droite $CM = z$ obtiendra une infinité de valeurs différentes, ou bien chaque droite menée par le point C coupera la courbe dans une infinité de points, ce qui eſt contraire à l'enoncé du problème. De là il faut conclure, que les courbes algébriques ſont proprement celles, qui ſatisfont au problème: & partant ſa ſolution demande principalement des courbes algébriques, dont la recherche eſt par conſéquent très eſſentielle à la ſolution de ce problème. Or, puisqu'il eſt impoſſible de donner une ſolution générale, qui renferme toutes les courbes algébriques; il faut ſe contenter des ſolutions particulieres, dont je m'en vais développer les principales.

PROBLÈME PARTICULIER.

Trouver des courbes algébriques, qui ſatisfaſſent au problème précedent, ou telles, qu'ayant mené par le point fixe C, *des droi-*

tes quelconques M C N, *elles coupent la courbe en ſorte en deux points* M & N, *que les tangentes* M T & N T *tirées à ces points, faſſent entr'elles en* T *un angle droit.*

I. Solution.

Soit dans la ſolution générale $\frac{\mu}{\nu} = 0$, $\lambda = 1$, & $\frac{m}{n} = 1$, pour avoir cette équation

$$\frac{dz}{z} = \pm \frac{d\Phi \sin \Phi}{1 \pm \cos \Phi}$$

dont l'intégrale priſe par les logarithmes, ſera

$$l z = l a \pm l(1 \pm \cos \Phi).$$

De là on tirera deux courbes, ſelon que $l(1 \pm \cos \Phi)$ eſt affecté, ou par le ſigne $+$, ou par $-$: mais l'ambiguité $\pm \cos \Phi$ ne donne pas des courbes differentes, d'où il ſuffit de prendre $+ \cos \Phi$.

Examinons ſéparément ces deux courbes.

1. *Courbe.* Que $l(1 + \cos \Phi)$ ait le ſigne $-$, & en montant des logarithmes aux nombres, on aura :

$$z = \frac{a}{1 + \cos \Phi}, \quad \text{ou} \quad z + x = a$$

à cauſe de $z \cos \Phi = x$. Ayant donc $z = a - x$, en prenant les quarrés, à cauſe de $zz = xx + yy$, on trouvera :

$$yy = aa - 2ax, \quad \text{ou} \quad yy = 2a(\tfrac{1}{2}a - x),$$

d'où l'on voit que la courbe eſt une parabole, dont le parametre eſt $= 2a$, & que le point C ſe trouve dans ſon foyer. Savoir la parabole M A N a cette propriété, que menant par ſon foyer C une droite quelconque M C N, les tangentes M T & N T tirées aux points M & N faſſent en T un angle droit. Et poſant depuis l'axe A C l'Angle A C M $= \Phi$ & C M $= z$, le parametre de la parabole étant

Fig. 2.

étant $= 2a$, il y aura $z = \frac{a}{1+\text{cof}\Phi} = CM$, & $CN = \frac{a}{1-\text{cof}\Phi}$; de plus ayant tiré à l'axe CA la perpendiculaire $MP = y$, & posant $CP = x$ de sorte que $AP = \frac{1}{2}a - x$, on aura $yy = 2a(\frac{1}{2}a - x) = 2a.AP$, comme il est clair de la nature de la parabole, & l'angle CMT est toujours le complément de la moitié de l'angle ACM.

2. *Courbe.* Soit maintenant $z = a(1-\text{cof}\Phi)$, qui résulte de $t = \frac{1-\text{cof}\Phi}{\text{sin}\Phi} = \frac{\text{sin}\Phi}{1+\text{cof}\Phi} = \text{tang}\frac{1}{2}\Phi$, d'où l'on voit que dans cette courbe l'angle CMT est partout la moitié de l'angle ACM. Puisque $\text{cof}\Phi = \frac{x}{z}$, on aura $zz = az - ax$, ou $xx+yy+ax = a\sqrt{(xx+yy)}$ & partant cette équation du quatrième ordre $(xx+yy)^2 + 2ax(xx+yy) = aayy$, d'où l'on peut voir, que cette courbe est l'epicycloide décrite, lorsque le cercle mobile est égal à l'immobile, dont le point de rebroussement tient lieu du point fixe C. Mais la nature de la courbe & sa construction se tirent plus aisément de l'équation $z = a(1-\text{cof}\Phi)$. D'où l'on voit que posant l'angle $ACM = \Phi$, il y a $CM = a(1-\text{cof}\Phi)$ & $CN = a(1+\text{cof}\Phi)$, de sorte que toutes les lignes MCN tirées par le point C sont égales entr'elles & $= CB$.

Fig.

II. Solution.

Qu'il demeure $\frac{\mu}{\nu} = 0$ & $\frac{m}{n} = 1$, mais qu'on prenne pour λ un nombre impair quelconque : de sorte qu'on ait,

$$\text{ou } \frac{dz}{z} = +\frac{d\Phi\,\text{sin}\,\lambda\Phi}{1+\text{cof}\lambda\Phi}, \quad \text{ou } \frac{dz}{z} = +\frac{d\Phi\,\text{sin}\,\lambda\Phi}{1-\text{cof}\lambda\Phi},$$

& l'une & l'autre formule fournira une infinité de courbes algébriques, dont nous examinerons les principales propriétés.

1. *Cas.* Soit donc $\frac{dz}{z} = + \frac{d\Phi \sin \lambda \Phi}{1 + \cos \lambda \Phi}$, & l'intégration donne $lz = la - \frac{1}{\lambda} l(1 + \cos \lambda \Phi)$, & partant

$$z^{\lambda} = \frac{a^{\lambda}}{1 + \cos \lambda \Phi}, \quad \text{ou bien} \quad z = \frac{a}{\sqrt[\lambda]{(1 + \cos \lambda \Phi)}}.$$

Prenons $\lambda = 3$, de sorte que nous ayons $z = \frac{a}{\sqrt[3]{(1 + \cos 3\Phi)}}$ & pour les différentes valeurs de l'angle Φ nous aurons :

si $\Phi = 0$; $z = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$	si $\Phi = 90°$; $z = a$
$\Phi = 30°$; $z = a$	$\Phi = 120°$; $z = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$
$\Phi = 60°$; $z = \infty$	$\Phi = 150°$; $z = a$
$\Phi = 90°$; $z = a$	$\Phi = 180°$; $z = \infty$

Fig. 4. D'où l'on voit que cette courbe a trois asymtotes Ca, Ce, Cf, qui se croisent à angles égaux au point C, & trois branches égales, $\alpha A \alpha$, $\epsilon E \epsilon$, & $\zeta F \zeta$.

Par là on comprend, que si l'on mettoit $\lambda = 5$, la courbe auroit cinq asymtotes, & autant de branches égales & semblables, ce qui s'étend à tous les autres nombres impairs posés pour λ. Au reste si $\lambda = 3$, la courbe sera du 6me ordre, si $\lambda = 5$, du 10me & en général elle sera de l'ordre 2λ. Le cas précedent de la parabole y est aussi compris en posant $\lambda = 1$; mais dans ce cas la courbe n'a pas des branches asymtotiques, comme dans les autres cas, où λ est un nombre impair plus grand que l'unité.

De

De ces courbes il faut auſſi remarquer, que puisque $\frac{z d\Phi}{dz} = t = \frac{1+\text{cof}\lambda\Phi}{\text{fin}\lambda\Phi} = \cot\frac{1}{2}\lambda\Phi$, il y aura $CMT = 90° - \frac{1}{2}\lambda\Phi$, ou $CMT = 90° - \frac{\lambda}{2}.ACM$.

2. *Cas.* Soit maintenant $\frac{dz}{z} = +\frac{d\Phi\,\text{fin}\lambda\Phi}{1-\text{cof}\lambda\Phi}$: & on aura après l'intégration:

$$lz = la + \frac{1}{\lambda} l(1-\text{cof}\lambda\Phi), \quad \text{ou} \quad z = a\sqrt[\lambda]{(1-\text{cof}\lambda\Phi)}.$$

Poſons $\lambda = 3$, de ſorte que $z = a\sqrt[3]{(1-\text{cof}\,3\Phi)}$, & nous aurons pour les différentes valeurs de l'angle Φ:

ſi	$\Phi = 0°$;	$z = 0$	
	$\Phi = 30$;	$z = a$	
	$\Phi = 60$;	$z = a\sqrt[3]{2}$	
	$\Phi = 90$;	$z = a$	
ſi	$\Phi = 90°$;	$z = a$	
	$\Phi = 120$;	$z = 0$	
	$\Phi = 150$;	$z = a$	
	$\Phi = 180$;	$z = a\sqrt[3]{2}$	

Cette courbe ſera donc compoſée de trois feuïlles égales & ſemblables, comme elles ſont repréſentées dans la 5 me Figure, collées au point fixe C. Et ſi l'on poſe $z = 5$ ou $z = 7$, on aura des courbes formées de 5 ou 7 feuïlles auſſi ſemblables entr'elles. Et partant ce cas fournit auſſi une infinité de courbes algébriques, qui ſatisfont au problème. Puisque dans l'application de ces courbes on a

$$t = \frac{z d\Phi}{dz} = \frac{1-\text{cof}\lambda\Phi}{\text{fin}\lambda\Phi} = \text{tang}\,\tfrac{1}{2}\lambda\Phi,$$

on voit qu'il y aura toujours $CMT = \frac{\lambda}{2}ACM$, & dans le cas de $\lambda = 3$, l'angle $CMT = \frac{3}{2}ACM$. Pour ce cas $\lambda = 3$, ſi l'on introduit les coordonnées $x = z\,\text{cof}\,\Phi$ & $y = z\,\text{fin}\,\Phi$, on aura

$$z^6 = a^3z^3 - a^3x^3 + 3a^3xyy \qquad \&$$

& cette équation étant reduite à la rationalité, à cauſe de $zz = xx + yy$, montera au 12me degré. D'où l'on conclut aiſement, que mettant pour λ un nombre impair quelconque, la courbe ſera du $4\lambda^{me}$ ordre.

III. Solution.

Tant que nous poſons $\frac{\mu}{\nu} = 0$, nous ne pourrons pas trouver d'autres cas, qui conduiſent à des courbes algébriques, & il eſt évident par la forme des différentiels logarithmiques, que l'un & l'autre expoſant $\frac{m}{n}$ & $\frac{\mu}{\nu}$ ne ſauroient recevoir d'autre valeur que l'unité. D'où nous aurons cette équation à conſidérer

$$\frac{dz}{z} = \pm d\Phi \cdot \frac{\sin \lambda\Phi}{1 \pm \cos \lambda\Phi} \cdot \frac{P - Q}{P + Q};$$

où P doit être une fonction paire, Q impaire de $\sin \Phi$ & $\cos \Phi$ & λ un nombre impair. Soit donc d'abord $\lambda = 1$, $P = 1$, & $Q = m \cos \Phi$, de ſorte que nous ayons :

$$\frac{dz}{z} = \pm d\Phi \cdot \frac{\sin \Phi}{1 + \cos \Phi} \cdot \frac{1 - m \cos \Phi}{1 + m \cos \Phi}.$$

Concevons que ce multiplicateur de $\pm d\Phi$, ſe réſolve en ces deux parties : $\frac{\alpha \sin \Phi}{1 + \cos \Phi} + \frac{\mathfrak{E} \sin \Phi}{1 + m \cos \Phi}$, & il faut qu'il ſoit

$$\sin \Phi - m \sin \Phi \cos \Phi = \alpha \sin \Phi + \mathfrak{E} \sin \Phi + (\mathfrak{E} + \alpha m) \sin \Phi \cos \Phi$$

& partant : $\alpha + \mathfrak{E} = 1$ & $\mathfrak{E} + \alpha m = -m$, donc :

$$\alpha(m-1) = -m-1 \quad \& \quad \alpha = \frac{m+1}{1-m} \quad \& \quad \mathfrak{E} = \frac{-2m}{1-m}.$$

De là nous obtiendrons :

$$\pm(1-m)\frac{dz}{z} = \frac{(m+1)\, d\Phi \sin \Phi}{1 + \cos \Phi} - \frac{2m\, d\Phi \sin \Phi}{1 + m \cos \Phi}.$$

&

& en prenant les intégrales :

$$\pm(1-m)\,l\frac{z}{a} = -l(1+\cos\phi)^{m+1} + l(1+m\cos\phi)^2,$$

$$\text{I. } z^{1-m} = \frac{a^{1-m}(1+m\cos\phi)^2}{(1+\cos\phi)^{1+m}}; \quad \text{II. } z^{1-m} = \frac{a^{1-m}(1+\cos\phi)^{1+m}}{(1+m\cos\phi)^2}$$

& puisque l'on peut prendre pour m tout nombre poſſible, ces deux équations fourniſſent une infinité de ſolutions ſatisfaiſantes par des courbes algébriques. On voit d'abord que ſi l'on mettoit $m=-1$, on tomberoit dans la première ſolution, & que le cas $m=1$ ne meneroit à rien. Dévelopons donc quelques uns des plus ſimples cas :

Cas 1. Soit $m=2$, & on aura :

$$\text{I. } \frac{z}{a} = \frac{(1+\cos\phi)^3}{(1+2\cos\phi)^2}; \quad \text{II. } \frac{z}{a} = \frac{(1+2\cos\phi)^2}{(1+\cos\phi)^3},$$

d'où pour differentes valeurs de l'angle ϕ, on tirera :

I.	II.
ſi $\phi=0°$; $z=\frac{8}{9}a$	ſi $\phi=0$; $z=\frac{8}{8}a$
$\phi=30°$; $z=\frac{7+4\sqrt{3}}{16}a$	$\phi=30°$; $z=16(7-4\sqrt{3})a$
$\phi=60°$; $z=\frac{2}{3}\frac{7}{2}a$	$\phi=60°$; $z=\frac{3}{2}\frac{2}{7}a$
$\phi=90°$; $z=a$	$\phi=90°$; $z=a$
$\phi=120°$; $z=\infty a$	$\phi=120°$; $z=0\,a$
$\phi=150°$; $z=\frac{7-4\sqrt{3}}{16}a$	$\phi=150°$; $z=16(7+4\sqrt{3})a$
$\phi=180°$; $z=0\,a$	$\phi=180°$; $z=\infty a$

Fig. 6. La courbe, qui répond à la premiere formule, aura donc la forme repreſentée dans la 6me figure, & eſt compoſée de deux branches EAE & γCγ, qui concourent avec les aſymptotes *Cc* & *Cc* inclinées à l'axe CB de 60 degrés : & la branche γCγ a un point de rebrouſſement dans le point C.

Fig. 7. Or la courbe qui répond à l'autre cas, eſt repréſentée dans la 7me Figure. Elle a d'abord une feuille ADCDA fermée au point fixe C, où concourent deux points de rebrouſſement, dont les tangentes ſont inclinées à l'axe CB d'un angle de 60° de part & d'autres : & de là partent deux branches paraboliques CE & CE, qui s'éloignent à l'infini.

En poſant $z\cos\phi = x$, on aura les équations ſuivantes :

I. $z^4 + 4xz^3 + 4xxzz = az^3 + 3axzz + 3axxz + ax^3$.

II. $z^3 + 3xzz + 3xxz = azz + 4axz + 4axx$,

entre les coordonnées x & y la première montera au huitième, & l'autre au ſixième degré.

Cas. 2. Soit $m = 3$, & on aura :

I. $z^2 = \frac{a^2(1+\cos\phi)^4}{(1+3\cos\phi)^2}$; II. $z^2 = \frac{a^2(1+3\cos\phi)^2}{(1+\cos\phi)^4}$,

qui en extrayant la racine quarrée ſe réduiſent à :

I. $z = \frac{a(1+\cos\phi)^2}{1+3\cos\phi}$; II. $z = \frac{a(1+3\cos\phi)}{(1+\cos\phi)^2}$.

Fig. 8. La premiere de ces courbes eſt repréſentée dans la 8me figure, qui eſt compoſée de deux branches EAE & γCγ, qui concourent avec les aſymtotes *ce*, *ce* inclinées à l'axe AB d'un angle 70°, 32', dont le coſinus eſt $= \frac{1}{3}$: & la derniere branche γCγ a un point de rebrouſſement au point C.

L'au-

L'autre courbe eſt repréſentée dans la 9me Figure & eſt formée d'un trait continu ECDADCE, dont les branches CE, CE étendues à l'infini ſont paraboliques. Fig. 9.

Cas. 3. Soit $m = \frac{1}{2}$, & nos deux équations feront

$$\text{I. } V\frac{z}{a} = \frac{(1+\frac{1}{2}\cos\phi)^2}{(1+\cos\phi)^{\frac{3}{2}}}\ ; \quad \text{II. } V\frac{z}{a} = \frac{(1+\cos\phi)^{\frac{3}{2}}}{(1+\frac{1}{2}\cos\phi)^2},$$

ou prenant les quarrés

$$\text{I. } z = \frac{a(1+\frac{1}{2}\cos\phi)^4}{(1+\cos\phi)^3}\ ; \quad \text{II. } z = \frac{a(1+\cos\phi)^3}{(1+\frac{1}{2}\cos\phi)^4},$$

auxquelles répond la tangente de l'angle C M T

$$\text{I. } t = \frac{(1+\cos\phi)(1+\frac{1}{2}\cos\phi)}{\sin\phi(1-\frac{1}{2}\cos\phi)}\ ; \quad \text{II. } t = -\frac{(1+\cos\phi)(1+\frac{1}{2}\cos\phi)}{\sin\phi(1-\frac{1}{2}\cos\phi)}.$$

Ces deux courbes ſont plus regulières que les précedentes, la premiere (Fig. 10.) étant ſemblable à une parabole, & l'autre (Fig. 11.) à une épicycloïde.

IV. Solution.

La ſolution precédente ſera portée à une plus grande généralité en mettant $\sin\lambda\phi$ & $\cos\lambda\phi$, au lieu de $\sin\phi$ & $\cos\phi$, où λ marque un nombre impair quelconque. Poſons donc :

$$\pm\frac{dz}{z} = d\phi\cdot\frac{\sin\lambda\phi}{1+\cos\lambda\phi}\cdot\frac{1-m\cos\lambda\phi}{1+m\cos\lambda\phi},$$

& cette équation ſe reduira à cette forme :

$$\pm(1-m)\frac{dz}{z} = \frac{(m+1)d\phi\sin\lambda\phi}{1+\cos\lambda\phi} - \frac{2md\phi\sin\lambda\phi}{1+m\cos\lambda\phi},$$

dont l'intégrale ſe trouve :

$$\pm(1-m)\,l\frac{z}{a} = -\frac{(m+1)}{\lambda}\,l(1+\cos\lambda\phi) + \frac{2}{\lambda}\,l(1+m\cos\lambda\phi),$$

d'où l'on tire les deux équations ſuivantes :

$$\text{I. } z = a.\frac{(1+m\cos\lambda\Phi)^{\frac{2}{\lambda(1-m)}}}{(1+\cos\lambda\Phi)^{\frac{m+1}{\lambda(1-m)}}}\text{ ; II. } z = a.\frac{(1+\cos\lambda\Phi)^{\frac{m+1}{\lambda(1-m)}}}{(1+m\cos\lambda\Phi)^{\frac{2}{\lambda(1-m)}}}$$

Et la tangente de l'angle C M T ſera pour ces deux cas :

$$\text{I. } t = +\frac{(1+\cos\lambda\Phi)(1+m\cos\lambda\Phi)}{\sin\lambda\Phi.(1-m\cos\lambda\Phi)}\text{ ; II. } t = -\frac{(1+\cos\lambda\Phi)(1+m\cos\lambda\Phi)}{\sin\lambda\Phi.(1-m\cos\lambda\Phi)}$$

d'où l'on peut tirer encore une plus grande infinité de courbes algébriques, qui ſatisfont au problème ; puiſqu'il y a ici deux nombres λ & m, qu'on peut prendre à volonté, celui-cy m ſans aucune reſtriction, mais celui-là λ ne ſauroit marquer que des nombres impairs entiers. Il ne ſera pas auſſi difficile de tracer à peu près la figure de ces courbes.

V. Solution.

Pour rendre ces ſolutions encore plus générales, je remarque qu'au lieu d'un facteur $\frac{1-m\cos\Phi}{1+m\cos\Phi}$, on y peut ajouter autant d'autres qu'on veut de la même forme, ſans que l'intégration par les logarithmes en ſoit troublée. Or pour en rendre l'opération plus évidente, je mettrai pour m des fractions, & prenant m, n, p, q, pour des nombres quelconques, ſoit

$$\pm\frac{dz}{z} = d\Phi\sin\Phi.\frac{1}{1-\cos\Phi}.\frac{m+\cos\Phi}{m-\cos\Phi}.\frac{n+\cos\Phi}{n-\cos\Phi}.\frac{p+\cos\Phi}{p-\cos\Phi}$$

& qu'on dévelope cette fraction compoſée en des fractions ſimples, ſelon la méthode que j'ai enſeignée en regardant cof Φ comme une ſimple variable.

Qu'on

Qu'on poſe pour abréger ſelon cette méthode :

$$\frac{(m+1)(n+1)(p+1)}{(m-1)(n-1)(p-1)} = \alpha$$

$$\frac{2m\ (n+m)(p+m)}{(1-m)(n-m)(p-m)} = \beta$$

$$\frac{2n\ (m+n)(p+n)}{(1-n)(m-n)(p-n)} = \gamma$$

$$\frac{2p\ (m+p)(n+p)}{(1-p)(m-p)(n-p)} = \delta$$

& notre équation ſe réſoudra dans cette forme :

$$\pm\frac{dz}{z} = \frac{\alpha\, d\Phi \sin\Phi}{1-\cos\Phi} + \frac{\beta\, d\Phi \sin\Phi}{m-\cos\Phi} + \frac{\gamma\, d\Phi \sin\Phi}{n-\cos\Phi} + \frac{\delta\, d\Phi \sin\Phi}{p-\cos\Phi},$$

dont l'intégrale eſt

$$\frac{z}{a} \text{ ou } \frac{a}{z} = (1-\cos\Phi)^{\alpha}(m-\cos\Phi)^{\beta}(n-\cos\Phi)^{\gamma}(p-\cos\Phi)^{\delta}.$$

VI. Solution.

On peut rendre cette ſolution encore plus générale en introduiſant l'angle multiple $\lambda\Phi$ au lieu du ſimple Φ, où λ marque un nombre impair. Car alors en prenant pour m, n, p, q, &c. des nombres quelconques, les conditions du problème ſeront auſſi remplies par cette équation :

$$\pm\frac{dz}{z}\, d\Phi \sin\lambda\Phi \cdot \frac{1}{1-\cos\lambda\Phi} \cdot \frac{m+\cos\lambda\Phi}{m-\cos\lambda\Phi} \cdot \frac{n+\cos\lambda\Phi}{n-\cos\lambda\Phi} \cdot \frac{p+\cos\lambda\Phi}{p-\cos\lambda\Phi} \cdot \frac{q+\cos\lambda\Phi}{q-\cos\lambda\Phi}.$$

Or ce produit de fractions eſt auſſi réſoluble en des fractions ſimples, dont chacune eſt un différentiel logarithmique : car en poſant v pour $\cos\lambda\Phi$, on ſait, que cette fraction :

$$\frac{1\quad (m+v)(n+v)(p+v)(q+v)}{(1-v)(m-v)(n-v)(p-v)(q-v)},$$

puisque la variable v a moins de dimenſions dans le numérateur que dans le dénominateur, eſt réſoluble en ces fractions ſimples

$$\frac{\alpha}{1-v}+\frac{\mathfrak{G}}{m-v}+\frac{\gamma}{n-v}+\frac{\delta}{p-v}+\frac{\varepsilon}{q-v},$$

dont les numérateurs ont les valeurs ſuivantes :

$$\alpha = \frac{(m+1)(n+1)(p+1)(q+1)}{(m-1)(n-1)(p-1)(q-1)}$$

$$\mathfrak{G} = \frac{2m\,(n+m)(p+m)(q+m)}{(1-m)(n-m)(p-m)(q-m)}$$

$$\gamma = \frac{2n\,(m+n)(p+n)(q+n)}{(1-n)(m-n)(p-n)(q-n)}$$

$$\delta = \frac{2p\,(m+p)(n+p)(q+p)}{(1-p)(m-p)(n-p)(q-p)}$$

$$\varepsilon = \frac{2q\,(m+q)(n+q)(p+q)}{(1-q)(m-q)(n-q)(p-q)}$$

Donc, ſi nous remettrons $\operatorname{cof}\lambda\Phi$ pour v, & que nous multiplions toutes ces fractions par $d\Phi\operatorname{ſin}\lambda\Phi$, nous aurons :

$$\pm\frac{dz}{z}=\frac{\alpha d\Phi\operatorname{ſin}\lambda\Phi}{1-\operatorname{cof}\lambda\Phi}+\frac{\mathfrak{G}d\Phi\operatorname{ſin}\lambda\Phi}{m-\operatorname{cof}\lambda\Phi}+\frac{\gamma d\Phi\operatorname{ſin}\lambda\Phi}{n-\operatorname{cof}\lambda\Phi}+\frac{\delta d\Phi\operatorname{ſin}\lambda\Phi}{p-\operatorname{cof}\lambda\Phi}+\frac{\varepsilon d\Phi\operatorname{ſin}\lambda\Phi}{q-\operatorname{cof}\lambda\Phi}$$

dont l'intégrale eſt :

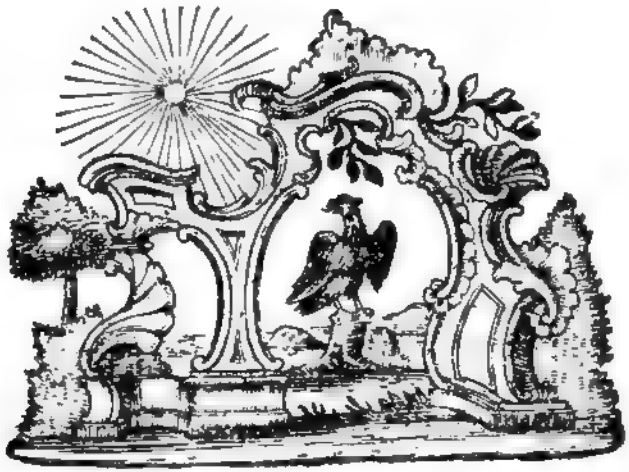
$$\frac{z}{s}\text{ ou }\frac{s}{z}=(1-\operatorname{cof}\lambda\Phi)^{\frac{\alpha}{\lambda}}(m-\operatorname{cof}\lambda\Phi)^{\frac{\mathfrak{G}}{\lambda}}(n-\operatorname{cof}\lambda\Phi)^{\frac{\gamma}{\lambda}}(p-\operatorname{cof}\lambda\Phi)^{\frac{\delta}{\lambda}}(q-\operatorname{cof}\lambda\Phi)^{\frac{\varepsilon}{\lambda}}$$

de ſorte que nous ayons une double équation algébrique, dont l'une & l'autre fournit une infinité infinie de courbes algebriques : puiſque non ſeulement les quantités m, n, p, q ſont arbitraires, mais que leur nombre peut être augmenté à volonté.

Rr.

REMARQUE.

La ſolution de ce problème, que je viens de trouver, eſt ſi générale qu'il n'y a point de doute, que toutes les ſolutions poſſibles n'y ſoient compriſes: ce qui eſt d'autant plus remarquable, que la nature du problème ſembloit d'abord promettre un petit nombre de courbes algébriques, à cauſe de la ſingularité, qu'avant que d'y arriver il faloit paſſer par une équation logarithmique. Or nous venons de voir que cette même circonſtance nous a conduit à cette incompréhenſible infinité de ſolutions algébriques, qui ſurpaſſe bien loin la multitude des ſolutions, qu'on trouve pour d'autres problèmes indéterminés de même genre, où il s'agit des ſolutions algébriques, & auxquels on peut appliquer la méthode, que j'ai donnée autrefois pour cette fin. Le problème mérite donc à cet égard toute l'attention poſſible, & il n'y a point de doute, que ſa conſidération ne conduiſe à quantité d'autres belles recherches.



RE-

RECHERCHES PHYSIQUES SUR LA DIVERSE RÉFRANGIBILITÉ DES RAYONS DE LUMIERE.

PAR M. EULER.

I.

Lorsque les rayons de lumiere paſſent d'un milieu transparent dans un autre, leur réfraction n'eſt différente, qu'entant qu'ils nous préſentent des couleurs différentes.

Cette propoſition renferme le fondement de toutes les belles découvertes, dont la Phyſique eſt redevable à l'immortel *Newton*. Ce grand Philoſophe s'eſt apperçu le premier, que les rayons du Soleil ne ſouffrent pas tous la même réfraction en paſſant d'un milieu transparent dans un autre; d'où il a conclu, que les rayons du Soleil ne ſont pas homogenes entr'eux, mais qu'il y en a de différentes eſpeces, dont les uns ſouffrent une plus grande réfraction, & les autres une plus petite. Auparavant on s'eſt imaginé, que dans le paſſage d'un milieu dans un autre la réfraction de tous les rayons étoit la même, & que ce n'étoit que la différence des milieux, qui pût cauſer quelque changement dans la réfraction. Or M. *Newton* a obſervé de plus, que les rayons du Soleil, qui différent par rapport à la réfraction, nous préſentent auſſi des couleurs différentes; & que ceux qui ſe rompent le moins en paſſant d'un milieu dans un autre, produiſent conſtamment le ſentiment de la couleur rouge, pendant que ceux

ceux qui ſouffrent la plus grande réfraction, paroiſſent violets. Les eſpeces moyennes, à meſure qu'elles approchent plus, ou de la plus petite réfraction, ou de la plus grande, offrent à nos ſens les couleurs orange, jaune, verte, & bleüe. Il s'enſuit donc de là bien évidemment, que la différence qui ſe trouve dans la réfraction des rayons du Soleil, provient de la diverſité des couleurs, qui en ſont repréſentées: & partant pour déterminer la réfraction, que les rayons ſubiſſent en paſſant d'un milieu dans un autre, il ne ſuffit pas de connoitre la qualité de ces deux milieux par rapport à la réfraction, mais il faut outre cela faire attention à l'eſpece des rayons, ou à la couleur qu'ils préſentent. C'eſt donc la diverſité des couleurs qui cauſe une différence dans la réfraction, les deux milieux demeurant les mêmes.

II.

Les rayons de lumiere étant excités dans les milieux transparens par un mouvement de vibration, le nombre de ces vibrations renduës dans un tems donné, ſelon qu'il eſt plus grand, ou plus petit, produit le ſentiment des couleurs différentes.

Ceux qui ſoutiennent, que les rayons ſont des émanations réelles, dardées des corps lumineux, cherchent la diverſité des couleurs dans la différente groſſeur des particules, qui en ſont lancées. Mais ce ſentiment étant aſſujetti à des difficultés inſurmontables, on eſt réduit à reconnoitre, que la lumiere eſt produite de la même maniere que le ſon, par un mouvement de vibration excité dans les milieux transparens. Dans un tel mouvement on trouve trois choſes à diſtinguer; la premiére eſt la force dont ces vibrations ſont excitées, laquelle étant plus ou moins grande, la ſenſation ſera plus ou moins vive: & on ne ſauroit dire que la diverſité des couleurs en dépend, vu que la même couleur peut être exprimée plus ou moins fortement. La ſeconde choſe à remarquer dans les rayons eſt la viteſſe, dont les vibrations ſont transportées d'un lieu à un autre; on ſait que cette

viteſſe eſt presque incompréhenſible, venant du Soleil jusqu'à nous dans l'eſpace d'environ 8 minutes: or on ne ſauroit ſoutenir non plus, que les rayons de différentes couleurs euſſent des viteſſes différentes: puisqu'on ſait qu'un rayon conſerve toujours la même couleur, par quelque milieu qu'il paſſe, quoique ſa viteſſe y ſoit conſidérablement changée. La troiſième choſe regarde la fréquence des vibrations, ou le nombre qui eſt produit dans un tems donné: on voit bien que c'eſt une qualité inaltérable dans les rayons, & qui ne ſauroit être changée, ni par la réflexion, ni par la réfraction, puisqu'elle dépend uniquement de la premiere production dans le corps lumineux. Car, ſuppoſons que les particules de ce corps rendent 1000 vibrations dans une ſeconde, qui ſoient enſuite communiquées & transportées par des milieux quelconques, & à quelqu'endroit qu'on en reçoive l'impreſſion, on ſentira toujours 1000 vibrations dans une ſeconde. Il faut donc que la diverſité des couleurs conſiſte dans la différente fréquence des vibrations, de ſorte que le caractère de chaque couleur conſiſte dans un nombre déterminé de vibrations renduës dans un tems donné.

III.

Les nombres des vibrations renduës en même tems, qui conviennent aux rayons extrêmes du Soleil, c'eſt à dire, aux rouges & aux violets, différent moins entr'eux que ſelon la raiſon double, ou ſi le plus petit de ces deux nombres eſt $= n$, *le plus grand eſt moindre que* $2n$.

La reſſemblance, ou presque l'identité des ſons, qui différent entr'eux d'une octave, confirme cette propoſition, & il eſt très vraiſemblable, que deux rayons, dont la fréquence des vibrations de l'un eſt le double de celle de l'autre, produiſent à peu près le même effet, & excitent en nous le ſentiment de la même couleur: & nous ne jugeons les couleurs différentes, qu'entant que les nombres de vibrations renduës en tems égaux différent de la raiſon double. Donc, puisque nous ne remarquons point parmi les différens rayons du Soleil

des

des couleurs ſemblables, quoique d'une extrémité à l'autre toutes les fréquences intermédiaires ſe rencontrent; ſi nous poſons n pour le nombre des vibrations renduës dans un certain tems, qui convient aux rayons ſolaires, dont la fréquence eſt la plus petite, les nombres qui conviennent aux autres rayons ſeront tous moindres que $2n$. Or ce que je viens d'avancer devient encore plus évident par les expériences des lames transparentes fort minces, où l'on découvre quelques périodes de toutes les couleurs ſolaires. Où la lame eſt le plus mince, vers l'endroit où elle devient plus épaiſſe, on découvre les couleurs violette, bleüe, verte, jaune, orange, rouge; enſuite encore les mêmes couleurs dans le même ordre, qui ſe preſente après encore pour la troiſième & quatrième fois, quoique ces couleurs deviennent de plus en plus foibles, & enfin imperceptibles. De là il eſt très raiſonnable de conclure, que la même couleur revient toutes les fois, que les nombres de vibrations tombent dans la progreſſion geométrique double; & que les nombres qui tombent entre les termes de cette progreſſion répondent à des couleurs différentes. Or dans ces ſuites de couleurs le rouge eſt immédiatement ſuivi d'un ſecond violet, dont la fréquence par conſéquent eſt à la fréquence du premier violet en raiſon double: il faut donc que les fréquences du premier violet, & du premier rouge ſoient plus approchantes entr'elles qu'en raiſon double; & on voit auſſi que leur rapport ne s'écarte pas beaucoup de la raiſon double, puiſque le ſecond violet eſt auſſi près du rouge, que celui-cy l'eſt du jaune qui le précede.

IV.

Or quoiqu'il ſoit certain, que les nombres de vibrations renduës en même tems, qui conviennent aux rayons rouges & violets du Soleil, ſoient inégaux entr'eux; il eſt encore douteux, lequel de ces deux nombres eſt le plus grand, ou le plus petit.

Soit ϱ le nombre de vibrations renduës dans une ſeconde, dont les rayons rouges du Soleil ſont agités, & σ celui qui convient aux

rayons violets, & nous venons de voir, qu'il y a, ou $\varrho < 2v$, ou $v < 2\varrho$; mais il eſt encore douteux s'il y a $\varrho < v$, ou $\varrho > v$. Or, puisqu'on peut comparer les diverſes couleurs aux ſons aigus & graves, il eſt incertain, laquelle de ces deux couleurs extrêmes répond aux ſons graves ou aigus. Puisque les rayons rouges ſouffrent une moindre réfraction que les violets, il ſemble d'abord probable, que les rayons rouges renferment une plus grande fréquence de vibrations; car on ne ſauroit presque comprendre, comment une moindre fréquence pourroit diminuer la réfraction. Mais ſi nous conſidérons, que dans les lames minces, la couleur rouge paroit ſur une plus grande épaiſſeur que la violette du même ordre, il ſemble qu'on en doive conclure le contraire, vu qu'une corde plus groſſe acheve moins de vibrations en même tems qu'une plus mince. Cependant la comparaiſon d'une lame mince avec des cordes plus ou moins épaiſſes à l'égard du mouvement de vibration ne paroit pas trop juſte; il la faudroit plutôt comparer à une lame métallique fort étenduë, qui ne feroit pas également épaiſſe par-tout, & voir quels ſeroient les ſons qu'elle rendroit, étant frappée doucement en divers endroits: car, pour rendre le cas ſemblable, il faut frapper cette lame fort doucement, afin qu'elle n'en ſoit ébranlée qu'en un petit endroit; & alors on remarquera que les ſons ſeront différens, ſelon que la lame ſera plus ou moins mince à l'endroit, où l'on la frappe. Or, ſi l'on ſe peut fier à quelques expériences groſſières, on ne ſauroit douter, qu'une telle lame ne rendit un ſon plus aigu, étant frappée là où ſon épaiſſeur eſt plus grande; d'où l'on peut conclure, que la lame mince transparente rend des vibrations plus fréquentes là, où elle eſt moins mince. Par cette raiſon on pourra bien ſoutenir, que le nombre ϱ eſt plus grand que v, comme la premiere raiſon ſembloit le prouver: mais les réflexions ſuivantes confirmeront encore davantage ce ſentiment, avec leſquelles le ſentiment oppoſé ne ſauroit ſubſiſter en aucune maniere.

V.

Si dans le paſſage des rayons ſolaires d'un milieu tranſparent A *dans un autre* B, *la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt pour les rayons rouges comme* r *à* 1, *& pour les rayons violets comme* v *à* 1, *le nombre* v, *eſt toujours une certaine puiſſance du nombre* r, *dont l'expoſant eſt environ* $1\frac{4}{133}$.

Il eſt certain que, quelque différens que ſoient les deux milieux A & B, le nombre v eſt une certaine fonction du nombre r, qui en ſera déterminée toujours de la même maniere. Je dis donc que cette fonction eſt une puiſſance, dont l'expoſant eſt conſtant & environ $= 1\frac{4}{133}$, de ſorte que ſi nous poſons $\mu = 1\frac{4}{133}$, il y ait $v = r^{\mu}$. Et partant, quoique les deux nombres r & v différent ſelon la diverſité des deux milieux A & B, la raiſon de leurs logarithmes, ou la fraction $\frac{lv}{lr}$, obtient toujours une valeur conſtante $= \mu = 1\frac{4}{133}$. C'eſt ſur ce principe que j'avois fondé la méthode de perfectionner en ſorte les verres objectifs, que la diverſe réfrangibilité des rayons n'y cauſe plus de confuſion; & lorsqu'on m'eut objecté, que ce n'étoit pas la fraction $\frac{lv}{lr}$, mais plutôt celle-cy $\frac{v-1}{r-1}$, dont la valeur demeuroit conſtante, j'ai démontré que ce dernier ſentiment impliquoit une contradiction ouverte, & qu'aucune autre rélation entre les nombres r & v que $v = r^{\mu}$, ou $\frac{lv}{lr} = \mu = 1\frac{4}{133}$ ne ſauroit ſubſiſter avec la vérité. Donc, puiſque $v > r$, tandis que ſelon les raiſons alléguées on peut ſuppoſer $\sigma < \varrho$, il s'enſuit que, plus la fréquence de vibrations, qui convient à un rayon, eſt petite, & plus ſera grande la réfraction. Or nous avons

vu que $\varkappa > \frac{1}{2}\varrho$, mais qu'il approche fort de $\frac{1}{2}\varrho$; donc, s'il étoit $\varkappa = \frac{1}{2}\varrho$, auquel cas réſulteroit le rouge du ſecond ordre, l'expoſant μ de l'équation $v = r^{\mu}$ deviendroit plus grand que $1\frac{3}{4}\frac{1}{3}$; & partant il ſeroit environ, ou $\frac{8}{7}$, ou $\frac{7}{6}$. Donc, ſi pour la couleur rouge du ſecond ordre, qui ne ſe trouve plus dans les rayons du Soleil, on met ϱ' pour la fréquence des vibrations & $r' : 1$ pour la raiſon de réfraction, on aura $\varrho' = \frac{1}{2}\varrho$, & $\frac{lr'}{lr} = \frac{7}{6}$ à peu près. Mais de là on ne ſauroit encore conclure, comment la réfraction ſe tiendra pour les rouges du troiſième ordre & des ſuivans, ce que la ſuite nous fera connoitre.

VI.

Quelle que ſoit la réfraction, lorsque les rayons paſſent du milieu A *dans le milieu* B, *le ſinus d'incidence eſt toujours au ſinus de réfraction, comme la viteſſe dont les rayons traverſent le milieu* A, *eſt à celle dont ils traverſent le milieu* B.

Les rayons de chaque eſpece, qui ſont transmis par un milieu transparent homogène, s'y meuvent avec une certaine viteſſe, qui dépend tant de la qualité du milieu, que de la nature ou fréquence des rayons, comme je le prouverai tout à l'heure plus amplement: & tant qu'un rayon ſe meut dans le même milieu, ſon mouvement eſt uniforme, & ſa viteſſe aura un certain rapport à celle dont les rayons traverſent l'éther. Dans un même milieu le mouvement des rayons ſe fait ſuivant des lignes droites, & leur direction ne change qu'entant que la viteſſe eſt variée, ce qui arrive lorsque les rayons paſſent d'un milieu dans un autre, où leur viteſſe eſt changée. Or ce changement de direction, ou la réfraction, dépend auſſi de l'obliquité, ſous laquelle les rayons entrent dans l'autre milieu, ou de l'angle que leur direction fait avec la perpendiculaire ſur la ſurface qui ſépare les deux milieux, de ſorte que ſous toutes les différentes obliquités la raiſon

ſon des ſinus des angles, que tant le rayon incident que le rompu font avec ladite perpendiculaire, demeure toujours la même. Soit donc, $m : n$ cette raiſon, qu'un rayon en paſſant du milieu A dans le milieu B obſerve dans ſa réfraction, & je dis que cette même raiſon eſt celle des viteſſes du rayon dans les milieux A & B. C'eſt par ce principe qu'on explique le plus naturellement la réfraction, comme je l'ai fait voir dans mon *Mémoire ſur la Théorie de la lumiere & des couleurs*. Ainſi, puisque les rayons rouges ſolaires, en entrant de l'air dans le verre, ſont rompus ſelon la raiſon de 77 à 50, il en faut conclure que la viteſſe dont ces rayons traverſent l'air, eſt à celle dont ils traverſent le verre, comme 77 à 50: & puisque les rayons violets ſolaires ſont rompus dans le même paſſage ſelon la raiſon 78 à 50, la viteſſe de ces rayons dans l'air ſera à celle dans le verre comme 78 à 50. Par conſéquent les rayons rouges & violets ſe meuvent avec des viteſſes inégales, ou dans l'air, ou dans le verre, ou dans tous les deux: & c'eſt qu'il faut examiner plus ſoigneuſement.

VII.

La viteſſe, dont chaque rayon ſe meut par un milieu transparent homogène, dépend non ſeulement de la nature du milieu, mais auſſi de la fréquence des vibrations, qui forment le rayon.

Ayant vu que, dans le paſſage des mêmes milieux, la réfraction varie un peu dans les rayons de différentes eſpeces, il faut que la viteſſe, dont les rayons traverſent le même milieu, différe un peu ſelon la nature des rayons. La viteſſe d'un rayon ne dépend donc pas uniquement de la nature du milieu, c'eſt à dire, de la facilité, ou difficulté, dont les rayons ſont transmis; mais la nature du rayon même, ou la fréquence des vibrations, y influe auſſi pour quelque part; quoique cette altération ſoit fort petite par rapport à celle qui provient de la diverſité des milieux. Selon la maniere dont on enviſage ordinairement la transmiſſion de la lumiere par un milieu transparent, il ſemble que la viteſſe devroit dépendre uniquement de la denſité & élas-

élaſticité du milieu, de même qu'on croit que tous les ſons, tant aigus que graves, ſe transmettent par l'air avec la même rapidité. Cependant il ne paroit pas peu probable, que la pourſuite des vibrations ſuivantes puiſſe accélérer tant ſoit peu la viteſſe des vibrations précedentes, de ſorte que, plus la fréquence des vibrations eſt grande, & plus auſſi la viteſſe par le même milieu en ſera accélérée. Ce ſentiment ſe confirme par ce, qu'on trouve par la théorie une moindre viteſſe pour la propagation du ſon par l'air, qu'on n'en obſerve actuellement, de ſorte qu'il ſemble que ce ſurcroit de viteſſe vient uniquement de la pourſuite ſucceſſive des vibrations. Or, quelle qu'en ſoit la cauſe, le phénomene étant ſuffiſamment conſtaté, on ne ſauroit plus douter, que la ſucceſſion des vibrations ne ſoit capable d'augmenter un peu la viteſſe; & partant il faut bien diſtinguer la viteſſe, dont une ſuite de vibrations ſucceſſives eſt transmiſe par un milieu, de la viteſſe dont un ſeul battement ſeroit transporté par ce même milieu; celle-là étant plus grande que celle-cy. Or il eſt évident que la viteſſe d'un ſeul battement dépend uniquement de la nature du milieu, à la place de laquelle il ſera donc permis de ſubſtituer la viteſſe d'un battement ſolitaire, entant que la nature du milieu entre dans la détermination de la viteſſe des rayons.

VIII.

Si l'on poſe a *pour la viteſſe, dont un battement ſolitaire ſeroit transporté par un milieu transparent* A, *& que pour un rayon propoſé le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde ſoit* $= n$, *la viteſſe dont ce rayon ſera transmis par le milieu* A *doit être regardée comme une certaine fonction des deux quantités* a *&* n.

Nous ſavons bien que la viteſſe du rayon propoſé par le milieu A dépend, d'un côté de la nature du milieu, ou ce qui revient au même, de la viteſſe dont un battement ſolitaire ſeroit transmis par ce même milieu, & d'un autre côté de la fréquence des vibrations qui conſti-

ſtituent la nature du rayon, ou du nombre n: mais nous ne ſavons pas encore de quelle maniere ces deux quantités a & n concourent à produire l'expreſſion, qui marque la véritable viteſſe du rayon. Elle ſera donc une certaine fonction de a & n, que j'indiquerai par $f:(a,n)$, dont la compoſition nous eſt encore inconnuë. Cependant nous connoiſſons déjà quelques propriétés de cette fonction, dont la premiere eſt, que lorsque n évanouït, la valeur de la fonction doit devenir $= a$, puisqu'alors la fréquence des vibrations étant réduite à rien, la viteſſe doit être la même, que ſi un battement ſolitaire ſeroit transmis. Enſuite il eſt auſſi certain que, plus le nombre n ſera grand, plus auſſi doit devenir grande la fonction $f:(a,n)$; puisqu'il n'eſt pas vraiſemblable, qu'une plus grande fréquence, ou les vibrations ſuivantes ſauroient diminuer la viteſſe: il ſemble plutôt très raiſonnable, que ſi les vibrations ſuivantes ſont capables d'altérer la viteſſe des précédentes, cette altération doit conſiſter dans une accélération. Enfin il n'y a aucun doute, que la fréquence n demeurant la même, la viteſſe du rayon, ou la fonction $f:(a,n)$, ne ſoit d'autant plus grande, plus la viteſſe d'un battement ſolitaire a ſera grande. Or je prends ici a pour une quantité proportionnelle à la viteſſe d'un ſeul battement, ſans me mettre encore en peine de la détermination abſoluë, ou de l'unité à laquelle on la doit rapporter: mais pour en avoir la valeur abſoluë, on n'a qu'à concevoir un tel milieu, par lequel la viteſſe d'un battement ſolitaire ſeroit exprimé par l'unité, & nous verrons dans la ſuite, que l'éther même doit être pris pour ce milieu.

IX.

Qu'on conçoive deux milieux transparens A *&* B, *par leſquels les viteſſes d'un battement ſolitaire ſoient* a *&* b, *& que la fréquence d'un rayon, ou le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde ſoit* $=$ n: *& lorsque ce rayon paſſe du milieu* A *dans le milieu* B, *le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction comme* $f:(a,n)$ *à* $f:(b,n)$.

La viteſſe du rayon, dont nous ſuppoſons le nombre de vibrations renduës par ſeconde $= n$, eſt dans le milieu A $= f:(a,n)$, & dans le milieu B $= f:(b,n)$; la lettre f étant la marque d'une certaine fonction, dont la compoſition eſt la même dans l'une & l'autre formule. Or nous avons vu, que dans le paſſage d'un rayon par ces deux milieux la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction eſt la même que celle des viteſſes, & partant cette raiſon ſera comme $f:(a,n)$ à $f:(b,n)$. Quoique le raiſonnement, qui m'a conduit à cette propoſition, ſoit en partie fondé ſur la théorie, on en peut entièrement écarter cette conſidération, ſans avoir égard, ni aux viteſſes d'un battement ſolitaire par les deux milieux, ni à la fréquence des vibrations, qui conſtituent le rayon. On dira alors que les lettres a & b marquent des quantités appartenantes uniquement aux milieux A & B, & la lettre n une quantité, qui répond à la nature du rayon; de ſorte que chaque milieu A a une quantité a qui lui eſt propre, & chaque eſpece de rayons une quantité n qui lui eſt propre; ſans déterminer que la premiere marque la viteſſe d'un battement ſolitaire, & la ſeconde la fréquence. Enſuite, ayant trouvé par l'expérience, que la réfraction varie non ſeulement par rapport à la diverſité des milieux, mais auſſi par rapport aux diverſes eſpeces des rayons; il eſt certain que le ſinus d'incidence ſera à celui de réfraction, comme une certaine fonction des quantités a & n, à une ſemblable fonction des quantités b & n, c'eſt à dire comme $f:(a,n)$ à $f:(b,n)$. Voyons donc ſi l'expérience eſt ſuffiſante pour nous conduire à la connoiſſance de la compoſition, dont ces fonctions ſont formées.

X.

Si ϱ *marque la fréquence des rayons rouges ſolaires, &* ϖ *celle des rayons violets, ou bien le nombre des vibrations renduës par ſeconde, & quel que ſoit le milieu, dans lequel ces rayons ſe meuvent, le logarithme de la viteſſe des rayons rouges ſera au logarithme de la viteſſe des rayons violets toujours en raiſon conſtante, comme* 133 *à* 137.

Con-

Conſidérons deux milieux A & B, que les rayons traverſent; & que a ſoit la viteſſe d'un battement ſolitaire par le milieu A, & b celle par le milieu B. De là la viteſſe des rayons rouges par le milieu A ſera $= f:(a,\varrho)$ & par le milieu B $= f:(b,\varrho)$; mais la viteſſe des rayons violets par le milieu A $= f:(a,\upsilon)$ & par le milieu B $= f:(b,\upsilon)$. Donc, dans le paſſage du milieu A dans le milieu B, le ſinus d'incidence ſera à celui de réfraction

pour les rayons rouges comme $f:(a,\varrho)$ à $f:(b,\varrho)$
pour les violets - - comme $f:(a,\upsilon)$ à $f:(b,\upsilon)$

Rapportons ici ce qui eſt dit dans l'article V, & nous aurons:

$$r = \frac{f:(a,\varrho)}{f:(b,\varrho)} \qquad \& \qquad v = \frac{f:(a,\upsilon)}{f:(b,\upsilon)},$$

or nous avons démontré cette propriété $\frac{lv}{lr} = \frac{133}{137}$, d'où il s'enſuit:

$$\frac{lf:(a,\upsilon) - lf:(b,\upsilon)}{lf:(a,\varrho) - lf:(b,\varrho)} = \frac{133}{137},$$

& cette égalité doit ſubſiſter, quelques valeurs que puiſſent avoir les quantités a & b; d'où il faut qu'il ſoit ſéparément

$$\frac{lf:(a,\upsilon)}{lf:(a,\varrho)} = \frac{133}{137} \qquad \& \qquad \frac{lf:(b,\upsilon)}{lf:(b,\varrho)} = \frac{133}{137}.$$

Donc le logarithme de la viteſſe des rayons rouges par un milieu quelconque eſt au logarithme de la viteſſe des rayons violets par le même milieu, comme 133 à 137; ce qui n'eſt pas contraire à ce que j'ai dit, que la viteſſe des rayons rouges étoit plus grande que celle des violets, quoique le logarithme de celle-là ſoit plus petit que le logarithme de celle-cy: puiſqu'on ſait que les logarithmes des nombres moindres que l'unité, ſont d'autant plus grands, plus les nombres ſont petits.

XI.

Si un rayon, dont le nombre de vibrations renduës par ſeconde eſt $= n$, *ſe meut dans un milieu* A, *où la viteſſe d'un battement ſoli-*

taire ſeroit $= \mathfrak{a}$, *la fonction* $\mathfrak{f}:(\mathfrak{a},\mathfrak{n})$, *qui exprime la viteſſe de ce rayon dans ce milieu, aura une telle forme, que ſon logarithme ſera le produit d'une fonction de* $\mathfrak{a}$ *par une fonction de* $\mathfrak{n}$.

Puiſque nous venons de voir, qu'il y a $\frac{lf:(a,\mathfrak{v})}{lf:(a,\varrho)} = \frac{143}{133}$, & que cette égalité doit toujours ſubſiſter, de quelque denſité que puiſſe être le milieu A, ou la quantité a qui en dépend; il eſt évident que dans les expreſſions $lf:(a,\mathfrak{v})$ & $lf:(a,\varrho)$ les termes, qui renferment la quantité a, doivent être détruits par la diviſion, de ſorte que le quotient ne contienne plus que les nombres $\mathfrak{v}$ & ϱ. Or cela ne ſauroit arriver, à moins que $lf:(a,\mathfrak{v})$ ne fut un produit d'une fonction de a, qui ſoit $\pi:a$, & d'une fonction de $\mathfrak{v}$ qui ſoit $\Phi:\mathfrak{v}$; de ſorte que nous ayons:

$$lf:(a,\mathfrak{v}) = \pi:a\,.\,\Phi:\mathfrak{v} \quad \& \quad lf:(a,\varrho) = \pi:a\,.\,\Phi:\varrho,$$

où π & Φ ſont les marques de certaines fonctions, dont la compoſition eſt encore inconnuë. Donc, en général ſi un rayon, dont le nombre de vibrations renduës par ſeconde eſt $= n$, ſe meut dans un milieu A, où la viteſſe d'un battement ſolitaire ſeroit $= a$, la viteſſe de ce rayon, ou la fonction $f:(a,n)$, ſera toujours exprimée en ſorte qu'il y ait:

$$lf:(a,n) = \pi:a:\Phi:n,$$

& partant en prenant e pour le nombre, dont le logarithme hyperbolique eſt $= 1$, cette viteſſe même ſera exprimée en ſorte

$$f:(a,n) = e^{\pi:a\,.\,\Phi:n}.$$

Ayant donc tant pour les rayons rouges que pour les violets

$$lf:(a,\mathfrak{v}) = \pi:a\,.\,\Phi:\mathfrak{v} \quad \& \quad lf:(a,\varrho) = \pi:a\,.\,\Phi:\varrho,$$

entre les fonctions de $\mathfrak{v}$ & de ϱ cette proportion aura toujours lieu, qu'il y ait $\frac{\Phi:\mathfrak{v}}{\Phi:\varrho} = \frac{143}{133}$. Par conſéquent ſi $\varrho > \mathfrak{v}$, comme nous

avons

avons lieu de ſoupçonner, les fonctions $\Phi : \varrho$ & $\Phi : \varpi$ ſont telles que $\Phi : \varrho < \Phi : \varpi$; de ſorte qu'en général la fonction $\Phi : n$ croît ou décroît, pendant que le nombre n diminuë ou augmente.

XII.

Etant parvenu à cette formule $e^{\pi a . \Phi n}$ *pour exprimer la viteſſe d'un rayon, dont le nombre des vibrations renduës par ſeconde eſt* $= n$, *dans un milieu, où un battement ſolitaire auroit la viteſſe* $= a$, *je dis que la fonction* $\pi : a$ *eſt* $= la$, *& que* $\Phi : n$ *eſt une telle fonction de* n, *qui devient égale à l'unité, lorſque le nombre* n *eſt pris fort petit.*

La viteſſe du rayon propoſé ayant été trouvée $= e^{\pi : a . \Phi : n}$ j'ai déjà remarqué, que ſi la fréquence ou le nombre n évanouïſſoit, ou qu'il devint ſeulement très petit, la viteſſe devroit ſe réduire à celle d'un battement ſolitaire, qui eſt ſuppoſée $= a$. Dans ce cas donc où le nombre n eſt très petit, ou évanouïſſant, il faut qu'il devienne $e^{\pi : a . \Phi : n} = a$, ou $\pi : a . \Phi : n = la$.

Or ſuppoſant n évanouïſſant, ou très petit, la fonction $\Phi : n$ obtiendra une valeur conſtante, laquelle peut être ſuppoſée $= 1$, puiſqu'il ne s'agit que de la proportionalité ; poſons donc

$$\Phi : n = 1 + F : n,$$

où $F : n$ ſoit une telle fonction de n, qui évanouïſſe, lorſque le nombre n eſt pris égal à zero ; auquel cas nous aurons par conſéquent $\pi : a = la$. Donc ſi un rayon, dont le nombre de vibrations renduës dans une ſeconde eſt $= n$, ſe meut dans un milieu, où un battement ſolitaire auroit la viteſſe $= a$, ſa viteſſe ſera exprimée en ſorte :

$$e^{la . (1 + F : n)} = a^{1 + F : n},$$

& partant la compoſition de cette fonction, que nous avons d'abord marquée par $f : (a, n)$, nous eſt déjà presque entièrement connuë,

il ne reſte plus qu'à ſavoir quelle fonction de n eſt marquée par $F:n$. Or nous ſavons auſſi, que ſi nous mettons pour n les nombres ϱ & σ qui conviennent aux rayons rouges & violets du Soleil, il faut qu'il ſoit

$$\frac{1+F:\sigma}{1+F:\varrho} = \frac{133}{133}, \quad \text{ou} \quad 133\,F:\sigma - 137\,F:\varrho = 4,$$

& partant $1+F:\sigma$ ſera plus grand que $1+F:\varrho$, quoiqu'il ſoit vraiſemblablement σ moindre que ϱ.

XIII.

Lorsque l'éther eſt le milieu transparent, par lequel les rayons ſe meuvent, la viteſſe qui y conviendroit à un battement ſolitaire ſera exprimée par l'unité: & tous les rayons, de quelque eſpece qu'ils ſoient, ſont transmis par l'éther avec la même viteſſe.

La lettre a n'a marqué juſqu'ici qu'une quantité proportionnelle à la viteſſe, dont un battement ſolitaire ſeroit transmis par le milieu A; mais après les réductions, que la conſidération des expériences nous a fournies, la lettre a exprime un nombre qui ſe rapporte à une certaine unité; & on peut concevoir un milieu, ſoit qu'il exiſte ou non, où la viteſſe d'un battement ſolitaire ſeroit exprimée par l'unité. Ce milieu, auquel répond $a = 1$, aura donc cette propriété remarquable, que tous les rayons, quelque différens qu'ils ſoient, le traverſent avec la même viteſſe: pendant que par tous les autres milieux la viteſſe des rayons ſe trouve altérée par la diverſité de leur eſpece, ou fréquence. Nous voyons donc que, nonobſtant le principe général, que la viteſſe des rayons dépend non ſeulement de la nature du milieu, mais auſſi de leur propre eſpece; on doit accorder la poſſibilité d'un tel milieu transparent, où la diverſité des rayons ne change rien dans leur viteſſe; & on a lieu de ſoutenir que l'éther eſt ce même milieu. Car, ſi pour l'éther la valeur de a n'étoit pas $= 1$, les différens rayons ſeroient transmis avec des viteſſes inégales, & la moindre inégalité devroit produire cet effet, que dans une Eclipſe totale de

So-

Soleil, tant les derniers rayons qui précedent l'obſcuration totale, que les premiers, qui la ſuivent, ſeroient colorés, & le même phènomene ſe devroit appercevoir dans les Eclipſes des Satellites de Jupiter. Or, quelques peines que les Aſtronomes ſe ſoient données pour examiner cette conſéquence, ils n'ont pu découvrir le moindre changement dans la couleur des rayons; d'où il faut abſolument conclure, que tous les rayons ſe meuvent dans l'éther avec la même viteſſe, laquelle doit être priſe dans notre formule pour l'unité. Donc, ſi pour tout autre milieu le nombre *a* exprime la viteſſe d'un ſeul battement, il faut concevoir, que cette viteſſe eſt à celle dont tous les rayons ſe meuvent dans l'éther, comme *a* eſt à 1; ce qui nous fournit pour chaque milieu une valeur déterminée pour le nombre *a*.

XIV.

Pour tous les autres milieux la quantité a, *qui leur répond, eſt moindre que l'unité, ou la viteſſe d'un battement ſolitaire par ces milieux eſt moindre que la viteſſe, dont les rayons traverſent l'éther.*

Cela eſt clair de ce, que les rayons qui paſſent de l'éther dans un autre milieu transparent quelconque A, ſont rompus vers la perpendiculaire, de ſorte que le ſinus d'incidence eſt plus grand que le ſinus de réfraction. Donc, cette raiſon étant la même que celle de la viteſſe des rayons dans l'éther à leur viteſſe dans ce milieu A, il s'enſuit que la viteſſe de chaque rayon dans l'éther, qui eſt exprimée ici par l'unité, eſt plus grande que leur viteſſe dans le milieu A; ce qui eſt auſſi très naturel, vu que les rayons ſouffrent dans un tel milieu quelque obſtacle, qui en doit diminuer la viteſſe, & on tient que plus un milieu eſt denſe, ſelon la denſité optique, & plus la viteſſe de la lumiere y eſt retardée. Ainſi la viteſſe des rayons dans l'air eſt tant ſoit peu plus petite que dans l'éther ou dans le vuide, & cela à peu près dans la raiſon de 3400 à 3401, comme on peut conclure de la réfraction du vuide dans l'air. Dans l'eau la viteſſe des rayons eſt encore moindre, & elle diminuë d'avantage dans l'eſprit de vin, le ver-

re,

re, & le diamant, où elle eſt apparemment la plus petite. Soit donc a la viteſſe d'un battement ſolitaire dans le milieu A, & la viteſſe d'un rayon quelconque ſera encore plus grande ; celle-cy étant donc plus grande que a, à plus forte raiſon en doit-on conclure que $a < 1$. Soit de plus n le nombre de vibrations renduës par ſeconde, qui convient au rayon, & ſa viteſſe dans le milieu A ſera $= a^{1 + F:n}$: donc il faut qu'il ſoit $a^{1+F:n} > a$, ou $a^{F:n} > 1$. Or puiſque $a < 1$, une puiſſance de a ne ſauroit être plus grande que l'unité, à moins que ſon expoſant ne ſoit un nombre négatif. De là nous tirons donc cette concluſion, que la valeur de la fonction $F:n$ eſt négative : mais il faut auſſi que cette fonction évanouïſſe lorsqu'on met $n = 0$. Et partant la plus ſimple forme, que cette fonction pourroit avoir eſt $F:n = -\alpha n$, ou plus généralement on pourroit mettre $F:n = -\alpha n^{\lambda} - \beta n^{\mu}$ &c.

XV.

De là il s'enſuit que les rayons rouges ſolaires conſiſtent en un plus grand nombre de vibrations renduës dans une ſeconde, que les violets, & partant, ſi nous comparons les rayons rouges à un certain ſon, les violets répondront à un ſon plus grave, & cela presque d'une octave.

J'ai déjà allégué des raiſons, pourquoi la fréquence dans les rayons rouges du Soleil paroit plus grande que dans les violets, & je pourrois ajouter que le grand *Newton* étoit du même ſentiment, ayant comparé la couleur rouge au plus haut ton d'une octave, & la violette au plus bas. Mais à préſent ce même ſentiment ſe trouve confirmé indubitablement par la formule, que je viens de découvrir. Car, ſoit ϱ la fréquence des vibrations pour les rayons rouges, & υ pour les violets, & ayant trouvé $\frac{1+F:\upsilon}{1+F:\varrho} = \frac{133}{132}$, il eſt évident que $F:\upsilon > F:\varrho$. Or ces fonctions ſont des quantités négatives, comme nous

nous venons de voir: donc poſant $F:\upsilon = -\alpha\upsilon$ & $F:\varrho = -\alpha\varrho$, ou plus généralement $F:\upsilon = -\alpha\upsilon^{\lambda}$ & $F:\varrho = -\alpha\varrho^{\lambda}$, nous aurons $-\alpha\upsilon^{\lambda} > -\alpha\varrho^{\lambda}$, par conſéquent $\varrho^{\lambda} > \upsilon^{\lambda}$, ou $\varrho > \upsilon$; & la même concluſion ſe trouveroit, ſi l'on prenoit pour ces fonctions des expreſſions plus générales, mais qui fuſſent négatives & évanouïſſantes aux cas $\varrho = 0$, $\upsilon = 0$. Il eſt donc à préſent hors de doute que $\varrho > \upsilon$, ou que les rayons rouges du Soleil contiennent un plus grand nombre de vibrations renduës par ſeconde que les violets. Cependant je ne voudrois pas égaler l'intervalle de ces deux couleurs à celui d'une octave, & mettre $\varrho = 2\upsilon$, comme *Newton* l'a fait; puiſque ces deux couleurs ſont trop différentes, pour qu'on les pût comparer à deux ſons, qui différent d'une octave. Auſſi les expériences faites ſur les lames minces, qui préſentent à la fois une plus longe ſuite de couleurs, offrent après la couleur violette immédiatement une rouge, qu'on a droit de prendre pour l'octave de la premiere rouge. On pourra donc comparer la différence entre le rouge & le violet à peu près avec une ſeptième dans la Muſique, d'où l'on auroit $\varrho:\upsilon = 16:9$, ou $\upsilon = \frac{9}{16}\varrho$; & ſi la fréquence d'un rayon eſt exprimée par $\frac{1}{2}\varrho$, ou $\frac{1}{4}\varrho$, ou $\frac{1}{8}\varrho$, &c. il excitera dans nous le ſens d'un rouge du ſecond, ou troiſième, ou quatrième ordre.

XVI.

Il ne reſte donc dans la Théorie des rayons & de leur mouvemens par différens milieux transparens, qu'à connoitre la nature de la fonction $F:n$ *plus particulièrement, & alors on ſera en état d'aſſigner la viteſſe de chaque rayon par tous les milieux transparens.*

Tout ce que nous avons déterminé jusqu'ici, eſt néceſſairement vray, & fondé ſur des principes ou des expériences inconteſtables; car quoique j'y aye mêlé des idées de ma Théorie de la Lumiere, qui pourroit encore paroitre douteuſe à quelques uns, on en peut entiè-

rement écarter ces idées, & ſe tenir uniquement aux élémens marqués par les lettres a & n, dont celui-là appartient au milieu, & celle-cy à la nature du rayon. Ainſi lorsqu'un rayon, dont la nature ſoit exprimée par la lettre n, paſſe d'un milieu A dans un milieu B, & que la qualité de celui-là ſoit marquée par a, & de celui-cy par b, il eſt certain, que le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction comme

$$a^{1+\mathrm{F}:n} \text{ à } b^{1+\mathrm{F}:n}$$

& nous ſavons de plus, que a & b ſont des nombres moindres que l'unité pour tous les milieux transparens, à l'exception de l'éther, auquel répond l'unité même. Mais les conſidérations tirées de la théorie fixent mieux nos idées, ſans y porter les doutes, auxquels cette théorie pourroit encore être aſſujettie; & rien n'empêche que nous ne puiſſions regarder les quantités a & b comme les viteſſes d'un battement ſolitaire par les milieux A & B, & n comme le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde, qui conſtituent le rayon propoſé. Or nous ſavons de plus que la fonction $\mathrm{F}:n$ doit toujours avoir une valeur négative, & évanouïr au cas qu'on met $n = 0$. La plus ſimple valeur, & qui peut-être convient le mieux avec la ſimplicité de la nature, ſera donc $\mathrm{F}:n = -\alpha n$. Cependant on pourroit penſer, que telle valeur $\mathrm{F}:n = \alpha n^2$, ou telle $\mathrm{F}:n = -\alpha\sqrt{n}$, eut plutôt lieu. Pour cet effet je m'en vais examiner les conſéquences qui découlent de chacune de ces hypotheſes, pour juger enſuite, laquelle répond le mieux aux expériences.

XVII.

Examinons d'abord la première hypotheſe, ſuivant laquelle la fonction $\mathrm{F}:n$ *ſoit égale à* $-\alpha n$, *où* α *eſt un nombre conſtant; & on pourra déterminer la valeur abſoluë de* αn *pour toutes les diverſes eſpeces de rayons.*

Poſons ϱ pour le nombre des vibrations par ſeconde pour les rayons rouges du Soleil, & σ pour les violets;

&

& nous aurons :

$$F:\varrho = -\alpha\varrho \quad \& \quad F:\upsilon = -\alpha\upsilon,$$

d'où par l'article XII. nous tirons :

$$\frac{1+F:\upsilon}{1+F:\varrho} = \frac{1-\alpha\upsilon}{1-\alpha\varrho} = \frac{133}{137}, \quad \text{ou} \quad 137\alpha\varrho - 133\alpha\upsilon = 4.$$

Or nous ſavons qu'il y a à peu près $\upsilon = \frac{9}{10}\varrho$, ce qui donne

$$137\alpha\varrho - \frac{9}{10}\cdot 133\alpha\varrho = 4, \quad \text{ou} \quad \alpha\varrho = \frac{40}{53} = \frac{2}{31},$$

& partant $\alpha\upsilon = \frac{9}{10}\cdot\frac{2}{31} = \frac{9}{155}$.

Il eſt certain, que les nombres ϱ & υ ſont énormement grands, puiſque la viteſſe vibratoire des moindres particules, qui excitent la lumiere, doit être extrêmement rapide, & incomparablement plus grande que celle qui produit les ſons les plus aigus. De là il ſemble que les nombres ϱ & υ ſurpaſſent bien 100000, ou même un million, quoique peut-être on ne puiſſe jamais parvenir à une connoiſſance préciſe de ces nombres : or ſuppoſant $\varrho = 1000000$, puiſque dans les rayons rouges du Soleil la fréquence des vibrations eſt la plus grande, le coëfficient numérique conſtant α ſera $= \frac{2}{31000000} = \frac{1}{15500000}$. Or, quoiqu'il en ſoit des valeurs abſoluës des nombres ϱ & υ, il ſuffit de connoitre les produits

$$\alpha\varrho = \frac{2}{31} \quad \& \quad \alpha\upsilon = \frac{9}{155}$$

comme les ſeuls nombres, qui entrent dans nos formules à l'égard des diverſes eſpeces des rayons. Donc, ſi les rayons ſe meuvent dans un milieu transparent A, où la viteſſe d'un battement ſolitaire ſeroit $= a$, la viteſſe de toutes ſortes de rayons ſera à peu près.

Des Rayons folaires	Des Rayons du II. ordre	Des Rayons du III. ordre
Rouges $= a^{1-\frac{2}{331}}$	Rouges $= a^{1-\frac{1}{331}}$	Rouges $= a^{1-\frac{1}{672}}$
Oranges $= a^{1-\frac{2}{336}}$	Oranges $= a^{1-\frac{1}{336}}$	Oranges $= a^{1-\frac{1}{672}}$
Jaunes $= a^{1-\frac{2}{420}}$	Jaunes $= a^{1-\frac{1}{420}}$	Jaunes $= a^{1-\frac{1}{840}}$
Verds $= a^{1-\frac{2}{435}}$	Verds $= a^{1-\frac{1}{435}}$	Verds $= a^{1-\frac{1}{870}}$
Bleus $= a^{1-\frac{2}{504}}$	Bleus $= a^{1-\frac{1}{504}}$	Bleus $= a^{1-\frac{1}{1008}}$
Violets $= a^{1-\frac{2}{525}}$	Violets $= a^{1-\frac{1}{525}}$	Violets $= a^{1-\frac{1}{1050}}$

XVIII.

Dans cette hypotheſe $F : n = -\alpha n$, *connoiſſant la raiſon de réfraction d'un milieu dans un autre, on pourra déterminer la viteſſe d'un battement ſolitaire par chaque milieu ; & de là la réfraction de toutes les eſpeces de rayons.*

Qu'on conſidére un milieu quelconque A, où la viteſſe d'un battement ſolitaire ſoit $= a$, la viteſſe des rayons dans l'éther étant exprimée par l'unité ; & nous venons de voir, que dans ce milieu la viteſſe des rayons rouges ſolaires eſt $= a^{1-\frac{2}{331}}$, & des violets $= a^{1-\frac{2}{525}}$; donc celle des rayons moyens ſera environ $= a^{1-\frac{1}{420}}$. Concevons maintenant qu'un tel rayon paſſe de l'éther dans ce milieu A, & que le ſinus d'incidence ſoit au ſinus de réfraction comme m à 1 ; & puiſque la viteſſe de tous les rayons dans l'éther eſt $= 1$, nous aurons : $1 : a^{1-\frac{1}{420}} = m : 1$, & partant $a = \left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{420}{419}}$

De là nous pourrons d'abord trouver la valeur de a pour l'air ordinaire, en poſant $m = \frac{3144}{3100}$, d'où nous tirons

pour l'air ordinaire $a = 0,999691$, & $la = 9,9998656$.

Pour

Pour les autres milieux nous pourrons concevoir, que les rayons y entrent de l'air au lieu de l'éther, & puisque pour le verre on a $m = 1,55$, nous aurons :

pour le verre $a = 0,630450$, & $la = 9,7996508$.

Or, lorsque les rayons moyens entrent de l'air dans l'eau, les expériences ſur la réfraction donnent $m = \frac{4}{3}$, d'où nous tirons :

pour l'eau $a = 0,738730$, & $la = 9,8684856$.

Que les rayons entrent de l'air dans l'eſprit de vin, & puisqu'on a $m = \frac{100}{73}$, on aura :

pour l'eſprit de vin $a = 0,718008$, & $la = 9,8561294$.

Et ſi la réfraction de l'air dans le diamant donne $m = \frac{5}{2}$, on aura :

pour le diamant $a = 0,584084$, & $la = 9,7664750$.

Sachant en ſorte pour chaque milieu transparent la valeur de a, on déterminera aiſément la viteſſe de chaque eſpece des rayons dans tous ces milieux, & de là enſuite la loi de la réfraction.

XIX.

Dans la même hypotheſe $F : n = -\alpha n$ *on pourra aſſigner non ſeulement la réfraction, que toutes les eſpeces des rayons ſolaires ſouffrent en entrant de l'éther, ou de l'air, dans le verre, mais auſſi celle, qui convient aux rayons des corps colorés, ou aux couleurs du ſecond ordre & des ſuivans.*

Je me borne ici à la réfraction qui ſe fait de l'éther ou de l'air dans le verre, puisqu'il eſt facile d'en déduire enſuite la réfraction dans tout autre milieu transparent. Donc, venant de trouver pour le verre la valeur de $a = 0,63045$, laquelle pour l'éther eſt $= 1$, & pour l'air ſi près de l'unité, qu'on peut négliger la différence. Ainſi dans le paſſage des rayons de l'éther, ou de l'air, dans le verre le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction

pour les rayons rouges ſolaires, comme 1 à $(0,63045)^{1-\frac{2}{31}}$

pour les rayons violets ſolaires, comme 1 à $(0,63045)^{1-\frac{2}{55}}$

d'où l'on trouve les mêmes raiſons 1,54:1 & 1,56:1, que l'expérience nous a données à connoître. Mais, puiſque les expériences nous aſſûrent, qu'il y a encore des rayons, qui nous repréſentent les mêmes couleurs & qui ſont aux ſolaires en raiſon ſous-double, ou ſous-quadruple, qu'il convient de nommer des couleurs du ſecond & troiſième ordre, il ſera bon de déterminer la réfraction des rayons de ces différens ordres, pour voir combien cette hypotheſe eſt d'accord avec l'expérience. Il ſuffit de conſidérer les rayons rouges de chaque ordre, leſquels entrant de l'air dans le verre doivent ſuivant cette hypotheſe ſe rompre en ſorte que le ſinus d'incidence ſoit au ſinus de réfraction, comme il ſuit

Pour les rayons rouges	La raiſon de réfraction eſt comme
Solaires ou du I. Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{2}{31}} = 1,53966 : 1$
Du ſecond Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{31}} = 1,56274 : 1$
Du troiſième Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{62}} = 1,57441 : 1$
Du quatrième Ordre	$1 : (0,63045)^{1-\frac{1}{124}} = 1,58028 : 1$

Et s'il y avoit une telle couleur, où la fréquence des vibrations fût plus petite, & même évanouïſſante, le ſinus d'incidence ſeroit au ſinus de réfraction de l'air dans le verre, comme 1 à 0,63045, ou bien comme 1,58617 à 1. Ce ſera donc à l'expérience à decider, s'il y a de telles couleurs rouges, dont les rayons ſouffriſſent une plus grande réfraction que les violets ſolaires; & ſi leur réfraction eſt d'accord avec ces nombres, que l'hypotheſe $F : n = -\alpha n$ nous a fournis.

XX.

XX.

Mais ſi cette hypotheſe $F : n = -\alpha n^2$ *avoit lieu dans la nature, on trouveroit d'autres valeurs, tant pour les diverſes eſpeces des rayons, que pour la viteſſe d'un battement ſolitaire dans chaque milieu transparent.*

Dans cette hypotheſe, en poſant ϱ pour le nombre des vibrations renduës par ſeconde pour les rayons rouges du Soleil, & σ pour les violets, on aura :

$$\frac{1+F:\sigma}{1+F:\varrho} = \frac{1-\alpha\sigma\sigma}{1-\alpha\varrho\varrho} = \frac{137}{133}, \text{ ou } 137\alpha\varrho\varrho - 133\alpha\sigma\sigma = 4.$$

Donc, puiſque $\sigma = \frac{9}{8}\varrho$, il s'enſuit : $94,918\alpha\varrho\varrho = 4$, & partant $\alpha\varrho\varrho = \frac{4}{95}$, & $\alpha\sigma\sigma = \frac{81}{95}$, à peu près. Concevons un milieu A, où la viteſſe d'un battement ſolitaire ſeroit $= a$, & dans ce milieu la viteſſe ſera

des rayons ſolaires rouges $= a^{1-\frac{4}{95}}$

des rayons ſolaires violets $= a^{1-\frac{81}{95}}$.

Donc, ſi les rayons entrent dans ce milieu de l'éther, ou bien de l'air, le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction

pour les rayons rouges comme 1 à $a^{1-\frac{4}{95}}$

pour les rayons violets comme 1 à $a^{1-\frac{81}{95}}$.

Prenons le verre pour ce milieu A, & nous aurons :

$$1 : a^{1-\frac{4}{95}} = 1,54 : 1, \text{ ou } \frac{1}{a} = (1,54)^{\frac{95}{91}}$$

d'où la viteſſe d'un battement ſolitaire dans le verre ſera :

$$a = 0,637142, \text{ ou } \frac{1}{a} = 1,56951, \text{ \& } la = 9,8042366.$$

Et partant les rayons rouges tant du premier ordre, ou les ſolaires, que du ſecond ordre & des ſuivans, ſouffriront en entrant de l'air dans le verre les réfractions ſuivantes :

Pour

Pour les rayons rouges	Le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction comme
Solaires, ou du I. Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{4}{5^5}} : 1 = 1,54000 : 1$
Du ſecond Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{5^5}} : 1 = 1,56208 : 1$
Du troiſième Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{3\,8\,5}} : 1 = 1,56765 : 1$
Du quatrième Ordre	$(1,56951)^{1-\frac{1}{1\,3\,1\,2\,5}} : 1 = 1,56904 : 1$

Dans cette hypotheſe donc, la réfraction des rayons des ordres ſuivans différe moins de celle du premier que dans la premiere hypotheſe.

XXI.

Conſidérons enfin cette hypotheſe $F : n = -\alpha\sqrt{n}$, *qui donnera la réfraction des ordres ſuivans plus grande que celle des rayons du premier ordre, & l'expérience décidera laquelle de ces trois hypotheſes approche le plus de la vérité.*

Ayant donc pour cette hypotheſe :

$$\frac{1+F:\beta}{1+F:\varrho} = \frac{1-\alpha\sqrt{\beta}}{1-\alpha\sqrt{\varrho}} = \frac{133}{137}, \text{ ou } 137\alpha\sqrt{\varrho} - 133\alpha\sqrt{\beta} = 4,$$

puiſque $\beta = \frac{9}{10}\varrho$, & partant $\sqrt{\beta} = \frac{3}{4}\sqrt{\varrho}$, nous aurons :

$149\alpha\sqrt{\varrho} = 16$, donc $\alpha\sqrt{\varrho} = \frac{16}{149}$, & $\alpha\sqrt{\beta} = \frac{12}{149}$.

Soit maintenant dans un milieu A la viteſſe d'un battement ſolitaire $= a$, & dans ce même milieu la viteſſe

des rayons ſolaires rouges ſera $= a^{1-\frac{16}{149}}$

& des rayons violets . . . $= a^{1-\frac{12}{149}}$.

Donc, ſi les rayons entrent dans ce milieu de l'éther, le ſinus d'incidence ſera au ſinus de réfraction

pour les rayons rouges comme $1 : a^{1-\frac{16}{149}}$

pour le violets comme $1 : a^{1-\frac{12}{149}}$.

Que

Que le verre tienne lieu de ce milieu A, & ayant

$$1 : a^{1-\frac{16}{149}} = 1{,}54 : 1, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{a} = (1{,}54)^{\frac{149}{133}},$$

on obtiendra la viteſſe d'un battement ſolitaire dans le verre,

$$a = 0{,}616482, \ \& \ \frac{1}{a} = 1{,}62211, \ \& \ la = 9{,}7899204.$$

Les rayons rouges donc, tant les ſolaires ou du premier ordre, que des ordres ſuivans ſouffriront en entrant de l'air dans le verre les réfractions ſuivantes :

Pour les rayons rouges	Le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction comme
Solaires ou du I. Ordre	$(1{,}62211)^{1-\frac{16}{149}} : 1 = 1{,}54000 : 1$
Du ſecond Ordre	$(1{,}62211)^{1-\frac{8\sqrt{2}}{149}} : 1 = 1{,}56361 : 1$
Du troiſième Ordre	$(1{,}62211)^{1-\frac{8}{149}} : 1 = 1{,}58052 : 1$
Du quatrième Ordre	$(1{,}62211)^{1-\frac{4\sqrt{2}}{149}} : 1 = 1{,}59259 : 1.$

Dans cette hypotheſe donc, la réfraction des ordres ſuivans différe plus de celle du premier ordre que dans la premiere hypotheſe. Et la plus grande réfraction poſſible, ou d'un battement ſolitaire, eſt dans cette troiſième hypotheſe comme 1,62211 à 1; or dans la ſeconde comme 1,56951 : 1, & dans la premiere comme 1,58617 : 1.

XXII.

Pour établir donc une théorie complette du mouvement de la lumiere & de la réfraction, il ne reſte qu'à décider par l'expérience, laquelle des trois hypotheſes expoſées eſt le plus d'accord avec la vérité?

Le ſeul raiſonnement, fondé ſur quelques expériences indubitables, nous a conduit à la découverte de la formule, qui exprime la viteſſe de toutes les eſpeces poſſibles des rayons dans chaque milieu transparent : & il eſt certain, que ſi la viteſſe d'un battement ſolitaire dans

quelque milieu A eſt $= a$, & que n marque le nombre des vibrations renduës dans une ſeconde, qui conſtituent un certain rayon; la viteſſe de ce rayon dans le milieu A ſera exprimée en ſorte: $a^{1-an}{}^{\lambda}$, puisque des fonctions plus compliquées de n ne ſauroient avoir lieu. Ici tout revient à la connoiſſance de l'expoſant λ, qui eſt certainement poſitif, & que j'ai ſuppoſé dans la premiere hypotheſe $= 1$, dans la ſeconde $= 2$, & dans la troiſième $= \frac{1}{2}$; afin que par des expériences on puiſſe décider ſi l'expoſant λ eſt plus grand ou plus petit que l'unité. Pour cet effet il ſera bon de choiſir des couleurs, que je rapporte ici à des ordres ſupérieurs par rapport aux rayons ſolaires, & qui ſouffrent une réfraction plus grande que ceux-cy. Cependant j'avoüe, que quoiqu'on trouve de telles couleurs, il ſera difficile de connoitre à quel ordre elles appartiendroient: mais il ſemble que le meilleurs expédient ſeroit de ſe ſervir des couleurs, qu'on découvre ſur une lame inégalement mince, puisque dans la répétition des mêmes couleurs on eſt aſſeuré, lesquelles ſe ſuivent immédiatement, ou qui différent entr'elles d'une ſeule octave. Car ſi l'on pouvoit exactement déterminer la réfraction de chacune de ces couleurs, en les comparant tant enſemble qu'avec les rayons ſolaires; il ne ſeroit pas difficile de marquer les ordres, auxquels chacune appartiendroit, & d'en conclure la véritable valeur de l'expoſant λ. Peut être même trouvera-t-on des couleurs encore plus hautes que les ſolaires, ou qui ſouffriſſent une moindre réfraction, ce qui ne ſemble pas pourtant probable. Cependant quoiqu'il en ſoit, ces réflexions ouvriront une nouvelle carrière pour faire des expériences importantes ſur la lumiere.

THEO-

THÉORIE
PLUS COMPLETTE DES MACHINES
QUI SONT MISES EN MOUVEMENT
PAR LA RÉACTION DE L'EAU.

PAR M. EULER.

Ayant déjà expliqué en quelques Mémoires l'effet, que la Machine projettée par Mr. *de Segner* à Halle eſt capable de produire, je me propoſe ici de développer cette même matiere plus ſoigneuſement. Les forces, par leſquelles cette machine eſt miſe en mouvement, ſont tirées de la réaction de l'eau, dont la machine eſt remplie, & qui en ſort en bas par des ouvertures : car, puiſque cette machine eſt mobile autour d'un axe vertical, & que l'eau en échape horizontalement, il réſulte de la réaction de l'eau un moment de forces, qui tend à faire tourner la machine autour de ſon axe, & qui la rend même capable de ſurmonter quelque réſiſtance, ou bien de produire quelque effet. Or, dans la recherche que j'ai faite de cette machine, j'ai ſuppoſé un vaiſſeau cylindrique, au fond duquel ſont attachés des tuyaux horizontaux, par leſquels l'eau échape, & ayant regardé le mouvement de l'eau dans le vaiſſeau comme connu, j'ai cherché le mouvement par les tuyaux attachés, avec la force de réaction, qu'ils en ſoutiennent. Cette ſuppoſition a été faite pour rendre la recherche plus facile : car, ſi j'avois voulu continuer les tuyaux juſqu'en haut de la ſurface de l'eau, la détermination de la réaction de l'eau ſeroit devenuë plus embarraſſante. Quoique cette circonſtance n'apporte aucune atteinte à la juſteſſe de la détermination, après que j'y ai ajouté la rectification, qui lui convient à cauſe du mouvement de l'eau par le vaiſſeau cylindrique, il n'y a aucun doute que cette recherche ne ſeroit plus com-

plette, ſi l'on regardoit le vaiſſeau avec les tuyaux comme une ſeule piece continuë, & qu'on étendit le calcul à la fois ſur toute la maſſe de l'eau, qui eſt miſe en mouvement. Par ce moyen la théorie de cette eſpece de machines ſera non ſeulement portée à un plus haut degré de perfection, mais nous en tirerons encore l'avantage, de rendre les machines mêmes plus parfaites, & d'en augmenter l'effet. Outre cela il y a tant de choſes différentes, auxquelles il faut avoir égard dans cette recherche, qu'il ſera de la derniere importance de développer chacune en particulier plus en détail, afin que cette matiére, qui jusqu'ici a été envelopée de quantité d'obſcurités, devienne plus lumineuſe, & qu'on acquierre une connoiſſance claire de ce, que chaque circonſtance en particulier contribue à la production de l'effet de toute la machine. Je m'en vais donc détailler le plus évidemment qu'il me ſera poſſible, tous les élémens, ſur lesquels la théorie de la réaction de l'eau, & de l'effet qu'on en peut tirer, eſt fondée.

DEFINITION I.

I. *La réaction de l'eau eſt la force dont l'eau agit ſur le vaiſſeau, qui la contient, & qui tend par conſéquent à imprimer au vaiſſeau quelque mouvement.*

La réaction ſe prend communement pour la force qu'un vaiſſeau ſoutient de l'eau, entant qu'elle en ſort par quelque ouverture : mais ici je prends ce terme dans un ſens plus général pour marquer la force, dont l'eau agit ſur le vaiſſeau, ſoit que l'eau ſoit en repos, ou qu'elle ſoit en mouvement.

COROLL. I.

II. Donc, ſi l'eau eſt en repos dans le vaiſſeau, les ouvertures étant fermées, le vaiſſeau ne ſoutient que le poids de l'eau tout entier : ou le vaiſſeau en eſt pouſſé en bas par une force égale au poids de l'eau ſelon une direction verticale, qui paſſe par le centre de gravité de la maſſe d'eau. Cette force eſt donc dans ce cas la réaction, que l'eau exerce ſur le vaiſſeau.

CO-

COROLL. 2.

III. Si le vaiſſeau, où l'eau eſt enfermée ſans qu'elle en puiſſe ſortir, eſt agité d'un mouvement quelconque, il ſoutiendra outre le poids de l'eau encore les forces, dont l'eau s'oppoſe au mouvement, entant que le mouvement n'eſt pas uniforme, ou qu'il ne ſe fait pas en ligne droite.

COROLL. 3.

IV. Mais ſi, pendant que le vaiſſeau, ou eſt en repos, ou dans un mouvement quelconque, l'eau échape par une ou pluſieurs ouvertures, la réaction de l'eau ſera bien différente de celle du cas précédent. La raiſon en eſt d'un côté, puisque les parois du vaiſſeau ne ſoutiennent aucune force dans les ouvertures mêmes, & d'un autre côté puisque l'eau dans le vaiſſeau a un mouvement propre, dont l'action ſur le vaiſſeau eſt altéré.

COROLL. 4.

V. Il s'agit donc de déterminer en chaque cas propoſé la réaction de l'eau, ou la force que le vaiſſeau ſouffre de la part de l'eau, qu'il contient. On a donc deux choſes à déterminer; premièrement la quantité de cette force, qu'on meſurera le plus commodément par le poids d'un certain volume d'eau: & enſuite la direction de cette force.

SCHOLIE 1.

VI. On voit bien, que la réaction de l'eau eſt le réſultat de toutes les forces, dont tous les élémens des parois du vaiſſeau ſont preſſés par l'eau. Car les parois d'un vaiſſeau rempli d'eau ſoutiennent de la part de l'eau dans chacun de leurs points une certaine force, qui dépend tant de la peſanteur de l'eau, que de ſon mouvement. Ainſi chaque élément des parois du vaiſſeau étant ſollicité par une certaine force, dont la direction, à ce qu'on ſait, eſt toujours perpendiculaire aux parois, on n'aura qu'à réduire toutes ces forces élémentaires à une ſeule force, qui leur eſt équivalente, & cette force ſera preciſément la réaction, dont l'eau agit ſur le vaiſſeau. Car le vaiſſeau ne

ſouffre rien de la part de l'eau, qu'entant que l'eau exerce des efforts contre ſes parois ; & ſi les parois ne ſoutenoient aucune preſſion de l'eau, ils ſe trouveroient dans le même état, que ſi le vaiſſeau étoit vuide, & partant il n'y auroit point de réaction. Mais ſi les parois ſont ſollicitées en tous leurs points par quelques forces, à moins que ces forces ne ſe détruiſent pas entierement entr'elles, il en réſultera une force, qui leur eſt équivalente, que le vaiſſeau ſoutient actuellement : & c'eſt cette force, qu'on doit entendre ſous le terme de réaction.

SCHOLIE 2.

VII. Cette conſidération nous conduit d'abord à une méthode de déterminer la réaction de l'eau ſur le vaiſſeau. Il faudra commencer par chercher les preſſions que les parois du vaiſſeau ſoutiennent dans tous leurs points de la part de l'eau : enſuite on n'aura qu'à chercher la force, qui ſoit équivalente à toutes ces forces élémentaires priſes enſemble, pour avoir la véritable quantité de la réaction. Or, quoique cette méthode ſemble la plus naturelle, & qu'elle ait été employée par tous les Auteurs qui ont traité cette matiere, elle renferme pourtant de ſi grandes difficultés, que je ſuis bien perſuadé qu'une autre méthode, que je propoſerai dans la ſuite, mérite bien loin la préférence. Car il eſt ſouvent extrêmement difficile, & quelquefois même impoſſible, de déterminer par la ſeule théorie les preſſions, que les parois du vaiſſeau ſoutiennent dans tous leurs points : & quand on ſe trompe tant ſoit peu dans cette détermination, l'erreur qui en réjaillit ſur la réaction, peut devenir très conſidérable. Car ordinairement la plus-part de ces preſſions ſe détruiſent mutuellement, & le réſultat n'eſt compoſé que de l'excès dont les preſſions vers un côté ſurpaſſent celles qui leur ſont contraires : donc, quand on aura commis quelque erreur dans toutes ces forces partiales, l'erreur qui en influë ſur la force équivalente, pourroit devenir très énorme. Or l'autre méthode que je propoſerai, n'eſt pas aſſujettie à cet inconvenient ; parce que je ne déterminerai pas la réaction par des forces, qui ſe détruiſent pour la plus-part,

part, mais plutôt par de telles forces, qui étant ajoutées enſemble fourniſſent la réaction; & de là nous tirerons cet avantage, que quoique l'expérience ne ſoit pas entièrement d'accord avec la théorie, l'erreur qui en réſulte ſur la réaction, ne ſauroit devenir fort conſidérable. Or pour l'explication de cette méthode, je dois encore avancer les définitions ſuivantes.

DEFINITION II.

VIII. *Par les forces actuelles, qui agiſſent ſur l'eau, j'entends toutes les forces dont l'eau eſt pouſſée de dehors, ſans aucun égard à ſa liaiſon avec le vaiſſeau.*

Une telle force eſt la gravité, dont chaque particule de l'eau eſt ſollicitée en bas indépendamment du vaiſſeau; & ſi l'eau dans le vaiſſeau étoit encore preſſée par un piſton, cette force du piſton doit auſſi être comptée parmi les forces actuelles.

COROLL. 1.

IX. Entant que les parois du vaiſſeau ſoutiennent une preſſion de l'eau, l'eau en ſera auſſi ſollicitée par une force égale & contraire: or, puisque ces forces proviennent de la liaiſon du vaiſſeau avec l'eau, je les diſtingue ſoigneuſement des forces actuelles, qui agiſſent ſur l'eau indépendamment du vaiſſeau: quoique l'une & l'autre eſpece des forces ſoit également réelle par rapport à l'eau.

COROLL. 2.

X. Comme il n'y a point d'autres forces, qui dépendent de la liaiſon de l'eau & du vaiſſeau, que la preſſion que le vaiſſeau ſoutient de l'eau; hormis ces forces de preſſion, toutes les autres forces, qui agiſſent ſur l'eau, ſeront compriſes ſous le nom des forces actuelles.

COROLL. 3.

XI. La raiſon de cette diſtinction eſt aſſés évidente: car pour l'ordinaire toutes les forces actuelles ſont données & connuës, avant qu'on

qu'on cherche l'état, ou de repos, ou de mouvement de l'eau; au lieu qu'on ne ſauroit aſſigner la preſſion mutuelle de l'eau & du vaiſſeau, ſans qu'on ſache exactement l'état, où l'eau ſe trouve.

COROLL. 4.

XII. Or puiſque cette force de preſſion du vaiſſeau ſur l'eau eſt égale & contraire à celle de l'eau ſur le vaiſſeau, & cette force étant préciſement la réaction de l'eau, il s'enſuit que la force que l'eau ſoutient de la part du vaiſſeau eſt égale & contraire à la réaction.

COROLL. 5.

XIII. Pour avoir toutes les forces, par l'action desquelles l'eau dans un vaiſſeau eſt ſollicitée, il faut premièrement conſidérer toutes les forces actuelles, comme la peſanteur, & d'autres forces qui agiſſent par des piſtons ſur l'eau ; à ces forces connuës il faut ajouter encore une force égale & contraire à la réaction, & la ſomme renfermera toutes les forces, qui agiſſent ſur l'eau.

COROLL. 6.

XIV. Il eſt auſſi clair que tout ce qui vient d'être rapporté a également lieu, ſoit que le vaiſſeau avec l'eau ſe trouve en repos, ſoit que l'un & l'autre ayent un mouvement quelconque. Il faut ſeulement remarquer, que dans ce dernier cas les forces ſollicitantes peuvent varier à chaque inſtant.

DEFINITION III.

XV. *Les forces requiſes, ſont les forces néceſſaires pour produire les changemens dans l'état, ou de repos, ou de mouvement, où l'eau ſe trouve.*

Car, entant que les particules d'eau changent d'état, ou que leur mouvement n'eſt pas uniforme, & en ligne droite, il faut une certaine force, qui ſoit capable de produire ce changement, & toutes ces forces priſes enſemble, ou bien la force qui leur eſt équivalente, ſont ce que je nomme ici forces requiſes, puiſqu'elles ſont requiſes pour le maintien du mouvement.

CO-

COROLL. 1.

XVI. Si l'eau avec le vaiſſeau eſt en repos, puisque l'état du repos ſe conſerve par l'inertie de chaque corps, les forces requiſes évanouïront dans ce cas : & la même choſe arrivera, lorsque le mouvement de l'eau eſt tel, que toutes ſes particules ſe meuvent uniformément en lignes droites ; car la conſervation d'un tel mouvement n'exige point de forces.

COROLL. 2.

XVII. Or ſi les particules d'eau ne ſont pas portées, ni d'un mouvement uniforme, ni en ligne droite ; ou bien lorsque, ou la direction, ou toutes les deux changent : ce changement exige néceſſairement une certaine force, qu'on pourra déterminer ſachant le changement ; & toutes ces forces priſes enſemble conſtituent les forces requiſes, que je viens de définir.

COROLL. 3.

XVIII. Si une particule d'eau, dont la maſſe ſoit $= m$, ſe meut en ligne droite avec une viteſſe variable u, de ſorte que ſa viteſſe étant à préſent $= u$, devienne $u + du$, pendant le tems infiniment petit dt ; on ſait que cette accélération demande une force $= \frac{2mdu}{dt}$, qui agiſſe ſur la particule ſuivant la direction de ſon mouvement. Ou bien, poſant l'eſpace parcouru dans le tems dt, $= ds$, à cauſe de $u = \frac{ds}{dt}$, cette force ſera $= \frac{2m}{dt} d.\frac{ds}{dt} = \frac{2mdds}{dt^2}$ en prenant le différentiel dt conſtant.

COROLL. 4.

XIX. Si la particule d'eau ne ſe meut, ni uniformément, ni en ligne droite, & que ſon mouvement ne ſe faſſe pas même dans un plan, on décompoſera ce mouvement ſuivant trois directions fixes. Soit l'eſpace qu'il parcourt dans le tems dt par le premier de ces mouvemens $= dx$, par le ſecond $= dy$, & par le troiſième $= dz$, & prenant le

différentiel dt conſtant, ce mouvement demande trois forces, qui ſollicitent la particule m ſuivant ces mêmes trois directions : ſavoir la premiere force ſera $= \frac{2mddx}{dt^2}$, la ſeconde $= \frac{2mddy}{dt^2}$, & la troiſième $= \frac{2mddz}{dt^2}$.

SCHOLIE.

XX. Tout cela eſt clair par les premiers principes de la Mécanique & de l'action des forces ſur les corps ; par leſquels on ſait que l'accélération, ou le différentiel de la viteſſe diviſé par le différentiel du tems, eſt proportionnel à la force ſollicitante diviſée par la maſſe du corps : donc la force ſollicitante eſt proportionnelle au produit de la maſſe par le différentiel de la viteſſe, diviſé par le différentiel du tems, ou bien à $\frac{mdu}{dt}$. On pourra donc poſer la force ſollicitante $= \frac{\alpha mdu}{dt}$, où α marque un certain coëfficient conſtant, qui dépend de la maniere dont on veut exprimer tant la maſſe que la viteſſe & le tems. Or, ſi nous exprimons la maſſe par le poids qu'elle auroit à la ſurface de la terre, la viteſſe par la racine quarrée de la hauteur, de laquelle un corps tombant acquiert la même viteſſe, & le tems dans le mouvement uniforme par l'eſpace parcouru diviſé par la viteſſe, on verra que le nombre 2 donnera la juſte valeur du coëfficient α. Car on n'a qu'à appliquer la formule générale au cas, où le corps grave m tombe librement : que dans le tems il ſoit déjà deſcendu par la hauteur $= x$, ſa viteſſe u ſera donc $= \sqrt{x}$, avec laquelle il parcourra l'eſpace dx dans le tems $dt = \frac{dx}{\sqrt{x}}$, puiſque le mouvement par l'eſpace infiniment petit dx peut être regardé comme uniforme. Ayant donc $u = \sqrt{x}$, il ſera $du = \frac{dx}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}dt$, & partant $\frac{du}{dt} = \frac{1}{2}$. Donc, en vertu de notre formule générale $\frac{\alpha mdu}{dt}$, la force ſollicitante ſera $= \frac{1}{2}\alpha m$: or

la

la force ſollicitante eſt dans ce cas égale à la peſanteur du corps, ou bien à ſa maſſe $= m$; d'où il eſt clair, que pour qu'il devienne $\frac{1}{2} \alpha m = m$; il faut qu'il ſoit $\alpha = 2$. Et cette valeur conviendra à α, tant que nous conſervons la même maniere d'introduire dans le calcul les maſſes, les viteſſes, & les tems.

THEOREME I.

XXI. *Soit que le vaiſſeau avec l'eau ſoit en repos, ou que l'un & l'autre ſe trouvent dans un mouvement quelconque, la réaction de l'eau eſt égale aux forces actuelles, moins les forces requiſes.*

DEMONSTRATION.

Soit nommée la réaction de l'eau $= R$, les forces actuelles priſes enſemble $= P$, & les forces requiſes pour l'entretien du mouvement de l'eau $= Q$. L'eau ſera donc ſollicitée premièrement par la force P, & enſuite par une force égale & contraire à la réaction R, ou bien par une force $= -R$, donc toutes les forces, dont l'eau eſt effectivement ſollicitée, ſeront $= P - R$. Il faut donc que tous les changemens, que ſubit l'eau dans le vaiſſeau, ſoient produits par cette force $P - R$: or Q comprend les forces requiſes pour opérer ces changemens, d'où il s'enſuit que $P - R = Q$, & partant $P - Q = R$, c'eſt à dire la réaction eſt égale aux forces actuelles, moins les forces réquiſes. C. Q. F. D.

COROLL. I.

XXII. Puisque la réaction R agit ſur le vaiſſeau, il faut auſſi concevoir les forces P & Q comme appliquées au vaiſſeau. Le vaiſſeau ſoutiendra donc deux forces, une qui convient avec les forces actuelles, & à cauſe de $-Q$ l'autre eſt égale, mais contraire, aux forces requiſes.

COROLL. 2.

XXIII. Parce que nous venons de trouver $P = Q + R$, nous voyons que les forces actuelles ſe partagent en deux parties Q,

& R, dont l'une eſt employée à produire les changemens, qui arrivent dans l'état de l'eau, & l'autre eſt employée à agir ſur le vaiſſeau même, qui eſt la réaction. D'où l'on voit, que la réaction n'exiſte, qu'entant que toute la force actuelle n'eſt pas employée à agir ſur l'eau ; ce qui rend l'énoncé du Theoreme encore plus évident. Car on comprend aiſément, que le vaiſſeau même ne ſauroit ſoutenir que cette partie de la force actuelle, qui n'eſt pas employée à agir ſur les particules de l'eau.

COROLL. 3.

XXIV. Donc, ſi l'on connoit premièrement les forces actuelles, par leſquelles l'eau eſt ſollicitée, & enſuite les forces requiſes au mouvement de l'eau, on en pourra déterminer la force de la réaction, dont l'eau agit ſur le vaiſſeau. Or les forces actuelles ſont connuës d'elles-mêmes en chaque cas, & les forces requiſes peuvent être déterminées en regardant le mouvement de l'eau comme connu.

COROLL. 4.

XXV. Si l'eau avec le vaiſſeau n'a aucun mouvement, ou qu'elle demeure en repos, puiſque la conſervation de cet état n'exige point de forces, les forces requiſes Q ſeront $= 0$, & le vaiſſeau ſoutiendra toutes les forces actuelles, par leſquelles l'eau eſt ſollicitée : ou bien le vaiſſeau ſera ſollicité tant par le poids de l'eau tout entier, que par les forces des piſtons, s'il y en a, qui preſſent ſur l'eau.

COROLL. 5.

XXVI. La même choſe arrivera, lorsque toutes les parties de l'eau ſe meuvent uniformément en ligne droite. Ce cas aura lieu, lorsque l'eau coule uniformément par un tuyau droit, & alors le tuyau ſoutiendra outre le poids de l'eau les forces, dont l'eau eſt pouſſée par des piſtons.

COROLL. 6.

XXVII. Or, lorsque toutes les forces actuelles ſont employées au mouvement de l'eau, ce qui arrive quand l'eau tombe librement d'un

d'un vaiſſeau cylindrique vertical, qui n'a point de fonds, l'eau tombant dans ce cas librement comme un corps ſolide, toute ſa peſanteur eſt employée à accélérer ſon mouvement, & partant il ne reſte rien pour la réaction, ou bien ce vaiſſeau ne ſouffrira rien de la part de l'eau.

SCHOLIE.

XXVIII. Comme cette matiere ſeroit presque inépuiſable, vu la diverſité infinie, qui peut avoir lieu tant à l'égard de la figure des tuyaux, par lesquels l'eau coule, que par rapport au mouvement des tuyaux & de l'eau même, pour ne pas m'étendre trop, je bornerai mes recherches à des tuyaux, qui ſont mobiles autour d'un axe fixe. Ainſi je paſſerai les cas plus ſimples, où les tuyaux ſeroient, ou en repos, ou dans un mouvement progreſſif, puisque ces cas ſont déjà aſſés ſuffiſamment traités ; & j'omettrai les cas plus compliqués, où les tuyaux ſeroient ſuſceptibles d'un mouvement irrégulier, ni progreſſif, ni rotatoire, puisque ces cas meneroient à des calculs trop embarraſſans. Mais je ſuis obligé d'apporter aux cas, que je me propoſe de développer ici, une limitation, ſans laquelle le calcul deviendroit inſurmontable ; j'enviſagerai les tuyaux comme infiniment étroits, afin que tous les points de l'eau, qui ſe trouvent dans la même ſection faite perpendiculairement à la direction du tuyau, puiſſent être regardés avoir le même mouvement ; cependant on verra que cette reſtriction n'affecte presque que le calcul, & que les concluſions peuvent ſubſiſter, quand même la largeur du tuyau ſeroit aſſés conſidérable. Néanmoins il ſera néceſſaire, que cette largeur ſoit très petite à l'égard de ſa diſtance à l'axe de rotation, puisque d'ailleurs le mouvement de rotation des particules d'eau, qui ſe trouvent dans la même ſection du tuyau, ſeroit trop inégal, pour qu'il pût être regardé comme le même par toute la ſection.

DEFINITION IV.

XXIX. *Le mouvement de l'eau dans le tuyau eſt le mouvement reſpectif de l'eau, par lequel elle avance d'un endroit du tuyau à un autre.*

De là on comprend auſſi, ce que c'eſt que la viteſſe reſpective de l'eau dans le tuyau, & celle dont l'eau ſort du tuyau, qu'il faut bien diſtinguer de la viteſſe vraye de l'eau lorsque le tuyau a lui-même quelque mouvement.

COROLL. 1.

XXX. Si le tuyau eſt en repos, le vray mouvement de l'eau n'eſt pas différent de ſon mouvement reſpectif à l'égard du tuyau; dans ce cas donc il ſeroit ſuperflu de diſtinguer ces deux mouvemens, & la viteſſe reſpective dont l'eau échape du tuyau, convient avec ſa viteſſe vraye.

COROLL. 2.

XXXI. Or, lorsque le tuyau a un mouvement quelconque, la viteſſe vraye de l'eau eſt différente de ſa viteſſe reſpective à l'égard du tuyau. On ſait par les principes de la Mécanique, que le mouvement vray de l'eau eſt compoſé de ſon mouvement reſpectif & du mouvement du tuyau même; & de là on pourra toujours trouver le mouvement vray de l'eau en ſachant ſon mouvement reſpectif avec le mouvement du tuyau.

COROLL. 3.

XXXII. Puisque nous ſuppoſons, que dans la même ſection du tuyau toutes les particules de l'eau ſe meuvent également, ſi l'on connoit la viteſſe reſpective de l'eau dans une ſection quelconque du tuyau, on en connoitra la viteſſe reſpective pour toutes les autres ſections au même inſtant, ces viteſſes étant entr'elles réciproquement comme les amplitudes du tuyau.

COROLL. 4.

XXXIII. On commencera donc par chercher la viteſſe reſpective de l'eau pour une ſection donnée du tuyau, & de là on tirera aiſément la viteſſe reſpective dans toutes les autres ſections, la figure du tuyau étant connüe. Or ayant trouvé la viteſſe reſpective de l'eau, pour une ſection quelconque du tuyau, quand on ſait le mouvement du tuyau à cet endroit, on pourra déterminer le vray mouvement, dont l'eau dans cette ſection eſt portée.

SCHO-

SCHOLIE.

XXXIV. Cela remarqué, ſi nous ſuppoſons, pour un inſtant quelconque, comme connûs le mouvement du tuyau, & le mouvement reſpectif de l'eau dans le tuyau, pour une ſection quelconque, nous en pourrons déterminer, tant le mouvement reſpectif à toutes les autres ſections, que le mouvement vray. Or, pour juger des forces requiſes au mouvement de l'eau, & quel effet chaque force eſt capable d'y produire, il faut avoir égard au vray mouvement de l'eau, puisque les principes de la Mécanique, dont on doit ſe ſervir, ſont établis ſur le vray mouvement. Il eſt donc abſolument néceſſaire de commencer par la détermination du vray mouvement de l'eau; ſon mouvement reſpectif avec le mouvement du tuyau étant connu. Ce ſera le ſujet du premier problème, dont je m'en vais chercher la ſolution.

PROBLEME I.

XXXV. *Suppoſé que le tuyau tourne d'une viteſſe donnée autour d'un axe fixe, & que la viteſſe reſpective de l'eau dans une ſection du tuyau ſoit donnée, trouver tant le mouvement reſpectif que le vray de l'eau dans une autre ſection quelconque du tuyau.* Fig. 1.

SOLUTION.

Que la ligne AC repréſente l'axe, autour duquel le tuyau EMF tourne, & que cet axe ſoit perpendiculaire au plan de la planche en C, & que la ſection du tuyau F ſe trouve dans ce plan. Soit l'amplitude de cette ſection F $= ff$, par laquelle l'eau découle avec la viteſſe $= Vv$, ou duë à la hauteur v, & ce ſoit la viteſſe reſpective de l'eau, dont elle ſort ou ſe meut à cet endroit du tuyau; qui eſt ſuppoſée être donnée. Soit de plus Vu la viteſſe dont le point F du tuyau tourne autour de l'axe AC, & par ce mouvement le point F décrira la péripherie d'un cercle dans le plan repréſenté par celui de la planche, dont le centre ſera le point C, & la droite CF le rayon. Soit donc la diſtance du point F à l'axe de rotation, ou la droite CF $= b$.

Cela

Cela posé, considérons une section quelconque du tuyau M, & qu'on baisse du point M au plan de la planche la perpendiculaire MQ, & du point Q sur ce plan à la droite CF la normale PQ; de sorte que le lieu du point M soit déterminé par les trois coordonnées CP, PQ, & QM normales entr'elles, qui soient nommées $CP = x$, $PQ = y$, & $QM = z$. Soit de plus l'amplitude du tuyau en $M = rr$, dont la quantité sera donnée par les coordonnées x, y, & z, de même qu'on connoitra le rapport entre x, y, & z, puisque tant la figure que l'amplitude du tuyau est supposée être connuë. La viteſſe respective de l'eau dans la section du tuyau en M sera donc $= \frac{ff\sqrt{v}}{rr}$, & sa direction suivant celle du tuyau Mm. De plus, posant pour abréger $CQ = \sqrt{(xx + yy)} = q$, cette ligne marquera la distance du point M à l'axe AC à cause de $MN = CQ$, donc la viteſſe rotatoire du point M sera $= \frac{q\sqrt{u}}{b}$, étant à celle du point F, comme $MN = q$ à $CF = b$, & tirant Qq perpendiculaire à CQ dans le plan de la planche, la direction de cette viteſſe sera parallele à Qq.

Maintenant, puisque le mouvement vray de l'eau en M est composé de son mouvement respectif & du mouvement du point M, si nous posons l'angle, que fait la direction du tuyau en M, ou l'élément Mm, avec la direction du mouvement du point M, $= \theta$, la viteſſe vraye de l'eau en M sera $= \sqrt{\left(\frac{f^4 v}{r^4} + \frac{qqu}{bb} + \frac{2ffq\sqrt{vu}}{brr}\cos\theta\right)}$, comme on s'en assurera aisément par les régles de la composition du mouvement.

Or, pour connoitre la direction de ce mouvement, il conviendra de le décomposer suivant les directions des coordonnées CP, PQ, & QM; pour cet effet nommant l'élément du tuyau $Mm = ds$, le mouvement respectif de l'eau en M se réduira à ces trois viteſſes :

I. Vi-

I. Viteſſe ſelon $CP = \frac{ff dx\sqrt{v}}{rrds}$;

II. Viteſſe ſelon $PQ = \frac{ff dy\sqrt{v}}{rrds}$;

III. Viteſſe ſelon $QM = \frac{ff dz\sqrt{v}}{rrds}$;

& on aura $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$.

Mais les deux premières viteſſes ſe reduiſent à deux autres ſuivant les directions CQ, & Qq, & on aura

la viteſſe ſelon $CQ = \frac{ff x dx\sqrt{v}}{qrrds} + \frac{ff y dy\sqrt{v}}{qrrds} = \frac{ff dq\sqrt{v}}{rrds}$,

la viteſſe ſelon $Cq = \frac{ff x dy\sqrt{v}}{qrrds} - \frac{ff y dx\sqrt{v}}{qrrds} = \frac{ff(x dy - y dx)\sqrt{v}}{qrrds}$.

On n'aura donc qu'à ajouter à cette derniere viteſſe celle du tuyau en M, qui eſt ſuivant la direction $Qq = \frac{q\sqrt{u}}{b}$, pour avoir le vray mouvement de l'eau en M.

Ainſi le vray mouvement de l'eau en M ſera compoſé de ces trois viteſſes :

I. ſuivant $CQ = \frac{ff dq\sqrt{v}}{rrds}$;

II. ſuivant $Qq = \frac{ff(x dy - y dx)\sqrt{v}}{qrrds} + \frac{q\sqrt{u}}{b}$;

III. ſuivant $QM = \frac{ff dz\sqrt{v}}{rrds}$.

De là on tirera encore la viteſſe totale de ce mouvement, qui à cauſe de $q = \sqrt{(xx + yy)}$, & $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$

ſera $= V\left(\frac{f^4 v}{r^4} + \frac{qqu}{bb} + \frac{2ff(xdy-ydx)Vvu}{brrds}\right)$, qui étant la même avec $V\left(\frac{f^4 v}{r^4} + \frac{qqu}{bb} + \frac{2ffqVvu}{brr}\cos\theta\right)$, on voit que $\frac{xdy-ydx}{qds} = \cos\theta$.

Par conſéquent le vray mouvement de l'eau en M eſt compoſé de ces trois viteſſes :

I. ſuivant $CQ = \frac{ffdqVv}{rrds}$;

II. ſuivant $Qq = \frac{ffVv}{rr}\cos\theta + \frac{qVu}{b}$;

III. ſuivant $QM = \frac{ffdzVv}{rrds}$.

C. Q. F. T.

COROLL. I.

XXXVI. C'eſt donc le vray mouvement de l'eau, qui occupe la ſection du tuyau M à l'inſtant, où nous ſuppoſons, que la viteſſe reſpective de l'eau par la ſection $F = ff$ eſt $= Vv$, & que la viteſſe, dont le point F du tuyau tourne autour de l'axe AC, eſt $= Vu$. Et par ces formules on déterminera le vray mouvement de l'eau, dans chaque ſection du tuyau.

COROLL. 2.

XXXVII. Puisque les trois directions CQ, Qq, & QM, ſont perpendiculaires entr'elles, les viteſſes ſelon chacune auroient pû être trouvées immédiatement du mouvement reſpectif de l'eau en M, & du mouvement du point du tuyau M même, ſans qu'on auroit eu beſoin de la compoſition ſuivant les ordonnées CP, & CQ. Car la viteſſe reſpective ſelon Mm eſt à chacune des viteſſes décompoſées, comme le ſinus total au coſinus de l'angle, dont l'élément Mm eſt incliné à chacune de ces trois directions.

co-

COROLL. 3.

XXXVIII. Puisque l'élément Mm fait avec la direction QM un angle dont le cosinus est $\frac{dz}{ds}$, le mouvement respectif selon Mm, dont la viteſſe $= \frac{ffVv}{rr}$ donne pour la direction QM la viteſſe $= \frac{ffdzVv}{rrds}$. Enſuite l'élément Mm faiſant avec la direction $CQ = q$ un angle dont le cosinus est $= \frac{dq}{ds}$, la viteſſe ſelon cette direction ſera $= \frac{ffdqVv}{rrds}$. Enfin l'angle de l'élément Mm avec la direction Qq étant nommé $= \theta$, la viteſſe ſelon cette direction ſera $= \frac{ffVv}{rr} \cos\theta$, à laquelle il faut ajouter la viteſſe du point du tuyau $M = \frac{qVu}{b}$, pour avoir le vray mouvement de l'eau dans la ſection M du tuyau.

COROLL. 4.

XXXIX. L'angle θ, que je viens d'introduire dans le calcul, eſt très propre à rendre nos formules plus ſimples; & comme il renferme des différentiels, il nous épargnera dans la ſuite les différentiels du ſecond degré. Au reſte il eſt aiſé de trouver l'égalité $\cos\theta = \frac{xdy - ydx}{qds}$ par une pure conſidération geométrique; mais pour ne pas trop charger la figure, je me ſuis contenté de l'avoir dérivée de la conſidération mécanique; ſur tout puisqu'il eſt permis dans ces recherches de ſuppoſer les propriétés de Géometrie comme connües.

COROLL. 5.

XL. Il ſera auſſi à propos d'introduire dans le calcul l'angle FCQ. Or poſant cet angle $FCQ = \omega$, nous aurons

$\sin\omega = \frac{y}{q}$, $\cos\omega = \frac{x}{q}$, & $\tang\omega = \frac{y}{x}$; d'où nous tirerons $d\omega = \frac{x\,dy - y\,dx}{xx+yy} = \frac{x\,dy - y\,dx}{qq}$, & de là nous obtiendrons $\cos\theta = \frac{q\,d\omega}{ds}$. Or il eſt clair que $q\,d\omega$ exprime le différentiel Qq, qui étant diviſé par $Mm = ds$ donne ouvertement le coſinus de l'angle, que font entr'eux les élémens Mm & Qq. Voilà donc une démonſtration géométrique de la formule $\cos\theta = \frac{x\,dy - y\,dx}{q\,ds}$.

COROLL. 6.

XLI. Puisque pour la ſection F il devient $rr = ff$, & $q = b$, ſi nous poſons l'angle que fait la direction du mouvement reſpectif de l'eau, qui ſort par F, avec la direction du mouvement du point $F = \zeta$, de ſorte que ζ ſoit la valeur de θ pour la ſection F, la vraye viteſſe de l'eau dans la ſection F ſera $= V(v + u + 2\cos\zeta . Vvu)$. Ainſi ſi l'angle ζ évanouït, cette viteſſe ſera $= Vv + Vu$ à cauſe de $\cos\zeta = 1$: or ſi l'angle ζ eſt égal à deux angles droits à cauſe de $\cos\zeta = -1$, cette viteſſe ſera $= Vv - Vu$.

SCHOLIE.

XLII. Il eſt évident, que dans la ſolution de ce problème l'amplitude du tuyau a été regardée comme infiniment petite à l'égard de la diſtance de chaque point du tuyau à l'axe de rotation AC. D'où l'on voit que la détermination du mouvement, que nous venons de trouver, ne ſauroit avoir lieu dans la Pratique, à moins que cette condition ne ſoit obſervée, du moins à peu près. Par cette raiſon le tuyau doit partout être fort mince, & enſuite il doit partout être ſi éloigné de l'axe de rotation AC, que la raiſon de r à q, ou bien de rr à qq, ſoit très petite. Cependant on verra par la ſuite, que cette condition n'affecte pas ſenſiblement les concluſions que nous trouverons. Or ayant déterminé le vray mouvement de chaque particule d'eau pour l'in-

l'inſtant préſent, il ſera aiſé de le déterminer auſſi pour l'inſtant ſuivant, & la comparaiſon de ces deux mouvemens nous donnera à connoître l'accélération, ou la retardation de chaque particule, d'où nous pourrons enſuite conclure les forces requiſes à la production du changement, s'il y en a un dans le mouvement ; cette recherche fera le ſujet du problème ſuivant.

PROBLEME II.

XLIII. *Tant le mouvement reſpectif de l'eau dans le tuyau, que le mouvement du tuyau même, étant altéré d'une maniere quelconque, trouver le changement que ſouffrira chaque particule d'eau dans ſon mouvement, & les forces requiſes à produire ce changement.*

SOLUTION.

Qu'après un tems écoulé quelconque $= t$, le tuyau ait achevé par ſon mouvement de rotation l'angle $BCF = \phi$, de ſorte qu'au commencement de ce tems le bout du tuyau F ait été en B, qui ſe trouve à l'inſtant préſent en F, & que la viteſſe du point F, dont il tourne à préſent autour du point C ſoit $= Vu$, & la viteſſe reſpective, dont l'eau paſſe par la ſection $F = Vv$; & ſoit de plus comme nous avons ſuppoſé dans le problème précedent, la diſtance $CF = b$, & l'amplitude de la ſection $F = ff$; c'eſt de là que nous avons déterminé dans le problème précedent le vray mouvement de chaque particule d'eau en M, que nous avons réduit à ces trois viteſſes :

I. Suivant $CQ = \frac{ff\,dq\,Vv}{rr\,ds}$;

II. Suivant $QM = \frac{ff\,dz\,Vv}{rr\,ds}$;

III. Suivant $Qq = \frac{ff\,Vv}{rr}\cos\theta + \frac{q\,Vu}{b}$.

Mais ſuppoſons maintenant, que pendant le tems infiniment petit dt les viteſſes Vv & Vu croiſſent de leurs différentiels, & que pendant

ce même inſtant dt l'eau qui étoit en M parvienne dans le tuyau en m, le tuyau étant cependant lui-même transporté par ſon mouvement de rotation. Cela poſé, il eſt clair que nous n'aurons qu'à différentier les formules trouvées pour avoir les accélérations. Mais puiſque les directions CQ & Qq ne ſont pas fixes, il convient de les réduire à des directions fixes.

Pour cet effet, qu'on tire du point Q à la droite fixe la perpendiculaire QX, & ſoient pour le point M les trois coordonnées $CX = X$, $XQ = Y$, & comme auparavant $QM = z$. Maintenant poſant la maſſe d'eau en $M = m$, nous aurons trois forces requiſes à ſon mouvement :

I. une force ſuivant $CX = \frac{2mddX}{dt^2}$;

II. une force ſuivant $XQ = \frac{2mddY}{dt^2}$;

III. une force ſuivant $QM = \frac{2mddz}{dt^2}$;

poſant l'élément du tems dt conſtant : & les viteſſes ſuivant ces directions ſeront $\frac{dX}{dt}$, $\frac{dY}{dt}$, & $\frac{dz}{dt}$.

Or, puiſque l'angle $BCF = \Phi$, ſi nous poſons l'angle $FCQ = \omega$, à cauſe de $CQ = q$, & l'angle $BCQ = \Phi + \omega$, nous aurons

$$X = q \cos(\Phi + \omega), \quad \& \quad Y = q \sin(\Phi + \omega).$$

Mais les deux forces ſuivant CX, & XQ, ſe réduiſent à deux autres ſelon :

$$CQ = \frac{2mddX}{dt^2}\cos(\Phi+\omega) + \frac{2mddY}{dt^2}\sin(\Phi+\omega) = \frac{2m}{dt^2}\left[ddX\cos(\Phi+\omega) + ddY\sin(\Phi+\omega)\right]$$

&

$$Qq = \frac{2mddY}{dt^2}\cos(\Phi+\omega) - \frac{2mddX}{dt^2}\sin(\Phi+\omega) = \frac{2m}{dt^2}\left[ddY\cos(\Phi+\omega) - ddX\sin(\Phi+\omega)\right]$$

Or

Or les valeurs de X & Y fourniſſent :

$$X\cos(\Phi+\omega)+Y\sin(\Phi+\omega)=q,\ \&\ Y\cos(\Phi+\omega)-X\sin(\Phi+\omega)=0,$$

d'où nous tirons en différentiant :

$$dX\cos(\Phi+\omega)+dY\sin(\Phi+\omega)=dq,\ \&\ dY\cos(\Phi+\omega)-dX\sin(\Phi+\omega)=q(d\Phi+d\omega),$$

& en différentiant encore :

$$ddX\cos(\Phi+\omega)+ddY\sin(\Phi+\omega)=ddq-q(d\Phi+d\omega)^2,$$

$$ddY\cos(\Phi+\omega)-ddX\sin(\Phi+\omega)=2dq(d\Phi+d\omega)+q(dd\Phi+dd\omega).$$

De là donc les trois forces requiſes pour le mouvement de la particule m feront :

I. Selon $CQ=\frac{2m}{dt^2}\left[ddq-q(d\Phi+d\omega)^2\right]$;

II. Selon $Qq=\frac{2m}{dt^2}\left[2dq(d\Phi+d\omega)+q(dd\Phi+dd\omega)\right]$;

III. Selon $QM=\frac{2m\,dd\alpha}{dt^2}$;

& ces directions conviennent avec celles des viteſſes, que nous avons aſſignées cy-deſſus. Maintenant pour le mouvement roratoire du tuyau, l'arc BF étant $=b\Phi$, & la viteſſe en F $=Vu$, nous aurons $\frac{bd\Phi}{Vu}=dt$: enſuite la viteſſe reſpective de l'eau en M étant $=\frac{ffVv}{rr}$, & l'élément $Mm=ds$, nous aurons auſſi $\frac{rr\,ds}{ffVu}=dt$, & partant $\frac{d\Phi}{dt}=\frac{Vu}{b}$; $\frac{ds}{dt}=\frac{ffVv}{rr}$, & puiſque $d\omega=\frac{ds\cos\theta}{q}$, encore $\frac{d\omega}{dt}=\frac{ff\cos\theta}{qrr}Vv$. Par conſéquent $\frac{dd\Phi}{dt}=\frac{du}{2bVu}$; & $\frac{dd\omega}{dt}=\frac{ff\,dv\cos\theta}{2qrrVv}+ffVv.d.\frac{\cos\theta}{qrr}$.

Ces

Ces valeurs étant ſubſtituées, les trois forces requiſes ſeront :

I. Selon $CQ = 2m\left(\frac{1}{dt}d.\frac{dq}{dt} - q\left[\frac{Vu}{b} + \frac{ff\cos\theta}{qrr}Vv\right]^2\right)$

II. Selon $Qq = 2m\left(\frac{2dq}{dt}\left[\frac{Vu}{b} + \frac{ff\cos\theta}{qrr}Vv\right] + \frac{q\,du}{2bdtVu} + \frac{ff\,dv\cos\theta}{2rrdtVv} + \frac{ffqVv}{dt}d.\frac{\cos\theta}{qrr}\right)$

III. Selon $QM = \frac{2m}{dt}d.\frac{dz}{dt}$.

où il ne s'agit plus, quel différentiel a été ſuppoſé conſtant. C.Q.F.T.

COROLL. I.

XLIV. Nous avons ici deux ſortes de quantités variables à diſtinguer; les unes dépendent de la figure du tuyau, & de l'endroit où le point M eſt pris, ces quantités ſont q, rr, & l'angle θ, & leurs différentiels auront un rapport connu tant entr'eux qu'avec le différentiel ds. Les autres quantités dépendent uniquement du tems déjà écoulé t, & ſont, les viteſſes Vv & Vu, qu'on doit regarder comme des fonctions de t, & partant $\frac{dv}{dt}$ & $\frac{du}{dt}$ ſeront des quantités déterminées, & auſſi fonctions du tems t.

COROLL. 2.

XLV. Quoique le mouvement élémentaire nous découvre le rapport entre les différentiels ds & dt, par lequel nous avons $dt = \frac{rrds}{ffVv}$, il eſt pourtant néceſſaire pour la ſuite de ne comparer ces divers différentiels qu'avec ceux du même genre. Ainſi les rapports $\frac{dq}{dt}$ & $\frac{dz}{dt}$ n'ayant point cette forme, j'y ſubſtitue au lieu de dt ſa valeur $\frac{rrds}{ffVv}$ pour avoir $\frac{dq}{dt} = \frac{ffdqVv}{rrds}$ & $\frac{dz}{dt} = \frac{ffdzVv}{rrds}$, où les rapports $\frac{dq}{ds}$ & $\frac{dz}{ds}$ ſont déterminés par la forme du tuyau ſeulement.

co-

COROLL. 3.

XLVI. Repréſentons donc dans chaque terme ces diverſes quantités diſtinctement, & nous aurons :

$$\frac{dq}{dt} = ffVv.\frac{dq}{rrds}, \quad \& \quad \frac{dz}{dt} = ffVv.\frac{dz}{rrds},$$

dont les différentiels exprimés de la même maniere ſeront :

$$d.\frac{dq}{dt} = \frac{ffdv}{2Vv}.\frac{dq}{rrds} + ffVv.d.\frac{dq}{rrds};$$

$$d.\frac{dz}{dt} = \frac{ffdv}{2Vv}.\frac{dz}{rrds} + ffVv.d.\frac{dz}{rrds};$$

& puiſque les différentiels $d.\frac{dq}{rrds}$, $d.\frac{dz}{rrds}$ de même que $d.\frac{\cos\theta}{qrr}$, ne ſont pas commenſurables à dt, il y faut mettre pour dt ſa valeur $\frac{rrds}{ffVv}$ pour avoir :

$$\frac{1}{dt}d.\frac{dq}{dt} = \frac{ffdv}{2dtVv}.\frac{dq}{rrds} + \frac{f^4v}{rrds}.d.\frac{dq}{rrds};$$

$$\frac{1}{dt}d.\frac{dz}{dt} = \frac{ffdv}{2dtVv}.\frac{dz}{rrds} + \frac{f^4v}{rrds}.d.\frac{dz}{rrds};$$

$$\frac{ffVv}{dt}d.\frac{\cos\theta}{qrr} = \frac{f^4v}{rrds}.d.\frac{\cos\theta}{qrr}.$$

COROLL. 4.

XLVII. Si nous exprimons enſorte les trois forces requiſes trouvées, nous les obtiendrons repréſentées de la maniere ſuivante:

I. Force selon $CQ = 2m\left(\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ff\,dq}{rrds}+v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{dq}{rrds}-u.\frac{q}{bb}-v.\frac{f^4\cos\theta^2}{qr^4}-2\sqrt{vu}.\frac{ff\cos\theta}{rr}\right)$

II. Force selon $Qq = 2m\left(\frac{du}{2dt\sqrt{u}}.\frac{q}{b}+\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ff\cos\theta}{rr}+v.\frac{2f^4\,dq\cos\theta}{qr^4ds}+v.\frac{f^4q}{rrds}d.\frac{\cos\theta}{qrr}+2\sqrt{vu}.\frac{ff\,dq}{brrds}\right)$

III. Force selon $QM = 2m\left(\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ff\,dz}{rrds}+v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{dz}{rrds}\right)$

où chaque terme eſt réſolu en deux facteurs, dont le premier dépend uniquement du tems t, & l'autre uniquement de la forme du tuyau.

COROLL. 5.

XLVIII. Puisque $d.\frac{\cos\theta}{qrr} = -\frac{dq\cos\theta}{qqrr}+\frac{1}{q}d.\frac{\cos\theta}{rr}$, la ſeconde force ſelon la direction Qq ſera exprimée par cette formule:

II. Force selon $Qq = 2m\left(\frac{du}{2dt\sqrt{u}}.\frac{q}{b}+\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}.\frac{ff\cos\theta}{rr}+v.\frac{f^4\,dq\cos\theta}{qr^4ds}+v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{\cos\theta}{rr}+2\sqrt{vu}.\frac{ff\,dq}{brrds}\right)$

Or on voit que cette ſeule force fournit un moment à l'égard de l'axe de rotation AC.

PROBLEME III.

XLIX. *Trouver le moment total, que produiſent toutes les forces requiſes pour altérer le mouvement de rotation du tuyau.*

SOLUTION.

Suppoſant toutes les dénominations, dont nous nous ſommes ſervis dans le problème précédent, nous avons trouvé les trois forces requiſes, que le mouvement de chaque particule d'eau exige, ſelon les trois directions CQ, Qq, & QM; or il eſt évident que les deux forces ſelon CQ & QM ne contribuent rien à altérer le mouvement de rotation du tuyau, puiſque leurs directions, ou paſſent par l'axe de

rota-

rotation, ou lui ſont paralleles. Il ne reſte donc qu'à conſidérer la force ſelon Qq; qui étant multipliée par la longueur du levier $CQ = q$ produit un moment à accélérer le mouvement de rotation, qui eſt ſuppoſé ſe faire dans le ſens BF. Donc une particule d'eau quelconque, qui ſe trouve dans la ſection M du tuyau, dont la maſſe eſt ſuppoſée $= m$, fournit le moment ſuivant :

$$2m\left(\frac{du}{2dt\sqrt{u}}\cdot\frac{qq}{b}+\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}\cdot\frac{ffq\cos\theta}{rr}+v.\frac{f^4dq\cos\theta}{r^4ds}+v.\frac{f^4q}{rrds}d.\frac{\cos\theta}{rr}+2\sqrt{vu}.\frac{ffqdq}{brrds}\right).$$

Il s'agit donc de chercher la ſomme de tous ces momens, qui répond à toute la maſſe d'eau contenuë dans le tuyau. Pour cet effet prenons m pour déſigner la quantité élémentaire de l'eau, qui occupe l'eſpace du tuyau Mm. Cet eſpace étant un cylindre de la baſe $= rr$, & de la longueur $Mm = ds$, la maſſe de l'eau, qui y eſt contenuë, eſt $= rrds$, & partant poſant $m = rrds$, le moment accélérateur, qui répond à cet élément d'eau, ſera :

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}\cdot\frac{qqrrds}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}\cdot ffqds\cos\theta+2v.\frac{f^4dq\cos\theta}{rr}+2vf^4qd.\frac{\cos\theta}{rr}+4\sqrt{vu}.\frac{ffqdq}{b}.$$

Puiſqu'il faut chercher la ſomme de tous ces momens pour l'inſtant preſent, l'intégration doit être inſtituée en ſorte, qu'on regarde toutes les quantités, qui dépendent du tems t, comme conſtantes: telles ſont v, u, $\frac{du}{dt\sqrt{u}}$, & $\frac{dv}{dt\sqrt{v}}$, que nous avons ſoigneuſement ſéparées des autres quantités, qui ſont variables avec le point M, & qui dépendent de la figure du tuyau. L'intégrale de cette formule ſera donc

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}\int\frac{qqrrds}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}\int ffqds\cos\theta+2v.\int\frac{f^4dq\cos\theta}{rr}+2v\int f^4qd.\frac{\cos\theta}{rr}+2\sqrt{vu}.\frac{ffqq}{b}+\text{Conſt.}$$

Or il eſt évident que $\int f^4qd.\frac{\cos\theta}{rr}=\frac{f^4q\cos\theta}{rr}-\int\frac{f^4dq\cos\theta}{rr}$; cet-

te valeur étant donc ſubſtituée, l'integrale ſe réduira à cette forme :

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}\int\frac{qqrrds}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}\int ffqds\cos\theta+2v\frac{f^4q\cos\theta}{rr}+2\sqrt{vu}.\frac{ffqq}{b}+\text{Conſt.}$$

Pour accommoder cette intégrale à toute la quantité d'eau contenue dans le tuyau, ſoit à l'inſtant préſent le tuyau rempli jusqu'en E ; que la largeur du tuyau en E ſoit $= ee$, la diſtance du point E à l'axe ou $EA = c$; & que la direction du tuyau en E faſſe avec la direction du mouvement de rotation du point E un angle $= \varepsilon$; & que les intégrales $\int\frac{qqrrds}{b}$ & $\int ffqds\cos\theta$ commencent du point E. Cela poſé, le moment, qui réſulte de la quantité d'eau contenuë dans la portion du tuyau EM, puisque au point E il devient $q = c$; $rr = ee$ & $\theta = \varepsilon$, ſera

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}\int\frac{qqrrds}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}\int ffqds\cos\theta+2v\left(\frac{f^4q\cos\theta}{rr}-\frac{f^4c\cos\varepsilon}{ee}\right)+2\sqrt{vu}.\left(\frac{ffqq}{b}-\frac{ffcc}{b}\right).$$

Qu'on étende maintenant cette intégrale par toute la longueur du tuyau depuis E jusqu'en F, où devient $q = b$; $rr = ff$, & $\theta = \zeta$ poſant ζ pour l'angle que la direction du tuyau en F fait avec l'arc FB ; & ſoient pour le tuyau tout entier les valeurs intégrales :

$$\int\frac{qqrrds}{b} = M \quad \& \quad \int ffqds\cos\theta = N$$

Cela poſé, le moment total de toutes les forces requiſes, qui tend à accélérer le mouvement rotatoire du tuyau, ſera :

$$\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}}+\frac{N\,dv}{dt\sqrt{v}}+2ff\left(b\cos\zeta-\frac{cff}{ee}\cos\varepsilon\right)v+\frac{2ff}{b}(bb-cc)\sqrt{vu}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

L. Si tant le mouvement rotatoire du tuyau, que le mouvement reſpectif de l'eau, dont elle ſort par l'ouverture F eſt uniforme, de ſorte que $\frac{du}{dt\sqrt{u}} = 0$ & $\frac{dv}{dt\sqrt{v}} = 0$, le moment des forces requiſes deviendra :

$$2ff\left(b\cos\zeta - \frac{cff}{ee}\cos\varepsilon\right)v + 2ff\left(b - \frac{cc}{b}\right)Vvu$$

Ce moment dépend donc premièrement des deux viteſſes Vv & Vu, enſorte que plus ces viteſſes ſeront grandes, plus auſſi deviendra grand le moment.

COROLL. 2.

LI. Enſuite, par rapport à la figure du tuyau, ce même moment dépend premièrement des quantités b, ff, & ζ, qui ſe rapportent à l'ouverture F, & enſuite des quantités c, ee, & ε, qui ſe rapportent à l'autre ſection E du tuyau, où l'eau eſt déterminée, de ſorte que la figure intermédiaire du tuyau entre les extremités E & F ne vient en aucune conſidération, dans le cas, où les deux viteſſes Vv, & Vu, ſont conſtantes.

COROLL. 3.

LII. De là on peut conclure dans ce cas, que quelle que ſoit la figure & l'amplitude du tuyau entre les extremités E & F, le moment des forces requiſes ſera toujours le même, & cela quand même l'amplitude du tuyau entre ces termes ne ſeroit pas quaſi infiniment petite, par rapport à la diſtance de l'axe de rotation, d'où l'on voit, que cette condition, quoiqu'elle ait paru dabord néceſſaire dans le calcul, n'affecte point la concluſion, que nous venons d'en tirer.

COROLL. 4.

LIII. Or, lorsque la viteſſe rotatoire du tuyau Vu, ou la viteſſe reſpective de l'eau en F, Vu, ou toutes les deux ne ſont pas uniformes, alors le moment des forces requiſes dépend outre cela de toute la figure du tuyau depuis E jusqu'en F, & de l'amplitude, qu'il a à chaque ſection. Car les quantités M & N renferment la figure tout entière du tuyau.

COROLL. 5.

LIV. Il eſt auſſi à remarquer que l'intégrale $\int qrrds = bM$ exprime le moment d'inertie de toute la maſſe d'eau par rapport à l'axe AC, puisque $rrds$ eſt l'élément de la maſſe d'eau en Mm, & qq le quarré de ſa diſtance à l'axe AC. Enſuite poſant l'angle $FCQ = \omega$,

pour avoir $Qq = qd\omega$, puisque $ds\cos\theta = Qq$, l'autre intégrale fera $N = \int\!\!\int qqd\omega$, ou bien $\frac{N}{ff} = \int qqd\omega$. Or $\frac{1}{2}\int q'qd\omega$ exprime l'aire formée par la projection du tuyau sur le plan de la planche.

COROLL. 6.

Fig. 2. LV. Soit donc FQB la projection de la figure du tuyau sur le plan de la planche, qu'on suppose perpendiculaire à l'axe de rotation, ou D soit la projection du point E, & posant l'aire FCD = A, on aura $N = 2Aff$. De plus posant le moment d'inertie de toute la masse d'eau = J, on aura $M = \frac{J}{b}$, d'où l'on comprend plus évidement comment les quantités intégrales M & N dépendent de la figure & largeur du tuyau.

SCHOLIE.

LVI. Il semble d'abord paradoxe, que dans le cas de l'uniformité des deux mouvemens, le moment des forces requises ne dépende point du tout de la figure & largeur intermédiaire; car on comprend aisément, que si le tuyau étoit en quelque endroit trop étroit, cela troubleroit considérablement le mouvement de l'eau. Mais dans un tel cas, il faut remarquer, ou que la viteſſe uniforme de l'eau, Vv, deviendroit différente, ou que le mouvement ne sauroit jamais parvenir à l'uniformité. Cependant il faut remarquer, que si le tuyau étoit trop étroit, nos conclusions pourroient différer très considérablement de la vérité, mais cela par une raison tout différente. Car dans ces cas le frottement de l'eau par des tuyaux si étroits deviendroit trop grand, & arrêteroit le mouvement; & par cette raison il sera nécessaire de donner au tuyau entre les extrémités E & F partout une largeur assés considérable pour empêcher l'effet du frottement, & de là on tirera encore cet avantage, que le mouvement de l'eau arrivera d'autant plus promtement à l'uniformité.

PRO-

PROBLEME IV.

LVII. *L'axe autour duquel le tuyau tourne étant vertical, & le mouvement tant du tuyau que de l'eau quelconque, trouver la force de réaction de l'eau pour altérer le mouvement de rotation.* Fig. 1.

SOLUTION.

Ayant déjà déterminé les forces requiſes, & le moment qui en réſulte, puisque la réaction dépend tant des forces requiſes, que des forces actuelles, nous devons conſidérer, quelles ſont les forces actuelles dans le cas propoſé. Or puisqu'il n'y a point de piſtons, dont l'eau ſoit pouſſée, les forces actuelles ne renferment que la peſanteur de l'eau, dont la direction étant verticale, & partant parallele à l'axe de rotation A C, il n'en réſultera aucun moment pour altérer le mouvement de rotation du tuyau, ou bien le moment des forces actuelles ſera = o. Or la réaction étant égale aux forces actuelles moins les forces requiſes, le moment de la réaction ſe trouvera, quand on retranche le moment des forces requiſes du moment des forces actuelles = o, ou le moment de la réaction ſera égal & contraire au moment des forces requiſes, que nous venons de déterminer dans le problème précédent. Donc, conſervant toutes les dénominations expliquées dans le problème précédent, le moment de la réaction, qui tend à accélérer le mouvement de rotation dans le ſens B F, ſera,

$$-\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}} - \frac{N\,dv}{dt\sqrt{v}} + 2ff\left(\frac{cff}{ee}\cos\varepsilon - b\cos\zeta\right)v + 2ff\left(\frac{cc}{b}-b\right)\sqrt{vu}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

LVIII. Si donc, tant le mouvement du tuyau que celui de l'eau par la ſection F eſt uniforme, le moment de la réaction pour accélérer le mouvement du tuyau ſera :

$$2ff\left(\frac{cff}{ee}\cos\varepsilon - b\cos\zeta\right)v + 2ff\left(\frac{cc}{b}-b\right)\sqrt{vu}$$

qui ne dépend donc point de la figure du tuyau entre les extremités E & F.

co-

COROLL. 2.

LIX. Mais, lorsque le mouvement du tuyau eſt varié, l'accélération diminue le moment de la réaction, or la retardation l'augmente de la quantité $\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}}$; puisque la quantité M eſt toujours poſitive. Mais la quantité N pouvant être tant affirmative que negative, l'accélération du mouvement de l'eau peut tantôt augmenter tantôt diminuer le moment de la réaction.

COROLL. 3.

Fig. 2. LX. Donc, pour que l'accélération du mouvement de l'eau contribue quelque choſe à augmenter le moment de la réaction, il faut que l'aire de la projection du tuyau F C D devienne négative, ou que la courbe F Q D tombe de l'autre côté du rayon CF: & plus cette aire ſera grande, plus auſſi ſera augmenté le moment de la réaction par l'accélération de l'eau dans le tuyau.

COROLL. 4.

Fig. 1. LXI. Par rapport à la direction du tuyau en F, le moment de la réaction ſera le plus grand, lorsque l'angle ζ eſt égal à deux droits, c'eſt à dire, lorsque la direction du mouvement reſpectif de l'eau en F eſt oppoſée à la direction du mouvement du tuyau, ou lorsque le bout du tuyau en F eſt dirigé ſelon la direction F B. Dans ce cas, à cauſe de $\cos\zeta = -1$, le moment de la réaction ſera:

$$-\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}} - \frac{N\,dv}{dt\sqrt{v}} + 2ff\left(\frac{cff\cos\varepsilon}{ee} + b\right)v + 2ff\left(\frac{cc}{b} - b\right)\sqrt{vu}$$

COROLL. 5.

LXII. Or, puisque la plus haute ſurface de l'eau en E eſt horizontale, il faut que la direction du tuyau en E ſoit verticale, ou l'angle ε droit. Cette circonſtance diminue le moment de l'inertie, qui ſera:

$$-\frac{M\,du}{dt\sqrt{u}} - \frac{N\,dv}{dt\sqrt{v}} + 2bffv + 2ff\left(\frac{cc}{b} - b\right)\sqrt{vu}$$

CO-

COROLL. 6.

LXIII. Si le tuyau outre cela étoit en repos, ou $u = o$, le moment de la réaction ſeroit $= -\frac{N\,dv}{dt\,Vv} + 2\,b\,ff\,v$, & dans le cas de l'uniformité du mouvement de l'eau, ce moment ſera $= 2\,b\,ff\,v$: où $ff\,v$ marque le volume ou le poids d'un cylindre d'eau, dont la baſe $= ff$ & la hauteur $= v$; or b eſt la longueur du levier. D'où l'on voit, que la réaction doit être eſtimée par le double dudit cylindre.

SCHOLIE.

LXIV. Ayant ainſi déterminé la force de la réaction, & le moment qui en réſulte pour accélérer le mouvement rotatoire du tuyau, on comprendra aiſément, comme il eſt poſſible de conſtruire de telles machines, qui ſont capables par cette force de vaincre quelque obſtacle: & on voit comment on devroit arranger les élémens, qui entrent dans cette détermination, pour porter la réaction à la plus grande valeur, dont elle eſt ſuſceptible. Mais la viteſſe de l'eau Vv ne dépend pas de notre volonté; il faut la déterminer par les principes de l'Hydrodynamique, & ſubſtituer enſuite ſa valeur dans la formule trouvée. Or, puisque le tuyau lui-même eſt ſuppoſé en mouvement, la détermination du mouvement de l'eau demande des précautions ſingulieres, que je tâcherai de mettre dans tout leur jour. Mais, avant que d'entreprendre cette recherche, il ſera bon d'expliquer ce que c'eſt que l'état de preſſion, qu'il faut conſidérer dans l'eau, ſoit qu'elle ſoit en repos ou en mouvement.

DEFINITION V.

LXV. *La preſſion, où l'eau ſe trouve, eſt la force, dont les particules d'eau ſont preſſées enſemble; & par laquelle elles ſeroient comprimées effectivement, ſi l'eau étoit ſuſceptible d'aucune compreſſion.*

COROLL. 1.

LXVI. Dans une eau dormante la preſſion eſt en raiſon de la profondeur; dans la ſurface elle évanoüit, & à une profondeur de

deux pieds elle eſt deux fois plus grande qu'à une profondeur d'un pied ; & en général à une profondeur quelconque la preſſion eſt proportionnelle à la profondeur. Ce qui eſt clair par les premiers principes de l'Hydroſtatique.

COROLL. 2.

LXVII. A la profondeur $= x$, ſous la ſuperficie d'une eau dormante, la preſſion eſt égale au poids d'une colonne d'eau, dont la hauteur eſt $= x$, & la baſe égale à la ſurface, qui ſoutient la preſſion. Cette ſurface étant $= hh$, la preſſion égalera le poids d'une maſſe d'eau, dont le volume eſt $= hhx$. Ainſi connoiſſant la profondeur $= x$, on connoitra auſſi la quantité de la preſſion.

COROLL. 3.

LXVIII. Or, lorsque l'eau n'eſt pas en repos, la preſſion en chaque point demande des recherches plus profondes. Cependant, quelque grande que ſoit la preſſion, on peut toujours concevoir une profondeur dans une eau dormante, où la preſſion ſeroit la même, & cette profondeur fournira la plus juſte meſure de la preſſion, qui ſubſiſtera à un point quelconque d'une eau agitée.

COROLL. 4.

LXIX. Ainſi quand je dirai, que la hauteur p exprime la preſſion de l'eau dans une ſection quelconque M du tuyau, dont il a été traité cy-deſſus, cela ſignifie que la preſſion en M eſt préciſément égale à celle qui ſe trouve à la profondeur $= p$ d'une eau dormante. Une telle hauteur donc nous ſervira de meſure de la preſſion, où une eau quelconque puiſſe ſe trouver.

SCHOLIE 1.

LXX. Il eſt de la derniere importance de bien développer cette idée de la preſſion, puiſque cette preſſion eſt la force immédiate, qui agit ſur l'eau dans le tuyau, & qui y cauſe, ou l'accélération, ou la retardation. Ainſi conſidérant l'élément d'eau, qui occupe l'eſpace du tuyau Mm, ſi nous exprimons la preſſion de l'eau dans la ſection M par la hauteur $= p$, cet élément d'eau ſera pouſſé en avant ſelon Mm

par

par une force égale au poids d'un volume d'eau $= prr$, puisque rr dénote l'amplitude de la ſection M, & l'eau eſt actuellement aſſujettie à l'action de cette force ſelon la direction Mm. Or à l'autre bout de cet élément d'eau en m, la preſſion qui y régne, agira en ſens contraire, & pouſſera l'eau en arrière ſuivant mM: ſoit donc $p + dp$ la hauteur, qui exprime la preſſion en m, & $rr + 2rdr$ la ſection en m; or, quelque différente que cette baſe m puiſſe être de celle en M, pourvû que la hauteur $p + dp$ ſoit égale à celle-là p, ces deux forces ſe détruiroient; donc l'équilibre n'eſt troublé qu'entant que la hauteur $p + dp$ eſt différente de p. On pourra donc regarder la baſe en M, & la force qui pouſſe en arrière ſelon mM égale-à un poids d'eau, dont le volume $= (p + dp)rr$: & partant l'élément d'eau Mm dont la maſſe $= rrds$, eſt pouſſé en arrière ſuivant mM avec une force $= rrdp$, qui étant diviſée par la maſſe $rrds$ donne la force retardatrice $= \frac{dp}{ds}$, ou bien la force accélératrice $= -\frac{dp}{ds}$. Donc à cauſe de l'état de preſſion, où l'eau ſe trouve dans le tuyau, l'eau ſera actuellement ſollicitée ſuivant la direction du tuyau en M, où l'eau ſe trouve.

SCHOLIE 2.

LXXI. Outre cette force, l'eau eſt encore actuellement ſollicitée par ſa propre peſanteur, ſelon la direction verticale MQ, & cette force eſt égale au poids de l'élement d'eau Mm, ou à ſa maſſe $= rrds$. Cette force en donne par la décompoſition auſſi une, qui agit ſelon la direction Mm, qui ſera à celle-là comme $-dz$ à ds, & partant $= -rrdz$, d'où réſulte une force accélératrice ſelon la direction du tuyau M$m = -\frac{dz}{ds}$, & cette force avec la précédente $-\frac{dp}{ds}$, produiſent immédiatement l'accélération de l'élément d'eau Mm ſuivant la direction Mm. Il y aura bien d'autres forces, qui agiſſent auſſi ſur cet élément d'eau, comme l'autre, qui réſulte de la décompoſition de la peſanteur, & le tuyau lui même exercera quelques forces, entrai-

hant l'eau par ſon mouvement; mais les directions de ces autres forces étant perpendiculaires à la direction Mm, ne contribuëront rien à l'accélération ſuivant la direction Mm. Donc, puisque la preſſion de l'eau ne produit d'autre accélération, que ſuivant Mm, c'eſt réciproquement de l'accélération de l'eau ſuivant cette direction Mm qu'il faut chercher la preſſion de l'eau; & partant pour trouver cette preſſion, de laquelle dépend la détermination du mouvement de l'eau dans le tuyau, ou la viteſſe Vv, nous devons décompoſer les forces accélératrices, dont l'eau doit être ſollicitée, en une, qui agit ſelon la direction Mm, & en deux autres, dont les directions y ſont perpendiculaires; or, puisque ces deux dernieres ne contribuent rien à la recherche, dont il s'agit, nous pourrons nous en paſſer entièrement.

PROBLEME V.

Fig. 1. LXXII. *Des forces requiſes trouvées cy-deſſus tirer la force accélératrice, dont l'eau en* M *eſt accélérée ſuivant la direction du tuyau* Mm, *les directions des autres forces, qui réſultent outre celle-cy des forces requiſes, étant normales à la direction* Mm.

SOLUTION.

Ayant trouvé cy-deſſus les forces requiſes pour un élément d'eau dont la maſſe $= m$ dans la ſection du tuyau M, poſons pour abréger ces trois forces: la force ſelon $CQ = P$; la force ſelon $Qq = Q$; la force ſelon $QM = R$, de ſorte que nous ayons par le §. 47.

$$P = 2m\left(\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}\cdot\frac{ffdq}{rrds} - u.\frac{q}{bb} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{dq}{rrds} - v.\frac{f^4\cos\theta^2}{qr^4} - 2\sqrt{vu}.\frac{ff\cos\theta}{rr}\right)$$

$$Q = 2m\left(\frac{du}{2dt\sqrt{u}}\cdot\frac{q}{b} + \frac{dv}{2dt\sqrt{v}}\cdot\frac{ff\cos\theta}{rr} + v.\frac{f^4dq\cos\theta}{qr^4ds} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{\cos\theta}{rr} + 2\sqrt{vu}.\frac{ffdq}{brrds}\right)$$

$$R = 2m\left(\frac{dv}{2dt\sqrt{v}}\cdot\frac{ffdz}{rrds} + v.\frac{f^4}{rrds}d.\frac{dz}{rrds}\right).$$

Con-

Conſidérons d'abord la force Q, qui agit ſelon la direction Qq, & puiſque θ marque l'angle, que fait la direction Qq avec Mm, la force qui en réſulte ſuivant Mm ſera $= Q\cos\theta$. De même maniere de la force R ſelon QM, puiſque le coſinus de l'angle, que fait QM avec Mm eſt $= \frac{dz}{ds}$, il réſulte de cette force une ſuivant Mm, qui ſera $= \frac{Rdz}{ds}$. Pour la force P ſelon CQ, elle donnera pareillement pour la direction Mm une force $= \frac{Pdq}{ds}$; & les directions des autres forces, qui réſultent de ces réſolutions, ſont perpendiculaires à la direction Mm. Donc de toutes les trois forces P, Q, R, il réſulte une force ſuivant Mm, qui ſera $= \frac{Pdq}{ds} + Q\cos\theta + \frac{Rdz}{ds}$; & ſubſtituant les valeurs pour P, Q, R, cette force proviendra $=$

$$2m\left\{\begin{array}{l}\frac{du}{2dtVu}\cdot\frac{q\cos\theta}{b}+\frac{dv}{2dtVv}\left(\frac{ff\,dq^2}{rrds^2}+\frac{ff\cos\theta^2}{rr}+\frac{ff\,dz^2}{rrds^2}\right)-u\cdot\frac{q\,dq}{bbds}\\ +v\left(\frac{f^4\,dq}{rrds^2}\,d.\frac{dq}{rrds}+\frac{f^4\cos\theta}{rrds}\,d.\frac{\cos\theta}{rr}+\frac{f^4\,dz}{rrds^2}\,d.\frac{dz}{rrds}\right).\end{array}\right.$$

Mais, puiſque $\cos\theta = \frac{qd\omega}{ds}$, le facteur de $\frac{dv}{2dtVv}$ ſera

$$\frac{ff}{rrds^2}(dq^2 + qqd\omega^2 + dz^2) = \frac{ff}{rr},$$

à cauſe de $dq^2 + qqd\omega^2 + dz^2 = ds^2$, comme il eſt évident de la figure.

De même le facteur de v, ſera

$$\frac{f^4}{ds}\left(\frac{dq}{rrds}\,d.\frac{dq}{rrds}+\frac{qd\omega}{rrds}\,d.\frac{qd\omega}{rrds}+\frac{dz}{rrds}\,d.\frac{dz}{rrds}\right),\quad\&\text{ partant}$$

$$\frac{f^4}{2ds}\left(d\left(\frac{dq}{rrds}\right)^2+d\left(\frac{qd\omega}{rrds}\right)^2+d.\left(\frac{dz}{rrds}\right)^2\right)=\frac{f^4}{2ds}\,d.\frac{dq^2+qqd\omega^2+dz^2}{r^4ds^2}\Big)$$

qui par conſéquent ſe reduit à $\frac{f^4}{2ds}\,d.\frac{1}{r^4}$.

Donc la force qui agit ſelon M m ſera

$$\frac{m\,du}{dt\sqrt{u}}.\frac{q\cos\theta}{b}+\frac{m\,dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{rr}-mu.\frac{2q\,dq}{bb\,ds}+mv.\frac{f^4}{ds}\,d.\frac{1}{r^4},$$

qui étant diviſée par la maſſe m, donne la force accélératrice ſuivant la direction du tuyau M m,

$$\frac{du}{dt\sqrt{u}}.\frac{q\cos\theta}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{rr}-u.\frac{2q\,dq}{bb\,ds}+v.\frac{f^4}{ds}\,d.\frac{1}{r^4},$$

où j'ai encore ſéparé dans chaque terme les facteurs, qui dépendent du tems, de ceux qui dépendent de la figure du tuyau. C. Q. F. D.

COROLL. 1.

LXXIII. Si le tuyau étoit en repos, l'accélération de l'eau en M ſelon la direction du tuyau M m ſeroit $=\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{rr}+v.\frac{f^2}{ds}\,d.\frac{1}{r^4}$; & c'eſt la même formule, qu'on a trouvée par les principes ordinaires pour le mouvement de l'eau dans des tuyaux immobiles. Par là on voit donc, combien cette accélération eſt altérée par le mouvement du tuyau.

COROLL. 2.

LXXIV. Or, ſi tant le mouvement du tuyau que celui de l'eau eſt uniforme, l'accélération de l'eau en M ſuivant la direction M m ſera:

$-u$.

$$-u.\frac{2qdq}{bbds}+v.\frac{f^4}{ds}\,d.\frac{1}{r^4}=-u.\frac{2qdq}{bbds}-v.\frac{4f^4dr}{r^5ds},$$

elle eſt donc négative lorsque l'eau s'éloigne de l'axe, & lorsque la largeur du tuyau va en croiſſant.

PROBLEME VI.

LXXV. *Le mouvement rotatoire du tuyau, & le mouvement de l'eau par le tuyau étant donné, trouver l'état de la preſſion de l'eau en chaque endroit du tuyau, ſuppoſant, que l'axe de rotation ſoit vertical.*

SOLUTION.

Gardant toutes les dénominations qui ont été faites jusqu'ici, ſoit p la hauteur qui exprime la preſſion de l'eau dans la ſection M; & nous avons vu, que de cette preſſion réſulte une force accélératrice ſelon la direction $Mm=-\frac{dp}{ds}$. Enſuite l'axe de rotation AC étant vertical, la gravité de l'eau fournit auſſi une force accélératrice ſelon la direction Mm qui eſt $=-\frac{dz}{ds}$, comme nous avons vu (69). Donc la force accélératrice entiere, dont l'eau en M eſt actuellement ſollicitée ſuivant la direction Mm, ſera $=-\frac{dp}{ds}-\frac{dz}{ds}$, & les directions de toutes les autres forces qui agiſſent encore ſur l'eau en M ſont perpendiculaires à cette direction. Ayant donc déterminé dans le problème précédent l'accélération que l'eau en M ſouffre réellement ſelon Mm, les autres accélérations étant auſſi réduites à des directions perpendiculaires à celles-cy, il faut que cette accélération réelle trouvée cy-deſſus ſoit égale à celle, qui y agit actuellement, ce qui nous fournit cette équation :

$$-\frac{dp}{ds}-\frac{dz}{ds}=\frac{du}{dt\sqrt{u}}.\frac{q\cos\theta}{b}+\frac{dv}{dt\sqrt{v}}.\frac{ff}{rr}-u.\frac{2qdq}{bbds}+v.\frac{f^4}{ds}\,d.\frac{1}{r^4},$$

d'où

d'où l'on pourra déterminer la valeur de la preſſion p à chaque endroit du tuyau. Car multipliant par ds on aura cette équation différentielle

$$dp = -dz - \frac{du}{dt\sqrt{u}} \cdot \frac{qds\cos\theta}{b} - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \cdot \frac{ffds}{rr} + u \cdot \frac{2qdq}{bb} - v \cdot f^4 d \cdot \frac{1}{r^4},$$

& puisqu'il s'agit de trouver la preſſion p pour l'inſtant préſent, on doit regarder comme conſtantes les quantités, qui ne varient qu'avec le tems, ſavoir, u, v, $\frac{dv}{dt\sqrt{v}}$, & $\frac{du}{dt\sqrt{u}}$, & partant l'intégrale ſera :

$$p = C - z - \frac{du}{dt\sqrt{u}} \cdot \int \frac{qds\cos\theta}{b} - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \cdot \int \frac{ffds}{rr} + u \cdot \frac{qq}{bb} - v \cdot \frac{f^4}{rr},$$

où je ſuppoſe que les intégrales $\int \frac{qds\cos\theta}{b}$, & $\int \frac{ffds}{rr}$ ſont priſes depuis la ſection E, où ſe trouve la plus haute ſuperficie de l'eau du moins pour l'inſtant préſent. Donc, puisque la preſſion à la ſuperficie en E eſt nulle, & que là devient $q = c$, & $rr = ee$, ſi nous ſuppoſons la hauteur de E au deſſus du plan horizontal B C F, ou $AC = a$, nous en tirerons la valeur de la conſtante C, de ſorte que la véritable preſſion à un endroit quelconque M ſera :

$$p = a - z + u\left(\frac{qq}{bb} - \frac{cc}{bb}\right) - v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right) - \frac{du}{dt\sqrt{u}} \cdot \int \frac{qds\cos\theta}{b} - \frac{dv}{dt\sqrt{v}} \int \frac{ffds}{rr}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

LXXVI. Cette formule exprime donc la hauteur p, qui nous ſert de meſure de la preſſion, & nous voyons qu'elle eſt compoſée de cinq membres :

I. $a - z$; II. $-\frac{u(cc-qq)}{bb}$; III. $-v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right)$;

IV. $-\frac{du}{dt\sqrt{u}} \int \frac{qds\cos\theta}{b}$; V. $-\frac{dv}{dt\sqrt{v}} \int \frac{ffds}{rr}$;

le

le premier membre $a-z$ marque la profondeur AN, à laquelle la ſection M ſe trouve au deſſus de la ſuperficie E; & cette quantité marqueroit la preſſion de l'eau en M, ſi le tuyau & l'eau étoient en repos.

COROLL. 2.

LXXVII. Le ſecond membre $-\frac{u(cc-qq)}{bb}$ nous découvre combien le mouvement de rotation du tuyau trouble la preſſion, & nous voyons que cet effet eſt proportionel au quarré de la viteſſe angulaire du tuyau, qui eſt $=\frac{Vu}{b}$. Nous voyons de plus, que ſi la diſtance $MN=q$, eſt plus grande que $AE=c$, cet effet augmente la preſſion, mais ſi $MN<AE$, il diminuë la preſſion, puiſqu'il devient alors négatif. Mais ſi $MN=AE$; ce membre ne change point du tout la preſſion.

COROLL. 3.

LXXVIII. Le troiſième membre $-v\left(\frac{f^4}{r^4}-\frac{f^4}{e^4}\right)$ eſt proportionnel au quarré de la viteſſe reſpective, dont l'eau ſort par l'ouverture F, ou puiſque $ffVv$ exprime la quantité d'eau qui échape par l'ouverture F dans un tems donné, ce membre étant $f^4v\left(\frac{1}{r^4}-\frac{1}{e^4}\right)$, eſt proportionnel au quarré de cette quantité d'eau. Outre cela la preſſion ſera augmentée par ce membre, lorsque $rr>ee$, ou lorsque la largeur du tuyau en M eſt plus grande qu'en E; mais elle en ſera diminuée, ſi la largeur en M eſt plus petite qu'en E.

COROLL. 4.

LXXIX. Les deux autres membres dépendent de l'accélération ou du mouvement du tuyau, ou de celui de l'eau, & l'un & l'autre eſt négatif, lorsque les mouvemens ſont accélérés; or le quatrième

redevient affirmatif, lorsque la formule $\int \frac{q\,ds\,\mathrm{cof}\,\theta}{b}$, ou l'aire de la projection du tuyau, eſt négative.

COROLL. 5.

LXXX. Mais lorsque l'un & l'autre mouvement eſt uniforme, les deux derniers membres évanouiſſent, & la preſſion en M ſera exprimée par la hauteur $p = a - z - \frac{u(cc-qq)}{bb} - v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right)$, & ne renferme plus de formules intégrales. Et ſi outre cela $q = c$, & $rr = ee$, la preſſion ſera $p = a - z$, ou bien la même que ſi le tuyau & l'eau étoient en repos.

SCHOLIE.

LXXXI. Il pourroit donc arriver que la preſſion en M devint même négative, & alors l'eau abandonneroit les parois du tuyau, & y laiſſeroit un vuide, ſi elle n'étoit pas comprimée par le poids de l'atmoſphère. Mais l'atmoſphère ne ſauroit conſerver la continuité de l'eau dans le tuyau, qu'entant que ſa preſſion ſurpaſſe la preſſion négative : ou bien, ſi nous poſons k pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui contrebalance la preſſion de l'atmoſphère, qu'on ſait être de 32 pieds environ, la véritable preſſion en M, entant qu'elle eſt augmentée par le poids de l'atmoſphère, ſera

$$p = k + a - z - \frac{u(cc-qq)}{bb} - v\left(\frac{f^4}{r^4} - \frac{f^4}{e^4}\right) - \frac{du}{dt\sqrt{u}}\int \frac{q\,ds\,\mathrm{cof}\,\theta}{b} - \frac{dv}{dt\sqrt{v}}\int \frac{ff\,ds}{rr},$$

& pourvu que cette quantité ne devienne pas négative, l'eau demeurera continuë dans le tuyau. Mais, s'il arrivoit qu'à quelque endroit du tuyau cette quantité devint négative, l'eau abandonneroit les parois du tuyau, & y laiſſeroit un vuide ; or il faut bien prendre garde que cet accident n'arrive, puiſqu'alors l'expérience s'écarteroit de la théorie. Cet accident ſeroit à craindre, ſi le tuyau avoit une trop grande convergence vers l'axe AC, ou ſi les diſtances q étoient plus petites que

la

la diſtance $AE = c$, & ſi de plus la largeur du tuyau en M étoit beaucoup plus petite que celle en E ; & de là on voit aiſément, comment en chaque cas on pourra aiſément prévenir cet accident. Cela remarqué, je paſſe à la recherche du mouvement de l'eau dans un tuyau, qui tourne autour d'un axe vertical d'un mouvement quelconque.

PROBLEME VII.

LXXXII. *Le mouvement, dont le tuyau tourne autour de l'axe vertical* AC *étant donné, déterminer la viteſſe* V v, *avec laquelle l'eau ſortira par l'orifice* F, *qui ſe trouve au bas du tuyau.*

SOLUTION.

Puisque l'eau ſort par l'orifice $F = ff$ librement dans l'air, la preſſion en F ſera nulle, ou bien, ſi l'on fait entrer dans le calcul la preſſion de l'atmoſphère k, elle y ſera $= k$. Ayant donc trouvé dans le problème précédent la preſſion dans une ſection quelconque M du tuyau, ou la valeur de p, nous n'avons qu'à en tirer la preſſion qui convient à l'orifice F, où l'on aura $q = b$, $rr = ff$, & $z = 0$; or pour les intégrales qu'il faut prendre pour toute la maſſe d'eau contenuë dans le tuyau depuis E jusqu'en F, puisque nous avons déjà ſuppoſé la valeur intégrale entiere $\int ff q\, ds \cos\theta = N$, nous aurons $\int \frac{q\, ds \cos\theta}{b} = \frac{N}{b\,ff}$, & ſoit la valeur totale $\int \frac{ds}{rr} = L$. Cela poſé, la preſſion en F ſera exprimée par la hauteur :

$$a - u\left(\frac{c\,c}{b\,b} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right) - \frac{N}{b\,ff} \cdot \frac{du}{dt\sqrt{u}} - L\,ff \cdot \frac{dv}{dt\sqrt{v}},$$

qui doit être égalée à zero, puisque nous négligeons le poids de l'atmoſphère.

Par conſéquent nous aurons l'équation ſuivante à réſoudre

$$0 = a - u\left(\frac{c\,c}{b\,b} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right) - \frac{N}{b\,ff} \cdot \frac{du}{dt\sqrt{u}} - L\,ff \cdot \frac{dv}{dt\sqrt{v}},$$

où, la quantité u avec $\frac{du}{dt\sqrt{u}}$ étant une fonction donnée du tems, cette équation nous découvre l'accélération de l'eau, qui sort par l'orifice F.

Mais pour trouver la viteſſe même, il faut voir, ſi la hauteur de l'eau dans le tuyau AC eſt variable, ou non? Ce dernier cas ayant lieu, lorsque à chaque inſtant on laiſſe couler par enhaut autant d'eau, qu'il en ſort par enbas, de ſorte que le tuyau demeure conſtamment rempli jusqu'à la ſection E. Or dans le premier cas, où la hauteur eſt variable, & qu'il n'entre point d'eau dans le tuyau, non ſeulement la hauteur a avec la largeur ee ſera variable, mais auſſi les quantités L & N, puisqu'elles renferment les valeurs des intégrales priſes pour la partie du tuyau remplie d'eau à chaque inſtant, d'où la réſolution de l'équation deviendra extrêmement difficile.

Mais pour les cas, que je me propoſe de développer, la machine eſt toujours arrangée en ſorte, que le tuyau demeure toujours plein jusqu'à la même ſection E, par une addition continuelle d'autant d'eau, qu'il en découle en bas. On ſuppoſe auſſi que le mouvement de rotation du tuyau eſt uniforme, & dans cette hypotheſe le mouvement de l'eau devient auſſi pour la plûpart bientôt uniforme, de ſorte que les deux derniers termes évanouïront alors. Donc, quand cela arrive, on connoitra aiſément la viteſſe reſpective dont l'eau ſortira du tuyau par l'orifice F $=ff$; car ayant

$$0 = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right),$$

on trouvera la hauteur duë à cette viteſſe :

$$v = \frac{a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right)}{1 - \frac{f^4}{e^4}}. \qquad \text{C. Q. F. T.}$$

co-

COROLL. 1.

LXXXIII. Pour ce cas donc, où le mouvement de rotation eſt ſuppoſé uniforme, & le tuyau toujours entretenu plein d'eau jusqu'en E, la viteſſe conſtante, que l'eau atteint enfin en ſortant du tuyau, ſera :

$$V v = V \frac{a - u\left(\frac{c\,c}{b\,b} - 1\right)}{1 - \frac{f^4}{e^4}},$$

Donc, lorsque la largeur de l'orifice ff eſt quaſi infiniment plus petite que la largeur $e\,e$ en haut, cette viteſſe ſera

$$V v = V \left(a - u\left[\frac{c\,c}{b\,b} - 1\right]\right).$$

COROLL. 2.

LXXXIV. Or, lorsque l'orifice ff a un plus grand rapport à ee, la viteſſe conſtante Vv deviendra plus grande, & elle deviendroit même infinie, s'il étoit $ff = ee$. Mais dans ce cas il faut bien remarquer, qu'il faudroit un tems infini avant que l'eau atteignit cette viteſſe, ou bien l'accélération de l'eau iroit toujours en croiſſant ; & la même choſe arriveroit, ſi l'orifice ff étoit plus grand que la largeur en haut ee.

COROLL. 3.

LXXXV. Si la diſtance $AE = c$ eſt plus grande que la diſtance $CF = b$, la viteſſe dont l'eau ſort par F, en deviendra plus petite ; & il pourroit arriver, qu'il ne ſortit rien par l'orifice F, ſi le tuyau étoit tellement convergent vers le bas, qu'il fut

$$a - u\left(\frac{c\,c}{b\,b} - 1\right) = 0, \quad \text{ou} \quad \frac{c\,c}{b\,b} = \frac{a + u}{u}.$$

dans ce cas la force centrifuge empêcheroit la ſortie de l'eau.

COROLL. 4.

LXXXVI. Or, ſi la diſtance CF $= b$ eſt plus grande que celle d'enhaut AE $= c$, la viteſſe, dont l'eau ſortira du tuyau, en ſera augmentée, ou bien la force centrifuge avancera la ſortie de l'eau.

SCHOLIE.

LXXXVII. Pour que la ſuppoſition, que je viens de faire, que le tuyau eſt toujours entretenu plein d'eau, ou qu'on y verſe par enhaut continuellement autant d'eau, qu'il en échappe par enbas; pour que cette ſuppoſition, dis je, puiſſe avoir lieu, & que le calcul n'en ſouffre rien, il faut que l'eau entre dans le tuyau en E avec la même viteſſe, & ſous la même direction, que l'eau y baiſſe: or comment cette condition puiſſe être remplie, c'eſt ce qui ſera expliqué plus en détail dans la ſuite. Je remarquerai ici ſeulement, qu'à moins que cette condition ne ſoit obſervée, & que l'eau qu'on y verſe n'eut un mouvement différent de celui dans le tuyau, il faudroit des forces pour lui imprimer ce mouvement, qu'elle doit ſuivre, ce qui ne ſe pourroit faire ſans quelque perte des forces, dont on veut faire uſage dans la Mécanique. Pour cette cauſe je ſuppoſerai d'abord, que l'eau, dont on entretient le tuyau, y eſt verſée avec la juſte viteſſe & direction, afin qu'il ne ſe perde rien des forces, que j'ai déterminées, ni que le mouvement que je viens d'aſſigner, n'en ſouffre aucune altération.

PROBLEME VIII.

LXXXVIII. *Le tuyau étant tourné uniformément autour de l'axe vertical* AC, *& étant conſtamment entretenu plein d'eau juſqu'en* E, *trouver la viteſſe dont l'eau ſortira par l'orifice* F *à chaque inſtant, après qu'on aura ouvert cet orifice.*

SOLUTION.

On ſuppoſe donc que l'orifice F ait d'abord été fermé, & qu'on l'a ouvert ſubitement, pour donner une iſſuë à l'eau: dans ce premier inſtant donc la viteſſe de l'eau a été $= 0$. Maintenant après un tems $= t$,

$= t$, ſoit $\sqrt{v}$ la viteſſe reſpective dont l'eau ſort par l'ouverture $F = ff$, & poſant comme jusqu'ici la viteſſe de rotation du tuyau en $F = \sqrt{u}$ conſtante, le rayon $CF = b$, la hauteur de l'eau dans le tuyau $AC = a$, & la largeur du tuyau en $E = ee$, & la valeur de l'intégrale $\int \frac{ds}{rr}$ pour toute l'étenduë du tuyau depuis E jusqu'en $F = L$, on aura à réſoudre cette équation :

$$0 = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right) - Lff \cdot \frac{dv}{dt\sqrt{v}},$$

pour en tirer la valeur de la viteſſe cherchée $\sqrt{v}$.

Poſons pour abréger les quantités conſtantes :

$$a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) = h, \quad \& \quad 1 - \frac{f^4}{e^4} = n, \text{ \& nous avons}$$

$$h - nv = \frac{Lff\,dv}{dt\sqrt{v}}, \quad \text{ou} \quad dt = \frac{Lff\,dv}{(h - nv)\sqrt{v}}.$$

Soit $\sqrt{v} = z$, & $\frac{dv}{2\sqrt{v}} = dz$, pour que nous ayons :

$$dt = \frac{2Lff\,dz}{h - nzz},$$

& nous aurons trois cas à conſidérer, ſelon que $n = 0$, ou $n > 0$, ou $n < 0$.

I. Soit $n = 0$, ce qui donne le cas, où l'orifice F eſt égal à la ſection E, & on aura $t = \frac{2Lff}{h} z = \frac{2Lff}{h}\sqrt{v}$; donc $\sqrt{v} = \frac{ht}{2Lff}$. D'où l'on voit que la viteſſe $\sqrt{v}$ croitra toujours jusqu'à l'infini, & partant que dans ce cas l'eau n'arrivera jamais à un mouvement uniforme.

II. Soit $n > 0$, ce qui eſt le cas où l'orifice F eſt moindre que la ſection E, & poſant $\sqrt{\frac{h}{n}} = i$, de ſorte que $dt = \frac{2Lff}{n} \cdot \frac{dz}{ii - zz}$,

&

& l'intégration donnera $t = \frac{L ff}{in} l \frac{i+z}{i-z}$. Posant donc $\frac{in}{Lff} = \nu$, pour avoir $\nu t = l \frac{i+z}{i-z}$, & prenant α pour le nombre, dont le logarithme $= 1$, nous aurons $\alpha^{\nu t} = \frac{i+z}{i-z}$, ou $z = \frac{\alpha^{\nu t} - 1}{\alpha^{\nu t} + 1} i = Vv$.

Donc après un tems infini nous aurons $Vv = i = V\frac{h}{n}$, ou $Vv = \frac{h}{n}$.

III. Soit $n < 0$, ce qui eſt le cas, où l'orifice F eſt plus grand que la ſection E, & poſant $\frac{f^4}{e^4} - 1 = m$, pour avoir $dt = \frac{2 L ff dz}{h + mzz}$. Soit $V\frac{h}{m} = i$, & on aura $dt = \frac{2Lff}{m} \cdot \frac{dz}{ii+zz}$, ou $s = \frac{2Lff}{im} \cdot A\,tg\,\frac{z}{i}$. Soit $\frac{im}{2Lff} = \mu$, pour avoir $\mu t = A\,tg\,\frac{z}{i}$, & partant $z = i\,tg\,\mu t$, ou $Vv = i\,tang\,\frac{imt}{2Lff}$. Cette viteſſe croîtra donc non ſeulement à l'infini, mais deviendra enſuite même négative ; ou bien il ſera impoſſible d'entretenir dans ce cas le tuyau toujours plein. C. Q. F. T.

COROLL. I.

LXXXIX. Puisque donc dans la pratique on exige un mouvement uniforme, le premier cas, & à plus forte raiſon le troiſième, n'y ſauroit être employé. Il faut donc que le ſecond cas ait lieu, & que l'ouverture en F ſoit moindre que la ſection du tuyau en haut E. Le nombre $n = 1 - \frac{f^4}{e^4}$ ſera donc poſitif, mais moindre que l'unité, & partant il faut néceſſairement que $h = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right)$, ſoit auſſi une quantité poſitive, ou bien $\frac{cc}{bb} < \frac{a+u}{u}$.

co-

COROLL. 2.

XC. Or pour ce cas on aura $Vv = \frac{a^{vt}-1}{a^{vt}+1} i$, où $i = V\frac{h}{n}$, $v = \frac{in}{Lff} = \frac{Vhn}{Lff}$. D'où l'on voit que la viteſſe Vv va toujours en croiſſant, & qu'elle ne parvient à l'uniformité, qu'après un tems infini ; de ſorte qu'il ſemble que ni même ce cas répond au but, qu'on ſe propoſe dans la pratique, où l'on demande une viteſſe uniforme.

COROLL. 3.

XCI. Cependant on pourra ſe contenter, pourvu que la viteſſe approche aſſés vite de la derniere viteſſe $Vv = i$ ſi près, que la différence ne ſeroit plus ſenſible. Car, ſi par exemple, d'abord après une ſeconde la viteſſe Vv arrivoit ſi près à la valeur i, qu'elle n'en différeroit que d'une centième partie, cela ſuffiroit ſans doute pour la pratique, & dès la première ſeconde on pourroit regarder le mouvement comme uniforme.

COROLL. 4.

XCII. Voyons donc, combien la viteſſe Vv différera encore après une ſeconde de la valeur i. Pour cet effet ſoit g la hauteur, de laquelle un corps grave tombe librement dans une ſeconde, & puiſque le calcul donne pour le tems de cette chute $2\sqrt{g}$, poſons $2\sqrt{g}$ pour t ; & ſoit $\frac{a^{vt}-1}{a^{vt}+1} i = \left[1-\frac{1}{100}\right] i$, d'où nous tirons $\frac{a^{vt}-1}{a^{vt}+1} = 1-\frac{1}{100}$, ou bien $a^{vt} = 199$, & $v = \frac{l199}{t\,la} = \frac{Vnh}{Lff}$, donc $\frac{Lff}{Vnh} = \frac{t\,la}{l199} = \frac{0,8685890}{2,2988531} Vg$, ou $L = 0,37784 . \frac{Vngh}{ff}$.

Pourvu donc que la valeur de L ſoit de cette grandeur, ou encore moindre, le mouvement de l'eau arrivera d'abord après la premiere ſeconde, ou encore plutôt, à l'uniformité.

COROLL. 5.

XCIII. Puisque $L = \int \frac{ds}{rr}$, ſi nous poſons la largeur du tuyau rr conſtante, & $= \lambda ff$, & la longeur du tuyau égale à ſa hauteur a, auquel cas nous aurons $c = b$, & $h = a$; nous obtiendrons $L = \frac{a}{\lambda ff}$, & partant le cas indiqué aura lieu ſi $a < 0,37784 \lambda V n g a$, ou $V \frac{a}{g} < 0,37784 \lambda V n$. Or ſi ee eſt auſſi $= \lambda ff$, à cauſe de $n = 1 - \frac{1}{\lambda\lambda}$, & de $0,37714 = \frac{3}{8}$, cela arrivera ſi $\lambda V \left[1 - \frac{1}{\lambda\lambda}\right] > \frac{8}{3} V \frac{a}{g}$, ou $\lambda\lambda - 1 > \frac{7a}{g}$; donc ſi $\lambda > V \left[1 + \frac{7a}{g}\right]$.

COROLL. 6.

XCIV. Il eſt donc clair, que pour remplir cette condition, on n'a qu'à donner au tuyau partout une largeur ſuffiſante, & plus grande que celle de l'ouverture ff, par laquelle l'eau échape, puisqu'il faut que $\lambda > 1$; & de plus, plus la hauteur du tuyau a ſera grande, plus auſſi grande doit être priſe la valeur de λ. Si la hauteur du tuyau a étoit $= g$, ou de 15 pieds environ, il ſuffiroit pour cet effet, qu'il fût $\lambda = 3$, ou que le tuyau fut partout ſeulement trois fois plus large que l'ouverture ff. Donc, pourvu que la largeur du tuyau ſoit quelquefois plus grande que l'orifice, on peut ſans aucune faute ſuppoſer, que le mouvement de l'eau ſe compoſe bientôt à l'uniformité.

SCHOLIE.

XCV. J'ai déjà remarqué, que pour éviter l'effet du frottement, il convient de rendre les tuyaux aſſés larges: ainſi l'élargiſſement du tuyau

yau nous procurera un double avantage, l'un que le mouvement ne ſoit pas diminué par le frottement, & l'autre, que l'eau parvienne d'autant plus vite à l'uniformité. Obſervant donc cette régle, nous pourrons être aſſurés, que le mouvement de l'eau ſera non ſeulement conforme au calcul, mais qu'il deviendra auſſi d'abord après le commencement uniforme; de ſorte que dans ces ſortes de machines il ſera permis de regarder la viteſſe de l'eau Vv comme conſtante, pourvu que le mouvement de rotation du tuyau ſoit uniforme, & que le tuyau ſoit toujours entretenu plein d'eau jusqu'à la ſection E. Or le mouvement de l'eau étant déjà devenu uniforme, voyons combien il faut d'eau pour entretenir le tuyau toujours plein jusqu'en E, & avec quelle viteſſe l'eau y doit être verſée.

PROBLEME IX.

XCVI. *Le tuyau étant tourné uniformement autour de l'axe vertical* AC, *& entretenu toujours plein d'eau jusqu'à la ſection* E, *trouver la quantité d'eau, que cet entretien exige par ſecondes, & tant la viteſſe que la direction ſous laquelle l'eau doit continuellement être conduite dans le tuyau.*

SOLUTION.

Puisqu'on ſuppoſe que le mouvement de l'eau ait déjà atteint l'uniformité, on aura cette équation $0 = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right)$, où il faut que ee ſoit conſidérablement plus grand que ff, & de cette équation on connoitra la viteſſe Vv, dont l'eau ſortira par l'embouchure $F = ff$, les autres quantités a, u, b, & c étant données de la figure du tuyau, & de ſon mouvement. Puisque l'eau ſort par l'ouverture ff avec la viteſſe $= Vv$, ſi nous prenons g pour marquer la hauteur de la chute d'une ſeconde, la quantité d'eau, qui s'en va chaque ſeconde ſera $= 2ffVgv$: il faut donc pour entretenir le tuyau toujours plein, qu'il entre par enhaut chaque ſeconde une pareille quantité d'eau $= 2ffVgv$.

Mais ſi l'eau ſort par enbas avec la viteſſe $= Vv$, la viteſſe en haut en E ſera $= \frac{ffVv}{ee}$, dont l'eau y deſcend dans le tuyau, & la direction de ce mouvement reſpectif eſt verticale, comme il a été remarqué cy-deſſus, ou bien la direction du tuyau en E doit être ſuppoſée verticale. Or le tuyau étant lui-même transporté autour de l'axe AC, & la viteſſe de rotation en E étant $= \frac{cVu}{b}$, la vraye viteſſe de l'eau en E ſera $= V\left(\frac{f^4v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}\right)$, & la direction de ce vray mouvement ſera inclinée à l'horizon d'un angle, dont la tangente eſt $= \frac{bffVv}{ceeVu}$. Il faut donc, pour ne point troubler le mouvement de l'eau dans le tuyau, que l'eau ſoit conduite dans le tuyau en E avec une viteſſe $= V\left(\frac{f^4v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}\right)$, & ſous un angle avec l'horizon, dont la tangente eſt $= \frac{bffVv}{ceeVu}$. Donc ſi l'eau, dont le tuyau eſt entretenu, ſe trouve dans un réſervoir placé au deſſus de E, il faut que la ſuperficie de l'eau dans le réſervoir ſoit élevée au deſſus de la ſection E d'une hauteur $= \frac{f^4v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}$, pour que l'eau, qui en découle dans le tuyau puiſſe acquérir la juſte viteſſe, & qu'elle y ſoit conduite par des tuyaux, qui ayent l'inclinaiſon, que nous venons de trouver. C. Q. F. T.

SCHOLIE.

XCVII. Puisque le réſervoir, qui fournit l'eau dans le tuyau EF, doit être en repos, le tuyau échaperoit d'abord à la veine d'eau, qui y ſeroit conduite. Pour remédier à cet inconvenient, il eſt néceſſaire de ranger un grand nombre de tuyaux autour de l'axe AC, en ſorte que leurs ouvertures en haut E, forment une ſurface unie; & alors l'eau, qui y ſera conduite du réſervoir par quelque canal, ne manque-

ra pas d'entrer toujours dans ces tuyaux réünis enſemble par enhaut. Or ce qui vient d'être calculé pour le mouvement de l'eau dans un tuyau, aura également lieu pour pluſieurs tuyaux réünis ainſi enſemble, pourvu qu'ils ſoient égaux entr'eux, & qu'on prenne *ff* pour marquer la ſomme de tous leurs orifices en bas, & *ee* la ſomme de leurs orifices en haut, qui formeront un eſpace annulaire uni. Mais, afin que l'eau ſoit entretenuë par tout cet eſpace également, le réſervoir doit être garni de pluſieurs tels canaux, qui forment quaſi auſſi une ouverture unie. De là naîtra la conſtruction d'une telle Machine hydraulique, dont je m' en vais donner la deſcription.

Déſcription d'une telle Machine hydraulique.

XCVIII. Soit O O l'axe vertical, autour duquel la machine doit tourner uniformément ; cette machine ſera compoſée de pluſieurs tuyaux ſemblables, qui ont chacun leurs embouchures en bas, comme F, F, F, &c. par leſquelles l'eau échape, & leur ouvertures en haut ſoient unies dans l'eſpace annulaire E, E, E, E, &c. Il ſera bon d'enfermer tous ces tuyaux dans un tambour comme B B F F, d'une ſurface bien unie & polie par le dehors, afin que la réſiſtance de l'air n'apporte pas un obſtacle ſenſible à ſon mouvement. Ce tambour creux en dedans, pour en diminuer le poids, ſera affermi à l'axe de rotation par des barres transverſales, afin qu'il tourne avec l'axe. Or au deſſus de ce tambour mobile avec l'axe ſe trouve le réſervoir D D J J, auſſi en forme d'un tambour, mais qui ſoit immobile, n'étant pas attaché à l'axe O O, qui le traverſe au milieu. Au fonds de ce reſervoir, ſe trouvent pluſieurs canaux J*i*, J*i*, J*i*, &c. par leſquels l'eau eſt conduite dans le vaiſſeau inférieur B B F F, ſous une obliquité, qui a été déterminée dans le problème précédent. Et ſi le reſervoir fournit dans le vaiſſeau autant d'eau, qu'il en ſort par les embouchures F, F, F, &c. les tuyaux du vaiſſeau demeureront conſtamment pleins d'eau, juſqu'à la ſurface E, E, E, &c. & le mouvement de l'eau deviendra bientôt uniforme, pourvu que le mouvement de rotation ſoit uniforme, comme je ſuppoſe ; & il ſera outre cela conforme aux formules, qui ont été trouvées cy deſſus. Fig. 3.

Application du calcul à cette Machine.

XCIX. La hauteur de l'eau dans le vaiſſeau mobile au deſſus des embouchures F, F, &c. ou la hauteur AC eſt poſée $= a$, la diſtance des embouchures à l'axe de rotation, ou $CF = b$; la ſomme de toutes ces embouchures $= ff$, la ſurface de l'eau en haut de ce vaiſſeau, ou l'eſpace annulaire E, E, E, $= ee$; ſa diſtance moyenne à l'axe de rotation $AE = c$. Enſuite ſoit la viteſſe dont les embouchures F, F, tournent au tour de l'axe $= V u$, & la viteſſe reſpective, dont l'eau ſort par ces embouchures $= V v$. Cela poſé, nous avons vû, que le mouvement uniforme ſera déterminé par cette équation $$o = a - u\left(\frac{cc}{bb} - 1\right) - v\left(1 - \frac{f^4}{e^4}\right),$$ & la dépenſe d'eau pendant chaque ſeconde ſera $= 2 ff V g v$, prenant g pour la hauteur, par laquelle un corps peſant tombe dans une ſeconde.

C. Pour le réſervoir DDJJ, qui ſoit toujours rempli d'eau jusqu'à G, G, G, ſoit la hauteur de cette ſurface au deſſus de E, E, E, &c. ou la ligne verticale $HA = k$, & il faut qu'il ſoit $k = \frac{f^4 v}{e^4} + \frac{ccu}{bb}$. Soit de plus la ſomme de toutes les embouchures i, i, i, &c. qui fourniſſent l'eau dans le vaiſſeau inférieur, $= ii$, & puisque l'eau en ſort avec la viteſſe $= V k$, pourvu que ce réſervoir ſoit aſſés large, il en ſera fourni par ſeconde une quantité d'eau $= 2 ii V g k$; il faut donc qu'il ſoit $$2 ii V g k = 2 ff V g v, \quad \text{ou} \quad i^4 k = f^4 v.$$ Enſuite ces canaux Ji, Ji, deſcendans doivent être tellement inclinés, qu'ils faſſent avec l'horizon un angle dont la tangente $= \frac{b ff V v}{cee V u}$, & partant le ſinus $= \frac{b ff V v}{V(bbf^4 v + cce^4 u)} = \frac{ff V v}{ee V k}$, & le coſinus $= \frac{cV u}{bV k}$,

&

& cette inclination doit être dirigée ſelon le mouvement de rotation. C'eſt de là qu'il faut tirer les meſures, pour l'arrangement d'une telle Machine.

CI. Puisque $f^4v = i^4k$, & $e^4k = f^4v + \frac{cce^4u}{bb}$, nous aurons en diviſant cette équation par celle-là $\frac{e^4}{i^4} = 1 + \frac{cce^4u}{bbf^4v}$: d'où nous voyons que $ii < ee$, ce qui eſt néceſſaire: car il faut bien, que l'eſpace annulaire E, E, E, &c. ſoit plus grand que la ſomme de tous les orifices des canaux Ji, quand même ces canaux ſeroient tous réünis. Mais puisque ces canaux conduiſent l'eau obliquement dans le vaiſſeau inférieur, il eſt impoſſible que la ſomme des orifices ii puiſſe avoir un plus grand rapport à ee, que le ſinus de l'obliquité $\frac{ffVv}{eeVk}$ au ſinus total. Or l'équation $f^4v = i^4k$, ou $ffVv = iiVk$, nous fait voir clairement, que $ii : ee = \frac{ffVv}{eeVk} : 1$. D'où l'on voit que les canaux Ji, Ji, &c. doivent ſe toucher entr'eux, afin que l'eau qui en deſcend rempliſſe tout l'eſpace annulaire E E &c.

CII. Donc au lieu des canaux ſéparés Ji, Ji, comme la figure 3 les repréſente, il faut emploier des canaux contigus repréſentés dans la figure 4, qui ne ſoient ſéparés entr'eux que de minces diaphragmes, Ji, Ji, &c. qui ſervent à diriger l'eau ſous l'inclinaiſon requiſe, de ſorte que ſans ces diaphragmes il y auroit une ouverture unie annulaire, qui régneroit tout autour du reſervoir. Or, puisque alors l'eau tomberoit verticalement par cette ouverture continue, il la faut partager par des lames minces diſpoſées obliquement, afin que l'eau ſoit obligée de découler ſous l'inclinaiſon trouvée, & pour obtenir ce but on jugera aiſément à quelle diſtance ces diaphragmes doivent être éloignés entr'eux. On donnera donc à ces ouvertures la même largeur qu'à l'eſpace annulaire, ne pouvant pas lui donner une plus grande, &

& puisque les diaphragmes ne manqueront pas de diminuer tant soit peu la quantité d'eau, qui descend, on sera obligé, ou de faire l'espace annulaire avec la largeur de ces canaux un peu plus grande, qu'on aura trouvé par le calcul, ou de donner aux diaphragmes une inclinaison un peu plus petite.

CIII. Il faut encore remarquer que la largeur de l'espace annulaire E E ne sauroit être trop grande par rapport à son demi-diametre moyen $= c$, tant pour que le calcul ne s'écarte point de l'expérience, ayant regardé l'amplitude ee comme très petite à l'égard d'un cercle décrit du rayon c, que principalement, afin que le mouvement de rotation par tout cet espace annulaire soit assés égal, pour que la perte continuelle puisse être réparée, comme il faut, par la même obliquité. Ainsi posant la largeur de cet espace annulaire $= 2\alpha$, de sorte que le rayon du cercle intérieur soit $= c - \alpha$, & celui de l'extérieur $= c + \alpha$, l'espace annulaire sera $= 4\pi\alpha c$, ce qui donne la valeur de ee. Donc, si l'on juge que α ne sauroit surpasser $\frac{1}{12}c$, on aura $4\pi\alpha c$, & partant $ee < cc$ à peu près.

CIV. Ayant ainsi expliqué ce qui regarde la construction d'une telle Machine en général, voyons aussi les mesures, qu'il faut donner à toutes les parties de la machine pour chaque cas proposé. Or il y a ordinairement deux choses, sur lesquelles on doit régler cette détermination : l'une est la quantité d'eau, que la source, ou riviere, fournit par secondes pour l'entretien de la machine ; & l'autre est la hauteur, qu'il sera permis de donner à toute la machine, afin que l'eau, qui sort en bas, puisse encore découler ; cette hauteur est nommée dans la Pratique la chûte de l'eau. Ces deux choses ne dépendent pas communément de nôtre volonté, mais nous sont prescrites par les circonstances, & alors il faut arranger la machine en sorte qu'elle réponde à ces conditions.

PROBLEME X.

CV. *Lorsque tant la hauteur de la chute que la quantité d'eau est donnée, qu'on peut employer à l'entretien de la machine, trouver les*

les déterminations néceſſaires pour la conſtruction d'une telle machine hydraulique.

SOLUTION.

Soit la hauteur de la chute $HA+AC=h$, la quantité d'eau, qui peut être fournie par ſeconde à l'entretien de la machine D ; ces deux choſes étant données on aura d'abord les équations ſuivantes :

$$D=2ffVgv, \quad \& \quad h=a+k=a+\frac{f^4v}{e^4}+\frac{ccu}{bb}.$$

Or nous venons de trouver outre cela ces équations :

$$o=a-u\left(\frac{cc}{bb}-1\right)-v\left(1-\frac{f^4}{e^4}\right), \quad \& \quad i^4k=f^4v.$$

La premiere équation donne $f^4v=\frac{DD}{4g}$, & cette valeur ſubſtituée dans les autres équations fournit :

$$h=a+\frac{DD}{4ge^4}+\frac{ccu}{bb};$$

$$o=a-u\left(\frac{cc}{bb}-1\right)-v+\frac{DD}{4ge^4};$$

$$\frac{DD}{4ge^4}+\frac{ccu}{bb}=\frac{DD}{4gi^4}, \quad \text{ou} \quad u=\frac{DDbb(e^4-i^4)}{4gcce^4i^4}.$$

Ayant ainſi éliminé la ſomme des embouchures, la première & troiſième équation fournit $a=h-\frac{DD}{4gi^4}$, & cette valeur avec celle de u, ou plutôt avec celle de $\frac{cc}{bb}=\frac{DD}{4gu}\left(\frac{1}{i^4}-\frac{1}{e^4}\right)$, donne pour la ſeconde : $o=h-\frac{DD}{2gi^4}+\frac{DD}{4ge^4}+u-v+\frac{DD}{4ge^4}$, d'où nous tirons : $v=h+u-\frac{DD}{2gi^4}+\frac{DD}{2ge^4}$.

Voilà donc les déterminations suivantes, qu'on doit observer :

I. $a = h - \frac{DD}{4gi^4}$;

II. $\frac{cc}{bb} = \frac{DD}{4gu}\left(\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4}\right)$;

III. $v = h + u - \frac{DD}{2gi^4} + \frac{DD}{2ge^4} = h + u - \frac{DD}{2g}\left(\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4}\right)$;

IV. $f^4 = \frac{DDi^4}{4gi^4(h+u) - 2DD\left(1 - \frac{i^4}{e^4}\right)} = \frac{DD}{4gv}$,

& la tangente de l'inclinaiſon des canaux Ji à l'horizon ſera

$$\frac{bff\sqrt{v}}{cee\sqrt{u}} = \frac{ii}{\sqrt{(e^4 - i^4)}}, \quad \& \text{ le ſinus} = \frac{ii}{ee}.$$

De plus il faut remarquer que ff doit être beaucoup plus petit que ee, & ii moindre que ee, & enfin $cc > ee$. C. Q. F. T.

COROLL. 1.

CVI. Les deux choſes D & h étant données, le calcul renferme trois quantités ee, ii, & u qu'on peut prendre à volonté, & enſuite, puiſque ce n'eſt que le rapport des quantités b & c, qui ſe détermine, l'une & l'autre demeure encore indéterminée. Cependant les valeurs de ces quantités doivent être tellement priſes, qu'il devienne $cc > ee$, $ii < ee$, & $ff < \frac{1}{2}ee$, ou $< \frac{1}{3}ee$, comme il a été remarqué cy-deſſus (92).

COROLL. 2.

CVII. Donc ſi nous poſons $ee = \lambda ff$, $cc = \mu ee$, & $ii = \eta ee$, de ſorte que η marque le ſinus de l'angle, ſous lequel les canaux Ji doivent être inclinés à l'horizon ; & il faut qu'il ſoit $\mu > 1$, & $\lambda > 2$, ou $\lambda > 3$. De là nous aurons :

I.

I. $a = h - \frac{DD}{4g\eta\eta e^4}$; II. $\frac{\mu ee}{bb} = \frac{DD}{4ge^4 u}\left(\frac{1}{\eta\eta} - 1\right)$;

III. $v = h + u - \frac{DD}{2ge^4}\left(\frac{1}{\eta\eta} - 1\right)$; & IV. $\frac{e^4}{\lambda\lambda} v = \frac{DD}{4g}$;

ou $\lambda\lambda DD = 4ge^4(h+u) - 2DD\left(\frac{1}{\eta\eta} - 1\right)$.

COROLL. 3.

CVIII. Ou bien si nous posons l'angle de l'inclinaison des canaux Ji à l'horizon $= \varrho$, pour avoir $\eta = \sin\varrho$, & $\frac{1}{\eta\eta} - 1 = \frac{\cos\varrho^2}{\sin\varrho^2} = \cot\varrho^2$, nous aurons:

$4ge^4(h+u) = DD(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)$, & $ee = \frac{DV(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)}{2Vg(h+u)}$,

&

$\frac{DD}{4ge^4} = \frac{h+u}{\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2}$, donc $v = h + u - \frac{2(h+u)\cot\varrho^2}{\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2} = \frac{\lambda\lambda(h+u)}{\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2}$

&

$\frac{\mu ee}{bb} = \frac{(h+u)\cot\varrho^2}{u(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)} = \frac{\mu DV(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)}{2bbVg(h+u)}$, d'où l'on tire

$bb = \frac{\mu Du(\lambda\lambda + 2\cot\varrho^2)^{\frac{3}{2}}}{2(h+u)^{\frac{3}{2}}\cot\varrho^2 Vg}$, & $a = h - \frac{h-u}{\lambda\lambda\sin\varrho^2 + 2\cos\varrho^2}$.

COROLL. 4.

CIX. Donc si les nombres λ & μ avec l'angle ϱ sont donnés, il ne reste que la quantité u, qu'on puisse prendre à volonté, ou bien la viteſſe Vu, avec laquelle les embouchures F, F, tournent autour de l'axe de la machine. Mais la considération de la réaction fournira des déterminations plus propres à la Pratique.

PROBLEME XI.

CX. *Une telle Machine hydraulique étant conſtruite pour une chûte & dépenſe d'eau donnée, trouver le moment de la réaction de l'eau, & l'effet de la machine lorsqu'elle eſt tournée autour de l'axe avec une viteſſe donnée.*

Fig. 3.

SOLUTION.

Soit comme jusqu'ici D la quantité d'eau, que le reſervoir peut fournir par ſeconde; h la hauteur de la chute entiere; a la hauteur du vaiſſeau tournant BBFF; b la diſtance des embouchures F, F, à l'axe; ff la ſomme de toutes ces embouchures; ζ l'angle que la direction des embouchures fait avec la direction de leur mouvement de rotation; Vu la viteſſe de ce mouvement; Vv la viteſſe reſpective dont l'eau ſort par ces embouchures; c la diſtance moyenne des orifices ſupérieurs E, E, à l'axe; ee leur amplitude totale unie dans l'eſpace annulaire E, E, E, &c.; ii la ſomme des embouchures des canaux Ji, Ji, par leſquels l'eau deſcend du réſervoir immobile DDJJ dans le vaiſſeau mobile BBFF; & g la hauteur de la chute pendant une ſeconde, qu'on ſait être de $15\frac{1}{8}$ pieds de Rhin. Cela poſé, il faut qu'on ait ſatisfait à ces quatre équations:

I. $$a = h - \frac{DD}{4gii}$$;

II. $$\frac{cc}{bb} = \frac{DD}{4gu}\left(\frac{1}{ii} - \frac{1}{ee}\right)$$;

III. $$v = h + u - \frac{DD}{2g}\left(\frac{1}{ii} - \frac{1}{ee}\right) = h + u - \frac{2cc}{bb}u$$;

IV. $$ff = \frac{DD}{4gv} = \frac{DDbb}{4g\left[bbh + (bb - 2cc)u\right]}$$.

& de plus les canaux Ji doivent être tellement inclinés à l'horizon, que le ſinus de leur inclinaiſon ſoit $= \frac{ii}{ee}$, & il faut que ee ſoit conſidérablement plus grand que ff, & que ee ne ſurpaſſe point cc.

Main-

Maintenant, puisque la direction des tuyaux mobiles en E est nécessairement verticale, & que l'un & l'autre mouvement est supposé uniforme, le moment de la réaction de la machine sera :

$$2ff\left(\frac{cc}{bb}-b\right)Vvu \text{ — } 2ffbv\cos\zeta\text{ ; par le §. 57.}$$

Ce moment produira donc le même effet, que s'il y avoit appliquée à la machine en F une force égale au poids d'une masse d'eau, dont le volume seroit : $2ff\left(\frac{cc}{bb}-1\right)Vvu - 2ffv\cos\zeta$,

cette force agissant perpendiculairement sur le levier $CF = b$, pour accélérer le mouvement de rotation. Or cette force se mouvant de la vitesse Vu, elle sera capable de surmonter une résistance R, & de la faire mouvoir d'une vitesse Vw, de sorte qu'il soit :

$$R\,Vw = 2ff\left(\left(\frac{cc}{bb}-1\right)Vvu - v\cos\zeta\right)Vu,$$

& cette expression représente l'effet de la machine. Ou si l'on veut déterminer l'effet de la machine par le produit de la résistance R, par le chemin décrit dans une seconde, qui est $2Vgw$, cet effet sera :

$$4ff\left(\left(\frac{cc}{bb}-1\right)Vvu - v\cos\zeta\right)Vgu,$$

ou la machine sera capable de mouvoir une résistance R, par un tel espace pendant une seconde, que le produit de la résistance R par cet espace soit précisément égal à l'expression trouvée. C. Q. F. T.

COROLL. I.

CXI. L'effet de la machine pourra donc être exprimé en sorte

$$4ff\,Vgv.\left(\frac{cc}{bb}u - u - \cos\zeta.V.vu\right).$$

Or puisque $2ff\,Vgv = D$, cet effet sera :

$$2D\left(\frac{cc}{bb}u - u - \cos\zeta.Vvu\right),$$

& mettant pour $\frac{cc}{bb}$, & v leurs valeurs trouvées, l'effet ſera encore :

$$2D\left(\frac{DD}{4g}\left(\frac{1}{i^4}-\frac{1}{e^4}\right)-u-\text{cof}\,\zeta V\left(hu+uu-\frac{DDu}{2g}\left(\frac{1}{i^4}-1\right)\right)\right).$$

COROLL. 2.

CXII. Donc, ſi l'on met pour abréger $\frac{DD}{4g}\left(\frac{1}{i^4}-\frac{1}{e^4}\right)=k$, l'effet de la machine ſera $= 2D\,[k-u-\text{cof}\,\zeta V(hu+uu-2ku)]$, & on aura $\frac{cc}{bb}=\frac{k}{u}$, & outre cela : $a=h-\frac{DD}{4gi^4}$; $v=h+u-2k$, & $f^4=\frac{DD}{4g(h+u-2k)}$, d'où l'on déduira les déterminations néceſſaires pour la conſtruction de la machine.

COROLL. 3.

CXIII. Connoiſſant la viteſſe Vu, & la diſtance $CF=b$, on pourra déterminer le tems, que la machine met à achever une révolution autour de l'axe AC. Car poſant $1:\pi$ pour le rapport du diamètre à la circonférence, la circonférence du cercle F F &c. eſt $=2\pi b$, & puiſque l'eſpace parcouru avec la viteſſe Vu dans une ſeconde eſt $=2Vgu$, le tems d'une révolution de la machine ſera $=\frac{\pi b}{Vgu}$ ſecondes.

PROBLEME XII.

CXIV. *Les conditions du problème précedent demeurant les mêmes, trouver les déterminations néceſſaires pour que l'effet de la machine devienne le plus grand, qu'il eſt poſſible.*

SOLUTION.

Conſidérons l'expreſſion de l'effet, qui a été donné §. 112. comme la plus ſimple, & qui poſant $\frac{DD}{4g}\left(\frac{1}{i^4}-\frac{1}{e^4}\right)=k$

eſt

$$2D\left[k - u - \cos\zeta . V(hu + uu - 2ku)\right],$$

& pour procurer à cette expreſſion la plus grande valeur poſſible, il eſt d'abord clair que, par rapport à l'angle ζ, elle ne ſauroit devenir plus grande, que lorsque $\cos\zeta = -1$, & partant $\zeta = 180°$. Voilà donc la première condition à remplir, en vertu de laquelle la direction des embouchures F, F doit être diamétralement oppoſée à la direction de leur mouvement. Ayant donc rempli cette condition, l'effet de la machine ſera :

$$2D\left[k - u + V(hu + uu - 2ku)\right].$$

Maintenant cherchons quelle valeur il faut donner à u, pour rendre cette expreſſion un *Maximum*, & on trouvera

$$1 = \frac{\frac{1}{2}h + u - k}{V(hu + uu - 2ku)}, \quad \text{d'où l'on tire}$$

$$0 = \frac{1}{4}hh - hk + kk, \quad \text{ou bien} \quad k = \frac{1}{2}h.$$

Par conſéquent il faut arranger la machine en ſorte qu'il ſoit

$$\frac{DD}{4g}\left(\frac{1}{i^4} + \frac{1}{e^4}\right) = \frac{1}{2}h,$$

& alors l'effet de la machine ſera :

$$2D\left(\frac{1}{2}h - u + Vuu\right) = Dh,$$

& à cette heure il eſt évident, qu'il ne ſauroit en aucune façon être rendu plus grand, puiſqu'il eſt déterminé uniquement par la dépenſe d'eau D, & la hauteur de la chûte entiere h.

Donc, pour obtenir ce plus grand effet, la condition requiſe outre l'angle $\zeta = 180°$ exige qu'il ſoit :

$$\frac{1}{i^4} - \frac{1}{e^4} = \frac{2gh}{DD}, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{i^4} = \frac{1}{e^4} + \frac{2gh}{DD},$$

& cette valeur étant ſubſtituée dans les formules précedentes donne

$$a = \frac{1}{2}h - \frac{DD}{4ge^4}; \quad \frac{c}{b} = \frac{h}{2u}; \quad u = u, \quad \& \quad f^4 = \frac{DD}{4gu}.$$

Nous

Nous n'avons donc plus que deux quantités indéterminées u & ee, mais qu'il faut prendre en ſorte, que $\frac{DD}{gg\,u}$ devienne pluſieurs fois plus petit que e^4, ou poſant $ee = \lambda ff$, qu'il ſoit $\frac{e^4}{\lambda\lambda} = \frac{DD}{4gu}$, ou bien $ee\sqrt{gu} = \frac{1}{2}\lambda D$, ou $2ee\sqrt{gu} = \lambda D$. C. Q. F. T.

COROLL. 1.

CXV. La quantité du plus grand effet Dh, que la machine eſt capable de produire, eſt bien remarquable à cauſe de ſa ſimplicité, par laquelle nous voyons, que la dépenſe d'eau par ſeconde D multipliée par la hauteur de la chûte h donne le même produit, que la réſiſtance multipliée par l'eſpace parcouru dans une ſeconde: pourvu qu'on exprime la réſiſtance par un volume d'eau, au poids duquel elle eſt égale.

COROLL. 2.

CXVI. Il eſt auſſi fort remarquable que, pour procurer le plus grand effet, la viteſſe reſpective de l'eau par les embouchures F doit être préciſément égale à la viteſſe même des embouchures: d'où il s'enſuit, que la viteſſe vraye, dont l'eau ſort par les embouchures F évanouit: & partant l'eau en tombera perpendiculairement. Ainſi il n'y aura point à craindre que les jets d'eau, qui ſortent par les embouchures, frappent les embouchures ſuivantes, & qu'ils cauſent par là quelque obſtacle au mouvement de la machine.

COROLL. 3.

CXVII. Puiſque les quantités ee & u demeurent indéterminées, & que $2ee\sqrt{gu}$ doit du moins être quelquefois plus grand que la dépenſe d'eau D, il faut prendre l'amplitude ee, & la viteſſe $\sqrt{u}$ telles, que la quantité d'eau, qui couleroit dans une ſeconde par une ouverture $= ee$ avec la viteſſe $= \sqrt{u}$, ſoit quelquefois plus grande que la dépenſe d'eau D par ſeconde.

COROLL. 4.

CXVIII. Il faut auſſi conſidérer, que l'angle, que les canaux J*i* font avec l'horizon, ne doit pas être trop petit, puiſque cela demande-

roit

roit trop de diaphragmes dans la Fig. 4. & diminueroit par conſéquent trop conſidérablement la juſte quantité d'eau : au lieu que, ſi l'eau devoit tomber perpendiculairement par ces canaux, on pourroit s'en paſſer entièrement. Poſant donc cet angle de l'inclinaiſon $= \varrho$, de ſorte que $ii = ee \sin\varrho$, on aura $\frac{1}{e^4 \sin\varrho^2} = \frac{1}{e^4} + \frac{2gh}{DD}$, ou $\frac{\cos\varrho^2}{e^4 \sin\varrho^2} = \frac{2gh}{DD}$, d'où l'on tire $ee \operatorname{tang}\varrho = \frac{D}{\sqrt{2gh}}$.

COROLL. 5.

CXIX. Donc, ſi l'on regarde l'angle ϱ comme connu, on aura $ee = \frac{D}{\operatorname{tang}\varrho . \sqrt{2gh}}$. De là ayant $2ee\sqrt{gu} = \lambda D$, on déterminera auſſi la viteſſe de rotation $\sqrt{u} = \frac{1}{2}\lambda \operatorname{tang}\varrho . \sqrt{2h}$; avec laquelle donc un corps parcourra dans une ſeconde l'eſpace $= \lambda \operatorname{tang}\varrho . \sqrt{2gh}$. Enſuite on aura $ii = \frac{D \cos\varrho}{\sqrt{2gh}}$, & $a = \frac{1}{2}h - \frac{1}{2}h \operatorname{tg}\varrho^2 = \frac{1}{2}h(1 - \operatorname{tg}\varrho^2)$, d'où l'on voit que l'angle ϱ doit abſolument être plus petit qu'un demi-droit : & que la hauteur du vaiſſeau mobile AC doit être moindre que celle du reſervoir HA.

COROLL. 6.

CXX. Or ayant choiſi convenablement l'angle ϱ, & déterminé par là $ee = \frac{D}{\operatorname{tang}\varrho\sqrt{2gh}}$, $ii = ee \sin\varrho$, $ff = \frac{ee}{\lambda}$, $\sqrt{u} = \frac{1}{2}\lambda \operatorname{tg}\varrho . \sqrt{2h}$, & $a = \frac{1}{2}h(1 - \operatorname{tg}\varrho^2)$, on a encore cette équation $\frac{cc}{bb} = \frac{h}{2u} = \frac{1}{\lambda\lambda \operatorname{tg}\varrho^2}$, ou $\frac{c}{b} = \frac{1}{\lambda \operatorname{tg}\varrho}$. Or cc ne pouvant être plus petit que ee, ſi nous poſons $cc = \mu ee$, nous obtiendrons $bb = \frac{\lambda\lambda\mu D \operatorname{tang}\varrho}{\sqrt{2gh}}$, ou

$b = \lambda c \operatorname{tang} \varrho$, & par là toute la machine ſera déterminée : & le tems d'une révolution ſera $= \frac{2\pi c}{\sqrt{2gh}}$ ſecondes.

COROLL. 7.

CXXI. Afin que le mouvement de rotation, ou la viteſſe $\sqrt{u}$, ne devienne pas trop rapide, ce qui pourroit cauſer un empêchement de la part de la réſiſtance de l'air, il faut prendre la quantité $\lambda \operatorname{tang} \varrho$ auſſi petite qu'il ſera poſſible, ſur tout lorsque la hauteur h eſt aſſés grande. Or on ne ſauroit mettre cette valeur moindre que l'unité, puisque la viteſſe de rotation de l'anneau EE, eſt conſtamment $= \frac{b\sqrt{u}}{c} = \sqrt{\frac{1}{2}h}$, donc, pour que la viteſſe en F ne devienne pas plus grande, il faut qu'il ſoit $b = c$, & partant $\lambda \operatorname{tang} \varrho = 1$.

COROLL. 8.

CXXII. Cependant dans ce cas il ſeroit à craindre, qu'on ne pût pratiquer dans le fond des ouvertures F, auſſi larges qu'il faut, ou qu'il fut $ff = \frac{1}{\lambda} ee$, à moins qu'on ne donne au nombre λ une valeur plus grande. Mais alors l'angle ϱ devroit être pris trop petit, & on auroit à craindre l'inconvénient des diaphragmes, dont les canaux Ji doivent être ſéparés entr'eux. Par cette raiſon il conviendra de donner à $\lambda \operatorname{tang} \varrho$ une valeur plus grande que l'unité, par exemple $\lambda \operatorname{tg} \varrho = \frac{3}{2}$; & mettre $\lambda = 3$; $\operatorname{tang} \varrho = \frac{1}{2}$, ou l'angle $\varrho = 26°,34'$. Alors on aura: $ee = \frac{2D}{\sqrt{2gh}}$; $cc = \mu ee$; $b = \frac{3}{4}c$; $ff = \frac{1}{3}ee$; $ii = \frac{ee}{\sqrt{5}}$, & $a = \frac{3}{10}h$, & chaque tour de la machine s'acheveroit en $\frac{2\pi c}{\sqrt{2gh}}$ ſecondes.

SCHOLIE.

CXXIII. Cet arrangement de la machine paroit le plus commode pour la plûpart des circonſtances, qu'on peut rencontrer. Dans

ce

ce cas donc les diaphragmes, qui ſéparent les canaux Ji, feront un angle de 26°, 34′, dont la tangente eſt $= \frac{1}{2}$, & ces canaux avec leurs diaphragmes Ji ſeront diſpoſés, comme la Fig. 5. les repréſente. Or pour calculer les quantités $\frac{2}{\sqrt{2gh}}$ & $\frac{2\pi}{\sqrt{2gh}}$ pour chaque nombre de pieds de la hauteur que la chute h peut contenir, j'ai ajouté ici la table ſuivante, où je ſuppoſe la hauteur h donnée en pieds de Rhin :

la hauteur h	valeur de $\frac{2}{\sqrt{2gh}}$	valeur de $\frac{2\pi}{\sqrt{2gh}}$
en pieds de Rhin 1	0,35777	1,12397
2	0,25298	0,79477
3	0,20656	0,64892
4	0,17888	0,56198
5	0,16000	0,50265
6	0,14606	0,45886
7	0,13523	0,42482
8	0,12649	0,39738
9	0,11925	0,37465
10	0,11314	0,35543
11	0,10787	0,33889
12	0,10328	0,32446
13	0,09923	0,31173
14	0,09562	0,30040
15	0,09238	0,29021
16	0,08944	0,28098
17	0,08677	0,27260
18	0,08433	0,26492
19	0,08208	0,25787
20	0,08000	0,25132

Or alors la dépenſe d'eau fournie par ſeconde D doit auſſi être exprimée en pieds cubiques, & on trouvera les largeurs *ee*, *ff*, *ii* en pieds quarrés : comme nous allons voir dans les exemples ſuivans.

EXEMPLE I.

CXXIV. *La dépenſe d'eau fournie par ſeconde étant* $= 1$ *pied cubique, & la hauteur de la chûte* $h = 6$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuſe.*

Puiſque $h = 6$, la hauteur du vaiſſeau mobile AC ſera $= 2\frac{1}{4}$ pieds, & partant la hauteur du reſervoir $HA = 3\frac{3}{4}$ pieds. Enſuite, à cauſe de $D = 1$, on aura $ee = 0,14606$ pieds quarrés ; donc $ff = 0,04868$ pieds quarrés. Enſuite on pourra bien prendre le rayon $c = 1$ pied, & on aura $b = 1\frac{1}{2}$ pieds, & le tems d'une révolution de la machine ſera $0,45886$ ſecondes, ou de $27\frac{1}{2}$ tierces.

Ou bien ſi l'on veut prendre $c = 2$ pieds, & $b = 3$ pieds, le tems d'une révolution ſera de 55 tierces, & en quelque raiſon qu'on prenne c plus grand, tant le rayon b que le tems d'une révolution ſeront augmentés dans la même raiſon. Or l'effet que cette machine ſera capable de produire eſt $= 1.6 = 6$.

EXEMPLE II.

CXXV. *La dépenſe d'eau fournie par ſeconde étant* $= 2$ *pieds cubiques, & la hauteur de la chûte* $h = 6$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuſe.*

Puiſque $h = 6$, la hauteur du vaiſſeau mobile AC ſera comme auparavant $a = 2\frac{1}{4}$ pieds, & la hauteur du reſervoir $HA = 3\frac{3}{4}$ pieds. Enſuite, à cauſe de $D = 2$, on aura l'eſpace annulaire $ee = 0,29212$ pieds quarrés, & $ff = 0,09737$ pieds quarrés. On pourra encore prendre $c = 1$ pied, & $b = 1\frac{1}{2}$ pieds, & le tems d'une révolution de la machine ſera de $27\frac{1}{2}$ tierces.

Si

Si l'on vouloit prendre $c = 2$ pieds, on auroit $b = 3$ pieds, & la machine devroit tourner en 55 tierces. Or l'effet de cette machine ſera toujours double de celui du cas précedent, & partant $= 12$.

EXEMPLE III.

CXXVI. *La dépenſe d'eau fournie par ſeconde étant* 1 *pied cubique, & la hauteur de la chûte* $h = 12$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuſe.*

Puisque $h = 12$ pieds, la hauteur du vaiſſeau mobile ſera $AC = 4\frac{1}{2}$ pieds, & de l'immobile $HC = 7\frac{1}{2}$ pieds. Enſuite, à cauſe de $D = 1$, l'eſpace annulaire EE doit être pris $= 0,10328$ pieds quarrés, donc $ff = 0,03443$ pieds quarrés. Donc ſi l'on donne au rayon $c = 1$ pied pour avoir $b = 1\frac{1}{2}$ pied, le tems d'une révolution de la machine doit être de 0,32446 ſecondes, ou de $19\frac{1}{2}$ tierces : ou bien elle devroit faire environ trois tours dans une ſeconde, & l'effet de la machine ſeroit $= 12$.

Si l'on vouloit prendre $c = 2$ pieds, & $b = 3$ pieds, le tems d'une révolution devroit être de 39 tierces.

EXEMPLE IV.

CXXVII. *La dépenſe d'eau fournie par ſeconde étant* 2 *pieds cubiques, & la hauteur de la chûte* $h = 12$ *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuſe.*

Puisque $h = 12$ pieds, la hauteur du vaiſſeau mobile ſera $AC = 4\frac{1}{2}$ pieds, & de l'immobile $HC = 7\frac{1}{2}$ pieds. Enſuite, à cauſe de $D = 2$, l'eſpace annulaire EE doit être pris de $ee = 0,20656$ pieds quarrés, & $ff = 0,06885$ pieds quarrés. Donc, ſi l'on prend $c = 1$ pieds & $b = 1\frac{1}{2}$ pieds, le tems d'une révolution de la machine ſera $19\frac{1}{2}$ tierces. Or ſi l'on prenoit $c = 2$ pieds, & $b = 3$ pieds, le tems d'une révolution ſeroit de 39 tierces, mais l'effet ſera toujours $= 24$.

EXEMPLE V.

CXXVIII. *La dépenſe d'eau fournie par ſeconde étant de* 10 *pieds cubiques, & la hauteur de la chûte* h = 8 *pieds, trouver la machine hydraulique la plus avantageuſe.*

Puisque $h = 8$ pieds, la hauteur du vaiſſeau inférieur mobile ſera $AC = 3$ pieds, & du réſervoir $HA = 5$ pieds. Enſuite D étant $= 10$, & $h = 8$, l'eſpace annulaire doit être $ee = 1,26490$ pieds quarrés, & la ſomme de toutes les embouchures $ff = 0,42163$ pieds quarrés. Donc, puisque cc doit être plus grand que ee, ſi l'on prend $c = 2$ pieds, & $b = 3$ pieds, le tems d'une révolution doit être de $2.\ 0,39738 = 0,79476$ ſecondes $= 47\frac{2}{3}$ tieres. Or l'effet de la machine ſera $= 10.\ 8 = 80$.

SCHOLIE.

CXXIX. Maintenant il ne ſera plus difficile d'arranger une telle machine hydraulique pour chaque cas propoſé. Car ayant la dépenſe d'eau D fournie par ſeconde, & la hauteur de la chûte h, toutes les parties de la machine ſeront déterminées. Enſuite ſi la réſiſtance, qu'on veut vaincre par cette machine, ou le fardeau qu'on veut élever, eſt $= R$, où R marque un volume d'eau, dont le poids lui eſt égal, la machine ſera capable de mouvoir cette réſiſtance R dans une ſeconde par un eſpace $= \frac{Dh}{R}$. Donc, le point F faiſant dans une ſeconde l'eſpace $= 2Vgu = \frac{3}{2}V2gh$, la viteſſe de la réſiſtance ſera à celle des points F comme $\frac{Dh}{R}$ à $\frac{3}{2}V2gh$, ou comme ff à $\frac{R}{h}$. Donc, ſi l'on applique la machine à cette réſiſtance par le moyen d'un tambour, dont le rayon ſoit $= k$, & qui faſſe une révolution, pendant que la machine en fait n, la raiſon trouvée $\frac{Dh}{R} : \frac{3}{2}V2gh$ doit être $= k : nb$, d'où l'on voit que $\frac{3}{2}Rk\sqrt{2gh} = nDbh = \frac{3}{2}nDch$;

ou

ou $Rk = \frac{nDch}{\sqrt{2gh}} = \frac{1}{2}nceeh$. Ou bien, peſant le tems d'une révolution de la machine $= \tau$ ſecondes, à cauſe de $\frac{c}{\sqrt{2gh}} = \frac{\tau}{2\pi}$, on aura $\frac{n\tau}{2\pi}Dh = Rk$, & partant $\frac{k}{n} = \frac{\tau Dh}{2\pi R}$; & de là on tirera aiſément les plus commodes valeurs pour k & n, d'où l'on réglera enſuite l'application de la machine à la réſiſtance propoſée. Souvent, comme dans les moulins, on ne connoit que le moment de la réſiſtance, qui eſt exprimé ici par Rk: donc ſi Rk eſt le moment de la réſiſtance d'une meule, on aura d'abord le nombre $n = \frac{2\pi Rk}{\tau Dh}$, qui marque combien de fois on doit faire tourner la machine, pendant que la meule fait un tour.

PRIN-

DE LA

VARIATION

DE LA LATITUDE DES ÉTOILES FIXES

ET DE L'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

PAR M. EULER.

I.

Ce ſont deux queſtions de la derniere importance dans l'Aſtronomie, que je me propoſe d'éclaircir dans ce Mémoire, & de mettre dans un tel jour, qu'il n'y reſte plus le moindre doute. On ſait que les Aſtronomes ont été fort partagés ſur ces deux queſtions ; les uns ayant nié abſolument, que la latitude des étoiles fixes, & l'obliquité de l'écliptique, fuſſent aſſujetties à aucun changement, pendant que d'autres ſe ſont declarés pour le ſentiment contraire. Les uns & les autres ont cru avoir les obſervations de leur côté ; & quand ils ne les ont pas trouvées aſſés d'accord avec leur ſyſtème, ils en ont attribué la cauſe au défaut de préciſion des anciennes obſervations. Et en effet, ſi les anciennes obſervations étoient auſſi exactes que les modernes, il ne ſauroit y avoir le moindre doute ſur ces deux queſtions ; l'intervalle de plus de deux mille ans, dont on pourroit comparer les obſervations, ſeroit plus que ſuffiſant pour décider l'une & l'autre. Mais, puiſque les anciennes obſervations ſont fort défectueuſes, & que leurs erreurs montent ordinairement à pluſieurs minutes, il eſt évident qu'on ne ſauroit s'en ſervir pour décider des queſtions, où il ne s'agit que de quelques minutes de changement dans l'eſpace de pluſieurs ſiècles : or c'eſt préciſément le cas, où nous nous trouvons à l'égard des deux queſtions propoſées.

II.

II. M. le *Monnier*, dans la Préface de ſes Inſtitutions d'Aſtronomie, a examiné fort ſoigneuſement ces deux queſtions ; & après avoir bien dévelopé les raiſons, qu'on allégue de part & d'autre, il conclud qu'on n'en ſauroit tirer aucune preuve convainquante, ni pour la diminution de l'obliquité de l'écliptique, ni pour quelque changement dans la latitude des étoiles fixes. Il s'oppoſe fort vigoureuſement au ſentiment de M. le Chevalier *de Louville*, qui avoit ſoutenu, que l'obliquité de l'écliptique diminuoit d'une minute pendant le cours de chaque ſiècle, & il remarque très judicieuſement, que quand même une telle diminution auroit lieu, elle ne ſauroit être ſi conſidérable. Pour la latitude des étoiles fixes, il tombe bien d'accord que celle de quelques unes a fort changé ; & il remarque que la latitude d'*Arcturus* avoit diminué de plus de 2 minutes dans l'eſpace de 50 ans. Or, en cas que ce changement fut fondé, il faudroit ſans doute l'attribuer à quelque mouvement tout particulier de cette étoile, puiſqu'il ne ſe trouve pas en d'autres, dont la poſition eſt à peu près la même. Il trouve auſſi une augmentation d'une minute dans la latitude de *Fomalhaut* pendant l'eſpace de 50 ans, laquelle devroit également être l'effet de quelque mouvement particulier, en cas qu'elle fût bien conſtatée. Auſſi ne regarde-je point tels changemens réels, s'il y en a, dans mes recherches ; mais j'enviſage plutôt les étoiles fixes comme dans un repos parfait par rapport à l'eſpace abſolu, & je n'ai égard qu'aux changemens apparens, qui ſont cauſés par quelque variation dans la poſition du plan de l'écliptique. Or il eſt évident que ſi un tel changement a lieu, il en doit réſulter un, tant dans l'obliquité de l'écliptique, que dans la latitude des étoiles fixes.

III. Cependant il eſt très certain, que les anciens Aſtronomes ont trouvé l'obliquité de l'écliptique plus grande, qu'on ne la trouve aujourdhui, & que plus nous remontons dans l'antiquité, nous y rencontrons auſſi une plus grande augmentation. *Pytheas* 300 ans avant J. C. la fait de $23°, 52'\frac{1}{2}$. *Hipparque* environ 150 ans avant J. C. de $23°, 51'\frac{1}{5}$, à laquelle *Ptolemée* s'arrête auſſi. 750 ans après

J. C. *Albategnius* la détermina de 23°, 35′, & cette même quantité fut reconnuë à peu près par les Arabes du 9me Siècle. Or l'an 901. *Thebit* l'avoit déterminée de 23°, 33′½; & *Mahmud* A. 992. de 23°, 32′⅓. Enſuite *Ulugh Beigh* la trouva de 23°, 30′½ vers le milieu du 15me Siècle. Enfin on ſait que *Tycho*, & d'autres Aſtronomes du 16me Siècle, l'ont établie de 23°, 31′, & enſuite de 23°, 30′, & que ce n'eſt qu'au ſiècle paſſé, qu'on la réduiſit à 23°, 29′, & à préſent même à 23°, 28′, 30″. Cependant il faut avoüer que *Copernic* l'avoit déjà presque trouvée comme aujourdhui, mais il faut auſſi convenir, qu'une erreur de deux minutes lui auroit bien pu échaper, ce qui paroit au moins plus probable que d'accuſer les plus anciennes d'une de 20 minutes. Au reſte, quoiqu'on ne puiſſe compter à quelques minutes près ſur les obſervations des anciens, & qu'on n'en ſauroit conclure la véritable diminution, en cas qu'il y en eut une; il ſemble pourtant très certain, que l'obliquité de l'écliptique ait été autrefois conſidérablement plus grande, qu'elle n'eſt aujourdhui. Car il n'eſt pas probable, que tous auroient commis des erreurs dans le même ſens, & la diminution ſucceſſive fournit une nouvelle preuve pour ce ſentiment, quelque groſſières qu'ayent été les premières obſervations. Or il faut bien diſtinguer ce changement, que les obſervations anciennes ſemblent indiquer dans l'obliquité de l'écliptique, de la variation périodique, qu'on a découverte depuis peu, & qui vient de la nutation de l'axe de la terre; celle-cy étant fort petite, & achevant ſes périodes avec les nœuds de la Lune. Ainſi indépendamment de cette variation on demande, ſi l'obliquité moyenne de l'ecliptique a été de tout tems la même, ou ſi elle a diminué jusqu'à preſent?

IV. Quoiqu'il me ſemble, que les obſervations rapportées prouvent ſuffiſamment la diminution, je conviens aiſément qu'on ne ſauroit s'en ſervir pour déterminer la véritable quantité de cette diminution. Si l'on compare l'obliquité de *Pytheas* de 23°, 52′½, avec celle d'aujourdhui, on trouve pour l'intervalle 20½ ſiècles une diminution de 24′, ce qui donneroit pour un ſiècle 1′, 2″. Or les déterminations

tions de *Thebit* & *Mahmud* donnent $34''$ de diminution pour un ſiècle ; mais celles des Arabes du neuvième ſiècle donnent $47''$: d'où l'on doit vraiſemblablement conclure, que *Pytheas* s'eſt trompé de pluſieurs minutes en excès, & *Thebit* avec *Mahmud* de quelques unes en défaut. Car en vouloir conclure, qu'il n'y a point eu du tout de changement dans l'obliquité de l'écliptique, cela ſeroit ſans doute trop hardy, & ne ſauroit être ſoutenu, à moins qu'on ne fût en état de faire voir inconteſtablement par la Théorie, qu'un tel changement eſt tout à fait impoſſible. Or c'eſt apparement ce, ſur quoy ſe fondent ceux qui nient abſolument un tel changement dans l'obliquité de l'écliptique : & depuis qu'on a découvert la variation périodique, ou la nutation de l'axe de la terre fondée ſur la Théorie du grand *Newton*, il ſemble qu'on a raiſon de rejetter cet autre changement, attendu que perſonne n'a encore montré, comment un tel changement pourroit être produit conformément à cette Théorie. Comme le changement de la latitude des étoiles fixes eſt ſi intimément lié avec celui de l'obliquité de l'écliptique, M. le *Monnier* nie abſolument, que l'action des planetes pourroit produire un tel effet ſur la terre, & ce même ſentiment paroit aſſés général, que ſuivant la Théorie de *Newton* la ſituation du plan de l'écliptique ne ſauroit être ſenſiblement altérée.

V. Or, quand on regarde la choſe d'un autre point de vuë, & qu'on réfléchit que les plans des orbites des planetes ne ſont pas fixes, mais mobiles, conformément à cette rétrogradation lente, qui convient à leurs nœuds, on changera bientôt de ſentiment. Car, puiſque les nœuds de l'orbite de Mars, par exemple, reculent tous les ans de $12''$ par rapport aux étoiles fixes, cette orbite ſera ſans doute aſſujettie à quelque variation, & partant les habitans de Mars remarqueront avec le tems quelque changement dans la latitude des étoiles fixes. Un ſemblable phénomene ſera auſſi apperçu par les habitans des autres planetes, entant que leurs orbites ſont mobiles, comme on en eſt aujourdhui bien aſſuré par les obſervations. Donc, ſi par rapport aux habitans de toutes les autres planetes la latitude des étoiles fixes eſt variable, avec quelle rai-

ſon pourroit-on ſoutenir que ceux de la terre ſeroient exemts d'un pareil événement ? Or le mouvement des nœuds des planetes eſt non ſeulement ſuffiſamment conſtaté par les obſervations ; mais il n'y a aucun doute, qu'il ne ſoit parfaitement conforme à la Théorie de *Newton* ; depuis qu'on eſt aſſeuré, que le mouvement obſervé des nœuds de la Lune répond exactement à la même Théorie. Enſuite les dérangemens, qu'on obſerve dans le moûvement de Saturne, nous convainquent inconteſtablement, qu'outre la force qui pouſſe les planetes principales vers le Soleil, il y en a encore, dont les planetes ſont pouſſées les unes vers les autres, & que ces forces ſuivent également la raiſon renverſée des quarrés des diſtances. D'où l'on peut tirer cette concluſion générale, que chaque planete, & partant auſſi la terre, eſt attirée non ſeulement vers le Soleil, mais auſſi vers chacune des autres planetes : & de là il s'enſuit, qu'entant que les planetes ne ſe trouvent pas dans le même plan, les plans de leurs orbites en doivent néceſſairement ſouffrir quelque variation.

VI. Tout revient donc à examiner l'effet, que l'action des autres planetes eſt capable de produire dans la poſition du plan de l'orbite de la terre ; & il eſt évident que de cet effet doit réſulter une altération, tant dans la latitude apparente des étoiles fixes, que dans l'obliquité de l'écliptique. C'eſt donc le problème propoſé par l'Académie Royale des Sciences de Paris pour l'année prochaine, qui nous doit fournir les éclairciſſemens néceſſaires ſur les deux queſtions propoſées ; or, puiſque le même problème s'étend auſſi aux autres inégalités, qui y ſont cauſées dans ſon mouvement, & dans le lieu de ſon aphélie, je me bornerai ici uniquement à indiquer les changemens, que l'action des planetes doit produire dans la poſition du plan de l'orbite de la terre. De là il arrive, que ſi l'on rapporte l'orbite de la terre à celle d'une autre planete, leur interſection mutuelle, ou la ligne des nœuds, en acquiert un petit mouvement en arrière, ſemblable à celui qu'on remarque dans les nœuds de la Lune ; & à la rigueur l'inclinaiſon même, tout comme celle de la Lune, ſera aſſujettie à quelques changemens :

mais

mais ceux-cy étant abſolument imperceptibles, & ſe remettant parfaitement après chaque période, il n'en ſauroit réſulter aucun phènomene ſenſible. De ſorte qu'on peut hardiment ſuppoſer, que l'inclinaiſon de l'orbite de la terre à celle de chaque autre planete demeure inaltérable, & qu'il n'y arrive d'autre changement, que dans le lieu de leur interſection, qui ne devient ſenſible qu'après pluſieurs années. Or, quoique les plans des orbites des autres planetes ſoient également variables, on les peut néanmoins regarder comme fixes, du moins pour le tems de pluſieurs années, & même de quelques ſiècles, au bout deſquels on pourra de nouveau tenir compte de la vraye poſition mutuelle, qui aura alors lieu.

VII. Puisque l'action de chaque planete ſur la terre eſt extrêmement petite, on peut déterminer ſéparément l'effet de chacune, vu que celui de l'une ne ſauroit être troublé par les autres. Et quoique l'orbite de chaque planete ne ſoit pas immobile, il ſera permis dans cette recherche de la regarder comme telle. Rapportons donc tout à la Sphère du monde, dont le centre ſoit C, qu'on peut ſuppoſer au milieu du Soleil, & que le grand cercle AEB repréſente le plan de l'orbite d'une planete, dont on recherche l'action ſur l'orbite de la terre, qui ſoit repréſentée par le grand cercle FEG, qui coupe l'autre en E, qu'on peut nommer le nœud aſcendant de l'orbite de la terre ſur celle de la planete, ſuppoſé que les lettres F, E, G, ſe ſuivent ſelon l'ordre des ſignes celeſtes; & l'angle BEG marquera l'inclinaiſon mutuelle des deux orbites. Maintenant concevons, que le cercle AEB demeurant immobile, l'autre FEG gliſſe inſenſiblement en arrière en conſervant toujours la même inclinaiſon, de ſorte qu'après quelque tems il parvienne dans la ſituation *feg*, le nœud E étant reculé cependant par l'eſpace *Ee*. Cela poſé, il eſt clair que la latitude de la plupart des étoiles fixes, que je ſuppoſe conſerver toujours la même ſituation par rapport au cercle AEB, ſera changée par le transport de l'écliptique FEG en *feg*. Or, pour déterminer ce changement, on n'a qu'à tirer d'une étoile quelconque S perpendiculairement ſur Fig. 1.

les deux poſitions de l'écliptique FEG & *feg* les arcs de grands cercles SL & S*l*. Car, puisque ces arcs meſurent la latitude de l'étoile S pour les deux poſitions propoſées de l'écliptique, leur différence donnera le changement, qui ſera arrivé dans la latitude de l'étoile S, pendant que l'écliptique aura paſſé de la poſition FEG en *feg*. Pour faire cette recherche il faut tirer par l'étoile S un grand cercle Z S T perpendiculaire ſur l'orbite de la planete, dont la portion S T repréſentera la latitude de cette étoile par rapport à l'orbite de la planete, que je conſidére comme conſtante, de même que ſa longitude à ce même égard, qu'on peut indiquer par l'arc AT, prenant pour A un point fixe à volonté.

VIII. Cherchons donc pour le tems, où le nœud de la terre a été en E la latitude d'une étoile quelconque donnée S. Pour cet effet poſons

$$\text{l'arc AT} = t \; ; \quad \text{l'arc TS} = s,$$

enſuite l'arc $AE = z$, & l'angle $BEG = \alpha$, qui eſt conſtant. De là ayant d'abord dans le triangle ETV rectangle en T le côté $ET = t - z$, avec l'angle $TEV = \alpha$, on en tirera :

$$\text{tang EV} = \frac{\text{tang}(t-z)}{\text{cof}\,\alpha} \; ; \quad \text{tang TV} = \text{tang}\,\alpha\,\text{fin}\,(t-z),$$

$$\& \qquad \text{cof EVT} = \text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,(t-z).$$

Soit maintenant pour abréger $TV = v$, & $EVT = \omega$, de ſorte que

$$\text{tang}\,v = \text{tang}\,\alpha\,\text{fin}\,(t-z) \; ; \quad \text{cof}\,\omega = \text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,(t-z), \quad \& \text{ partant}$$

$$\text{fin}\,v = \frac{\text{fin}\,\alpha\,\text{fin}\,(t-z)}{\sqrt{[1-\text{fin}\,\alpha^2\,\text{cof}(t-z)^2]}} \; ; \quad \text{cof}\,v = \frac{\text{cof}\,\alpha}{\sqrt{[1-\text{fin}\,\alpha^2\,\text{cof}(t-z)^2]}}$$

$$\text{fin}\,\omega = \sqrt{[1-\text{fin}\,\alpha^2\,\text{cof}(t-z)^2]} \; ; \quad \text{tg}\,\omega = \frac{\sqrt{[1-\text{fin}\,\alpha^2\,\text{cof}(t-z)^2]}}{\text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,(t-z)}$$

Enſuite on connoit dans le triangle VSL rectangle en L le côté

$$SV = s - v, \quad \text{avec l'angle } SVL = \omega,$$

d'où

d'où l'on trouve :

$$\text{fin SL} = \text{fin}\,\omega\,\text{fin}\,(s-v) = \text{fin}\,\omega\,(\text{fin}\,s\,\text{cof}\,v - \text{cof}\,s\,\text{fin}\,v)$$

$$\text{cot VSL} = \text{tang}\,\omega\,\text{cof}\,(s-v) = \text{tang}\,\omega\,(\text{cof}\,s\,\text{cof}\,v + \text{fin}\,s\,\text{fin}\,v)$$

$$\text{tang VL} = \text{cof}\,\omega\,\text{tang}\,(s-v) = \text{cof}\,\omega\,.\,\frac{\text{tang}\,s - \text{tang}\,v}{1 + \text{tang}\,s\,\text{tang}\,v}.$$

Donc, ſi nous remettons pour v & ω les valeurs indiquées, nous trouverons : $\text{fin SL} = \text{cof}\,\alpha\,\text{fin}\,s - \text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,s\,\text{fin}\,(t-z)$

$$\text{cot VSL} = \frac{\text{cof}\,\alpha\,\text{cof}\,s}{\text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,(t-z)} + \text{fin}\,s\,\text{tang}\,(t-z)$$

$$\text{tang VL} = \text{fin}\,\alpha\,\text{cos}\,(t-z)\,.\,\frac{\text{tang}\,s - \text{tang}\,\alpha\,\text{fin}\,(t-z)}{1 + \text{tang}\,\alpha\,\text{tang}\,s\,\text{fin}\,(t-z)}.$$

Ayant trouvé l'arc VL on n'a qu'à y ajouter celle de l'arc EV pour avoir l'arc EL qui marque la longitude de l'étoile S comptée depuis le nœud E : or l'arc SL exprime ſa latitude, tant que le nœud eſt en E, d'où l'on peut juger combien elle varie par le mouvement du nœud.

IX. Pour ſe former une idée plus claire du changement, auquel la latitude des étoiles eſt aſſujettie, on n'a qu'à conſidérer une période entiere, où l'écliptique aura achevé une révolution ſur l'orbite de la planete, après laquelle le nœud E ſera rétabli au même endroit. Pendant cet intervalle de tems, qui comprend pluſieurs milliers d'années, la latitude de la même étoile S aura été une fois la plus petite : & puiſque nous venons de trouver $\text{fin SL} = \text{cof}\,\alpha\,\text{fin}\,s - \text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,s\,\text{fin}\,(t-z)$, il eſt évident, que la latitude SL ſera la plus petite, lorsque l'angle $t-z$, ou l'arc ET, devient de 90°, car alors la latitude de l'étoile S ſera $= s - \alpha$. Or une demi-révolution après, lorsque l'arc $\text{ET} = t-z$ ſera de 270°, la latitude deviendra $= s + \alpha$, & partant le changement entier, depuis la plus petite jusqu'à la plus grande latitude, ſera $= 2\alpha$, c'eſt à dire au double de l'angle BEG, qui meſure l'inclinaiſon de l'écliptique à l'orbite de la planete. Cependant

cette

cette concluſion ne ſauroit être aſſés juſte, à cauſe que j'ai ſuppoſé immobile le plan de l'orbite de la planete; car celui-cy étant pareillement aſſujetti à l'action des autres planetes, ſouffrira avec le tems un changement aſſés conſidérable. Donc notre détermination ne ſauroit avoir lieu que pour un tems, pendant lequel le mouvement du nœud E ne recule pas par un eſpace trop conſidérable; or, puiſque ce mouvement eſt extrêmement lent, on pourra employer nos formules pendant un aſſés long tems, & même de pluſieurs ſiècles, comme on verra par la ſuite. Mais, ſi l'on vouloit remonter à des epoques plus reculées, on n'auroit qu'à rectifier les élémens du calcul pour ce tems là, & établir de nouveau conformément à la vérité la poſition tant du plan de l'orbite de la planete que de l'écliptique avec leur inclinaiſon mutuelle, de laquelle on pourra ſe ſervir de nouveau pendant le cours de pluſieurs ſiècles. Et par ce moyen on pourra toujours être aſſuré de la juſteſſe des concluſions, qu'on tirera de notre calcul, pourvu que les élémens ſoient juſtes pour un tems, qui n'en ſoit pas éloigné d'un trop grand nombre de ſiècles.

X. Or pour l'uſage de l'Aſtronomie ces bornes ſont aſſés étenduës, & on peut ſe contenter quand on eſt en état de déterminer les changemens, qui doivent ſe trouver dans la latitude des étoiles pendant le cours de quelques ſiècles. Suppoſons que pendant un ſiècle le nœud E recule par l'eſpace $Ee = \varepsilon$, & voyons de combien la latitude de chaque étoile en doit être changée; car ayant trouvé ce changement on comprend aiſément, que celui qui répond à deux ou pluſieurs ſiècles ſera deux ou autant de fois plus grand, pourvu que le nombre des ſiècles ne ſoit pas trop grand. Dans cette recherche on pourra regarder l'eſpace ε comme un infiniment petit, & puiſque l'arc $AE = z$, diminuë de ε pendant un ſiècle, on pourra ſuppoſer $dz = -\varepsilon$. Donc la latitude de l'étoile S étant à preſent $= SL$, elle ſera après un ſiècle $= Sl$, de ſorte que:

$$\text{ſin } Sl - \text{ſin } SL = -\varepsilon \text{ ſin } \alpha \text{ coſ } s \text{ coſ } (t - z);$$

Soit

Soit la latitude $SL = l$, & celle après un ſiecle $Sl = l + dl$, & on aura : $dl \cos l = -\varepsilon \sin\alpha \cos s \cos(t - \varpi)$.

Or, ayant $\sin l = \cos\alpha \sin s - \sin\alpha \cos s \sin(t - \varpi)$, il faut remarquer que l'angle α eſt toujours très petit, en ſorte qu'on puiſſe ſuppoſer $\cos\alpha = 1$, & $\sin\alpha = 0$, d'où l'on obtient $\sin l = \sin s$, & $\cos l = \cos s$. Par conſéquent l'accroiſſement ſeculaire de la latitude ſera aſſés à peu près : $dl = -\varepsilon \sin\alpha \cos(t - \varpi)$.

Cette formule a lieu pour les étoiles, dont la latitude eſt boreale ; or pour les méridionales il faut changer le ſigne. Ou bien on pourra ainſi énoncer cette concluſion, que la diſtance des étoiles fixes au pole boreal de l'ecliptique eſt augmentée pendant un ſiecle de la particule $= \varepsilon \sin\alpha \cos(t - \varpi)$.

XI. La variation donc, cauſée dans la latitude des étoiles fixes par l'action d'une planete, dépend de trois élémens : 1°. du mouvement de nœuds de l'écliptique ſur l'orbite de la planete, que je ſuppoſe ici $= \varepsilon$ pendant un ſiecle en arrière ; 2°. de l'inclinaiſon de l'écliptique à l'orbite de la planete, que je poſe ici $= \alpha$, où il faut remarquer que cet angle eſt fort petit ; 3°. de l'angle ou l'arc $t - \varpi$, au lieu duquel on peut prendre l'arc EL, qui exprime la longitude de l'étoile S comptée depuis le nœud aſcendant E de l'ecliptique ſur l'orbite de la planete. Car, outre que la différence entre les arcs ET & EL eſt fort petite, ce que j'ai déjà négligé dans le calcul, ayant pris $\sin\alpha = 0$ & $\cos\alpha = 1$, change préciſément l'arc ET en EL. Pour nous en aſſurer, on n'a qu'à conſidérer le point O, où la ſituation préſente de l'ecliptique eſt coupée par celle, eO, qu'elle aura après un ſiecle : & puiſque nous avons dans le triangle ſphèrique EOe l'angle $BEO = \alpha$, l'angle $EeO = \alpha$, & le coté $Ee = \varepsilon$, nous en tirerons :

$$\cos EOe = \cos\varepsilon \sin\alpha^2 + \cos\alpha^2 = 1 - \sin\alpha^2 (1 - \cos\varepsilon)$$

Or l'angle EOe étant extrèmement petit, ſon coſinus ſera $= \sqrt{(1 - \sin EOe^2)} = 1 - \frac{1}{2}\sin EOe^2$, donc $\sin EOe^2 = 2\sin\alpha^2(1 - \cos\varepsilon) = \varepsilon\varepsilon \sin\alpha^2$ à cauſe de $\cos\varepsilon = 1 - \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon$, puiſque l'arc ε eſt ſup-

poſé auſſi fort petit. De là nous aurons ſin $EOe = \varepsilon$ ſin α, & partant : ſin EOe : ſin Ee = ſin α : ſin EO ou ſin EO = 1. de ſorte que l'arc EO eſt de 90°. Donc, ſi nous nommons la longitude de l'étoile depuis le nœud E ou l'arc $EL = L$, nous aurons $OL = 90° - L$, & dans le triangle $LO\lambda$ la particule $L\lambda$ = ſin EOe. ſin $OL = \varepsilon$ ſin α coſ L, laquelle exprime la diminution ſeculaire de la latitude. Cette diminution eſt donc proportionnelle au coſinus de la longitude $EL = L$ comptée depuis le nœud E ſuivant l'ordre des ſignes ; elle ſera donc la plus grande lorsque $L = 0$, où elle devient = ε ſin α ; elle évanouïra lorsque $L = 90°$, enſuite elle ſera négative, ſi L ſurpaſſe 90°, jusqu'à $L = 270°$, entre lesquels termes elle deviendra encore la plus grande négative, lorsque $L = 180°$: or depuis 270°, où elle évanouït encore, elle redevient poſitive.

XII. Si nous concevons une étoile dans le pole de l'équateur, ſa latitude ſera aſſujettie à une ſemblable variation ; ou bien la diſtance de ce pole à l'écliptique ſera variable, & partant auſſi ſon complément, qui eſt égal à l'obliquité de l'écliptique. Donc, pour trouver le changement ſeculaire de l'obliquité de l'écliptique, on n'a qu'à chercher la longitude du pole de l'équateur comptée depuis le nœud aſcendant E de l'écliptique ſur l'orbite de la planete. Or ce nœud aſcendant eſt le même que le nœud deſcendant de l'orbite de la planete ſur l'écliptique, & la longitude du pole de l'équateur tombe dans le ſolſtice d'été, au commencement du ſigne 69. Qu'on ſoutraye donc la longitude du nœud deſcendant de l'orbite de la planete, qu'on trouve marquée dans les tables Aſtronomiques, de 3^s, 0°, 0′ ; & nommant l'arc reſtant $= L$, la diſtance du pole à l'écliptique diminuera pendant l'eſpace d'un ſiecle de la quantité ε ſin α coſ L, ou bien l'obliquité de l'écliptique ſera augmentée de la même quantité. Par ce moyen on trouvera la variation de l'obliquité de l'écliptique pour un ſiecle aſſez exactement ; mais, ſi l'on veut paſſer à pluſieurs ſiecles à cauſe de la préceſſion des équinoxes, il ſera bon de chercher pour chaque ſiecle la longitude du nœud deſcendant de l'orbite de la planete par les tables, & de la ſoutrai-

traire de 3′, 0°, 0′, pour avoir l'arc L. Cette précaution n'eſt pas néceſſaire par rapport à la latitude des étoiles fixes ; car, puisque le mouvement des nœuds eſt fort lent par rapport aux étoiles fixes, ſi l'on ſoutrait la longitude du nœud E de la longitude de quelque étoile, la différence ne variera pas ſenſiblement pour pluſieurs ſiecles : & on verra bientôt par l'application de notre calcul, qu'une erreur de 10° dans cette différence n'eſt d'aucune conſéquence, ou qu'elle produit à peine une ſeconde de variation dans l'eſpace de 100 ans.

XIII. L'action d'une planete influe donc ſur la latitude des étoiles fixes, & ſur l'obliquité de l'écliptique, entant qu'elle fait reculer les nœuds de l'ecliptique ſur le plan de ſon orbite, l'angle de l'inclinaiſon demeurant le même. Un tel effet ſera produit par l'action de chaque planete, & pour le trouver il faut déterminer les élémens ſuivans :

1. *La longitude du nœud deſcendant de l'orbite de la planete ſur l'écliptique, que les Tables aſtronomiques marquent pour tous les tems donnés : & laquelle eſt la même, que la longitude du nœud aſcendant de l'ecliptique ſur l'orbite de la planete. Soit donc cette longitude* = Ω.
2. *L'inclinaiſon de l'orbite de la planete à l'écliptique, qu'on trouve auſſi indiquée dans les tables Aſtronomiques. Soit donc cette inclinaiſon* = α.
3. *L'eſpace, par lequel les nœuds de l'écliptique reculent ſur le plan de l'orbite de la planete dans un tems donné, par exemple, dans un ſiècle. Soit cet eſpace* = ε, *qu'il faut déterminer par la Théorie.*

Après avoir déterminé ces trois élémens pour chaque planete, on en trouvera les changemens ſéculaires, tant de l'obliquité de l'ecliptique, que de la latitude de chaque étoile fixe, à l'aide des régles ſuivantes :

I. Régle pour trouver le changement ſéculaire dans l'obliquité de l'écliptique.

On n'a qu'à calculer la valeur de cette formule $\varepsilon \sin \alpha \cos(90° - \Omega) = \varepsilon \sin \alpha \sin \Omega$, qui marquera l'augmentation de l'obliquité de l'écliptique pendant le cours d'un ſiecle, ſi elle eſt poſitive, & ſa diminution, ſi elle eſt negative

II. Régle pour trouver le changement ſéculaire dans la latitude des étoiles fixes.

Soit λ la longitude de l'étoile propoſée, & la valeur de cette formule $\varepsilon \sin \alpha \cos(\lambda - \Omega)$ marquera l'accroiſſement de la diſtance de l'étoile propoſée au pole boreal de l'écliptique pendant le cours d'un ſiecle. La latitude ſera donc diminuée de la même quantité, ſi elle eſt boreale; mais, ſi la latitude eſt méridionale, la même formule donnera ſon augmentation pendant un ſiecle.

XIV. J'ai déjà remarqué, que l'angle $\lambda - \Omega$ ne change pas ſenſiblement pendant l'eſpace de pluſieurs ſiecles; car la préceſſion des équinoxes affecte également les deux angles λ & Ω, & le changement de leur différence $\lambda - \Omega$ ne provient que du mouvement régreſſif du nœud Ω par rapport aux étoiles fixes, qui pendant un ſiecle ne ſurpaſſe jamais $10'$. Par cette raiſon le changement trouvé pour un ſiecle aura lieu pour pluſieurs autres ſiecles tant précedens que ſuivans. Mais il n'en eſt pas de même de l'obliquité de l'écliptique, dont le changement dépend de l'arc Ω, qui à cauſe de la préceſſion des équinoxes croit tous les ans de $50''$, & dans un ſiecle de $1°, 23'$, de ſorte qu'en retranchant la régreſſion qui lui eſt propre, il en reſte encore plus que $1°, 23'$, d'où après pluſieurs ſiecles peut réſulter un changement aſſés conſidérable. Dans cette recherche il faudra donc, au moins après quelques ſiecles, déterminer de nouveau par la même régle le changement ſeculaire de l'obliquité de l'ecliptique, ce qui n'eſt pas ſi néceſſaire pour la latitude des étoiles fixes. Cependant, ayant ſuppoſé ici, que l'inclinaiſon de l'écliptique à l'orbite de chaque planete demeure toujours la même, ce qui ſeroit bien vray, s'il n'y avoit qu'une planete, qui agit ſur la terre; il faut remarquer, que puiſque toutes les planetes agiſſent les unes ſur les autres, & que le plan de l'orbite de cha-

chacune eſt altéré à l'égard des plans des orbites de toutes les autres, leurs inclinaiſons mutuelles en ſeront néceſſairement changées. D'où il s'enſuit qu'avant pluſieurs ſiecles l'inclinaiſon de l'orbite de chaque planete à l'écliptique peut avoir été bien différente de celle qu'on obſerve aujourdhui ; ce qui doit produire pour ces tems-là un changement aſſés différent dans la variation ſeculaire de l'obliquité de l'écliptique & de la latitude des étoiles : or cet article demande des recherches trop profondes de la Théorie, qui meritent un attachement tout particulier.

XV. Or il s'enſuit de là encore une autre inégalité dans la longitude des étoiles fixes, dont il ne paroit pas, que les Aſtronomes ſe ſoient apperçus. On croit communément que la longitude des étoiles n'eſt aſſujettie à aucune autre variation, qu'à celle qui provient de la préceſſion des équinoxes, laquelle affectant egalement toutes les étoiles, les différences entre leurs longitudes devroient être invariables. Mais le changement du plan de l'écliptique, que je viens d'expliquer, doit néceſſairement cauſer un changement dans la différence des longitudes des étoiles, lequel après un aſſés longtems peut devenir aſſés conſiderable. Pour comprendre cela plus diſtinctement, on n'a qu'à conſidérer, que le pole de l'écliptique Π décrit actuellement dans le Ciel un petit cercle QΠR autour du pole Z de l'orbite de la planete, dont nous examinons l'action ſur la terre, & que le rayon de ce petit cercle eſt égal au ſinus de l'inclinaiſon de l'écliptique à l'orbite de cette planete, ou bien à ſin α, l'arc ZΠ étant $= \alpha$. Le pole de l'écliptique Π reculera donc pendant le cours de chaque ſiecle ſur ce petit cercle par un arc $\Pi\pi = \varepsilon$, & pendant un tems ſuffiſant il achevera une révolution entiere, ce qui doit arriver dans l'eſpace de $\frac{360^\circ}{\varepsilon}$ ſiecles. Concevons maintenant deux étoiles fixes, l'une ſituée en Z, ou dans un autre point quelconque de l'arc QR, & l'autre en P ; & il eſt clair, que lorſque le pole de l'écliptique ſut en R, la longitude de ces deux étoiles aura été la même. Mais, quand le pole de l'écliptique *Fig. 3.*

tique aura été transporté en Q après $\frac{180^\circ}{\varepsilon}$ ſiecles, alors ces deux étoiles ſe trouveront éloignées en longitude de 180°, & pendant ce tems la différence entre leurs longitudes aura ſubi tous les changemens poſſibles entre 0° & 180°. Pour les étoiles ſituées hors le petit cercle QΠR, leur différence en longitude ne ſauroit varier tant, mais elle ſera toujours variable. Qu'on conçoive deux étoiles en P & A, ſituées dans le même grand cercle, qui paſſe par Z, & il eſt évident que, lorſque le pole de l'écliptique eſt en R ou Q, leur longitude ſera la même; mais, quand ce pole ſe trouve en Π, la différence entre leur longitude ſera exprimée par l'angle PΠA, dont la variabilité peut devenir aſſés conſiderable.

XVI. Il ſera donc important de voir, à quel point peut monter cette différence de longitude pour deux étoiles quelconques. Pour cet effet je regarde le pole Z de l'orbite de la planete comme fixe, & ſoient propoſées deux étoiles P & S, dont les diſtances au point Z ſoient: $ZP = f$; $ZS = g$; & l'angle $PZS = k$, qui ſont des quantités invariables. Soit enſuite l'angle variable $QZ\Pi = z$, qui diminue pendant chaque ſiecle de ε, & la diſtance conſtante $Z\Pi = \alpha$. Cela poſé, le triangle ſphérique ZΠP, à cauſe des données: $ZP = f$; $Z\Pi = \alpha$; & $PZ\Pi = z$

fournit $\text{tang } Z\Pi P = \frac{\text{ſin } z \text{ tang } f}{\text{ſin } \alpha - \text{coſ } \alpha \text{ coſ } z \text{ tang } f}$,

& le triangle ſphérique ZΠS, à cauſe des données:

$ZS = g$; $Z\Pi = \alpha$; & $SZ\Pi = k - z$

fournit $\text{tang } Z\Pi S = \frac{\text{ſin } (k-z) \text{ tang } g}{\text{ſin } \alpha - \text{coſ } \alpha \text{ coſ } (k-z) \text{ tang } g}$.

D'où l'on tire pour la différence en longitude de ces deux étoiles:

tang

$$\text{tang PIIS} = \frac{\text{cof}\,\alpha\,\text{tang}\,f\,\text{fin}\,k - \text{fin}\,\alpha\,\text{tang}\,f\,\text{fin}\,z - \text{fin}\,\alpha\,\text{tang}\,g\,\text{fin}\,(k-z)}{\text{fin}\,\alpha^2 - \text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,\alpha\,\text{tang}\,g\,(k-z) + \text{cof}\,\alpha^2\,\text{tang}\,f\,\text{tang}\,g\,\text{cof}\,k}$$
$$- \text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,\alpha\,\text{tang}\,f\,\text{cof}\,z \quad - \text{fin}\,\alpha^2\,\text{tg}\,f\,\text{tg}\,g\,\text{fn}\,z\,\text{fn}\,(k-z)$$

laquelle change viſiblement pendant une révolution du pole de l'écliptique autour du point fixe Z. Si l'on cherche les cas, où la différence en longitude devient, ou la plus grande, ou la plus petite, on parvient à cette équation :

$$\begin{aligned} 0 = {} & + \text{cof}\,\alpha^2\,\text{tang}\,f\,\text{tang}\,g^2\,\text{cof}\,z \quad + \text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,\alpha\,\text{tang}\,f^2 \\ & - \text{cof}\,\alpha^2\,\text{tang}\,f^2\,\text{tang}\,g\,\text{cf}(k-z) - \text{fin}\,\alpha\,\text{cof}\,\alpha\,\text{tang}\,g^2 \\ & \qquad + \text{fn}\,\alpha\,\text{cof}\,\alpha\,\text{tg}\,f^2\,\text{tg}\,g^2\,\text{fn}\,k\,\text{cf}\,z\,\text{fn}(k-z) \\ & \qquad - \text{fn}\,\alpha\,\text{cof}\,\alpha\,\text{tg}\,f^2\,\text{tg}\,g^2\,\text{fn}\,k\,\text{fn}\,z\,\text{cf}(k-z) \\ & + \text{fin}\,\alpha^2\,\text{tang}\,g\,\text{cof}(k-z) + \text{fin}\,\alpha^2\,\text{tang}\,f^2\,\text{tg}\,g\,\text{fin}\,z^2\,\text{cof}(k-z) \\ & - \text{fin}\,\alpha^2\,\text{tang}\,f\,\text{cof}\,z \quad - \text{fin}\,\alpha^2\,\text{tang}\,f\,\text{tg}\,g^2\,\text{cof}\,z\,\text{fin}\,(k-z)^2 \end{aligned}$$

dont les racines z montrent les lieux II du pole de l'écliptique, qui donnent la difference en longitude, ou la plus grande, ou la plus petite.

XVII. Mais la ſolution de cette équation étant trop embarraſſante, il convient de recourir à des approximations, qu'on peut tirer de cette circonſtance, que l'arc α eſt extrêmement petit. On pourra donc mettre $\text{cof}\,\alpha = 1$, & négliger dans le dénominateur les termes affectés par $\text{fin}\,\alpha^2$, d'où nous tirons :

$$\text{tang PIIS} = \frac{\text{tang}\,f\,\text{tang}\,g\,\text{fin}\,k - \text{fin}\,\alpha\,[\text{tang}\,f\,\text{fin}\,z + \text{tang}\,g\,\text{fin}\,(k-z)]}{\text{tang}\,f\,\text{tang}\,g\,\text{cof}\,k - \text{fin}\,\alpha\,[\text{tang}\,f\,\text{cof}\,z + \text{tang}\,g\,\text{cof}\,(k-z)]}$$

& partant encore très à peu près :

$$\text{tang PIIS} = \text{tang}\,k + \frac{\text{fin}\,\alpha\,[\text{tang}\,f\,\text{fin}\,(k-z) + \text{tang}\,g\,\text{fin}\,z]}{\text{tang}\,f\,\text{tang}\,g\,\text{cof}\,k^2}.$$

Cette

Cette différence en longitude étant renduë un *maximum*, ou *minimum*, donne :

$$\text{tang}\, g \,\text{cof}\, z = \text{tang}\, f \,\text{cof}(k-z) = \text{tang}\, f\,(\text{cof}\, k \,\text{cof}\, z + \text{fin}\, k \,\text{fin}\, z),$$

d'où nous trouvons pour les lieux cherchés Π du pole de l'écliptique

$$\text{tang}\, z = \frac{\text{tang}\, g - \text{tang}\, f \,\text{cof}\, k}{\text{tang}\, f \,\text{fin}\, k}, \quad \& \quad \text{tang}\,(k-z) = \frac{\text{tang}\, f - \text{tang}\, g \,\text{cof}\, k}{\text{tang}\, g \,\text{fin}\, k}.$$

Or, comme il y a toûjours deux angles, qui répondent à la même tangente, leur différence étant 180°, l'un ſera pour le plus grand, & l'autre pour plus petit. Pour mieux connoitre cette diſtinction, ſubſtituons ces valeurs dans l'expreſſion de tang PΠS, & puisque

$$\text{fin}\, z = \frac{\text{tang}\, g - \text{tang}\, f \,\text{cof}\, k}{\sqrt{(\text{tang}\, f^2 + \text{tang}\, g^2 - 2\,\text{tang}\, f \,\text{tang}\, g \,\text{cof}\, k)}};$$

$$\text{fin}\,(k-z) = \frac{\text{tang}\, f - \text{tang}\, g \,\text{cof}\, k}{\sqrt{(\text{tang}\, f^2 + \text{tang}\, g^2 - 2\,\text{tang}\, f \,\text{tang}\, g \,\text{cof}\, k)}},$$

nous aurons :

$$\text{tang}\, \text{PΠS} = \text{tg}\, k + \frac{\text{fin}\, \alpha}{\text{tg}\, f \,\text{tg}\, g \,\text{cof}\, k^2} \sqrt{(\text{tang}\, f^2 + \text{tg}\, g^2 - 2\,\text{tg}\, f \,\text{tg}\, g \,\text{cof}\, k)}$$

par conſéquent :

$$\text{PΠS} = k + \frac{\alpha}{\text{tang}\, f \,\text{tang}\, g} \sqrt{(\text{tang}\, f^2 + \text{tang}\, g^2 - 2\,\text{tang}\, f \,\text{tang}\, g \,\text{cof}\, k)},$$

ou bien à cauſe de $\text{cof}\, z = \dfrac{\text{tang}\, f \,\text{fin}\, k}{\sqrt{(\text{tang}\, f^2 + \text{tang}\, g^2 - 2\,\text{tang}\, f \,\text{tang}\, g \,\text{cof}\, k)}}$

$$\text{PΠS} = k + \frac{\alpha \,\text{fin}\, k}{\text{tang}\, g \,\text{cof}\, z}.$$

Or des deux angles trouvés pour z, l'un a ſon cofinus poſitif, l'autre négatif ; donc celui-là donne l'angle PΠS le plus grand, & celui-cy le plus petit.

XVIII.

XVIII. En quelque poſition que le pole de l'ecliptique Π ſe trouve, on peut auſſi exprimer l'angle PΠS, ou la différence en longitude des deux étoiles, en ſorte

$$P\Pi S = k + \sin\alpha\left(\frac{\sin(k-z)}{\operatorname{tang} g} + \frac{\sin z}{\operatorname{tang} f}\right)$$

d'où l'on trouvera aiſément, de combien la différence en longitude ſera changée pendant le cours d'un ſiecle; car, puisque dans ce tems l'angle z diminuë de ε, la différence en longitude des deux étoiles propoſées croitra dans un ſiecle de cette particule :

$$\varepsilon \sin\alpha\left(\frac{\cos(k-z)}{\operatorname{tang} g} - \frac{\cos z}{\operatorname{tang} f}\right)$$

où l'on peut prendre pour f & g les diſtances des étoiles au pole de l'écliptique, pourvu qu'elles n'en ſoient pas fort proches. On voit de là d'abord que, lorsque les deux étoiles ſe trouvent près de l'écliptique, le changement dans leur différence de longitude évanouït ; parce que les tangentes des diſtances f & g deviennent alors extrèmement grandes, de ſorte que la différence entre leurs longitudes eſt conſtamment $P\Pi S = k$. Mais plus les étoiles approchent de l'un des poles de l'écliptique, plus auſſi deviendra grand le changement dans la différence en longitude. Conſidérons un cas, qui ſemble fort remarquable : Soient les deux étoiles P & S dans le même grand cercle ZΠG, de part & d'autre également éloignées de l'écliptique, & poſons leur latitude commune $= l$, qui ſera boreale pour l'une, & méridionale pour l'autre. A préſent donc la longitude de ces deux étoiles ſera la même, mais après un ſiecle elles ſe trouveront différer en longitude, & à cauſe de $z = 0$, $k = 0$, & $\operatorname{tang} g = -\operatorname{tang} f = \cot l$, leur différence en longitude ſera alors $= 2\varepsilon \sin\alpha \operatorname{tang} l$. Or on verra par la ſuite, que cette différence peut bien monter à quelques minutes, quoique les étoiles ne ſoient pas fort proches des poles de l'ecliptique : il pourra donc arriver, que deux étoiles, dont la longitude eſt à préſent la même, ont différé aſſés conſiderablement en longitude avant quelques

ſiecles, ce qui eſt ſans doute un paradoxe très remarquable dans l'Aſtronomie.

XIX. L'expreſſion, que nous venons de trouver pour le changement ſeculaire de la différence de longitude entre deux étoiles, qui eſt $= \varepsilon \operatorname{ſin} \alpha \left(\frac{\operatorname{cof}(k-z)}{\operatorname{tang} g} - \frac{\operatorname{cof} z}{\operatorname{tang} f} \right)$, nous fait voir, que la premiere partie $\frac{\operatorname{cof}(k-z)}{\operatorname{tang} g}$ répond uniquement à l'étoile S, & l'autre $\frac{\operatorname{cof} z}{\operatorname{tang} f}$ à l'étoile P; & partant chacune priſe ſéparément nous montre, combien la longitude de chaque étoile change pendant un ſiecle, outre le changement connu, cauſé par la préceſſion des équinoxes & la nutation de l'axe de la terre. Car la longitude de l'étoile S croitra dans un ſiecle de la particule.

$$\varepsilon \operatorname{ſin} \alpha . \frac{\operatorname{cof}(k-z)}{\operatorname{tang} g} = \varepsilon \operatorname{ſin} \alpha . \frac{\operatorname{cof} \Pi Z S}{\operatorname{tang} Z S}$$

Pour ramener ces élémens à l'uſage de l'Aſtronomie, ſoit comme auparavant la longitude du nœud deſcendant de l'orbite de la planete ſur l'ecliptique $= \Omega$; & on ſait que la longitude du cercle Z Π G ſera $= \Omega - 90°$: ſoit de plus la longitude de l'étoile S $= \lambda$, & on aura l'angle G Π S $= \lambda - \Omega + 90°$. Soit enſuite la diſtance de l'étoile S au pole boreal de l'ecliptique ou l'arc Π S $= p$: & ayant dans le triangle ſphèrique Π Z S les cotés Z Π $= \alpha$, & Π S $= p$ avec l'angle intercepté Z Π S $= 90° - \lambda + \Omega$, on trouve:

$$\operatorname{cof} Z S = \operatorname{ſin}(\lambda - \Omega) \operatorname{ſin} \alpha \operatorname{ſin} p + \operatorname{cof} \alpha \operatorname{cof} p$$

&

$$\operatorname{tang} \Pi Z S = \frac{\operatorname{cof}(\lambda - \Omega) \operatorname{tang} p}{\operatorname{ſin} \alpha - \operatorname{ſin}(\lambda - \Omega) \operatorname{cof} \alpha \operatorname{tang} p} = \frac{\operatorname{cof}(\lambda - \Omega) \operatorname{ſin} p}{\operatorname{ſin} \alpha \operatorname{cof} p - \operatorname{cof} \alpha \operatorname{ſin}(\lambda - \Omega) \operatorname{ſin} p}$$

d'où

d'où en ſuppoſant l'arc α extrêmement petit, on aura l'incrément en longitude de l'étoile S pour un ſiecle

$$= - \frac{\varepsilon \sin \alpha . \sin (\lambda - \Omega)}{\text{tang } p}.$$

laquelle formule aura toujours lieu, pourvu que l'étoile ne ſoit pas trop proche du pole de l'écliptique. *Donc*, ſi l'on calcule pour chaque tems propoſé la vraye longitude de chaque étoile, on verra aiſément, de combien la différence en longitude entre deux étoiles quelconques ſera changée.

XX. Voilà donc trois effets, que l'action de chaque planete produit dans les phènomenes celeſtes.

Le premier regarde l'obliquité de l'écliptique; & nous avons vû qu'elle en eſt augmentée pendant le cours d'un ſiecle de la particule $\varepsilon \sin \alpha \sin \Omega$.

Le ſecond affecte la latitude des étoiles; & nous avons vû que la diſtance d'une étoile fixe au pole boreal de l'écliptique en eſt augmentée pendant un ſiecle de la quantité $\varepsilon \sin \alpha \cos (\lambda - \Omega)$.

Le troiſième affecte la longitude des étoiles fixes, par lequel nous venons de voir, que la longitude d'une étoile fixe diminuë pendant un ſiecle de la particule $\varepsilon \sin \alpha . \frac{\sin(\lambda - \Omega)}{\text{tang } p}$; outre les changemens, que la préceſſion des équinoxes & la nutation de l'axe de la terre y produiſent.

On y peut ajouter le quatrième effet, qui conſiſte dans une irrégularité de la préceſſion des équinoxes même. Car ſi nous conſidérons une étoile dans le pole boreal de l'équateur de la terre, ſa longitude étant 90°, & ſa diſtance au pole de l'écliptique égale à l'obliquité de l'écliptique, qui ſoit $= e$, la longitude de cette étoile ſera diminuée pendant un ſiecle de la particule $\varepsilon \sin \alpha \frac{\cos \Omega}{\text{tang } e}$, & de la même quantité les points équinoctiaux ſeront transportés en arriere outre la préceſſion ordinaire.

Pour l'intelligence de ces formules, il faut ſe ſouvenir que nous avons ſuppoſé,

La longitude du nœud deſcendant de la planete $= \Omega$.
L'inclinaiſon de ſon orbite à l'écliptique $= \alpha$.
La longitude d'une étoile propoſée $= \lambda$.
Sa diſtance au pole boreal de l'écliptique $= p$.
La régreſſion ſeculaire des nœuds de la planete $= \varepsilon$.
(par rapport aux étoiles fixes)
L'obliquité de l'écliptique $= \epsilon$.

XXI. Après ces déterminations générales, recherchons plus ſoigneuſement, quel doit être l'effet produit par l'action de chaque planete en particulier. Et d'abord il s'agit de définir l'eſpace ϵ par lequel le plan de l'écliptique recule dans un ſiecle ſur l'orbite de chaque planete ; or, comme cela dépend uniquement de la Théorie, & qu'il demande des calculs fort longs, je me contenterai d'en rapporter les réſultats. Mais il faut obſerver ici, qu'on ne connoit que les forces abſoluës des deux planetes de Saturne, & de Jupiter, par l'action qu'ils exercent ſur leurs ſatellites ; & que les forces des autres planetes nous ſont abſolument inconnues. Il eſt bien vray que dans le Syſtème de *Newton*, on eſtime les forces abſoluës des corps celeſtes par la quantité de leur matiere ; mais, puiſque celle-cy n'eſt pas proportionnelle à leur volume, on n'en peut rien conclure : il faudroit outre le volume connoitre la denſité du corps de chaque planete. Or en conſidérant la denſité de Saturne, de Jupiter, & de la Terre, comme *Newton* l'a établie, en comparant leur volume avec leur force abſoluë, en ſuppoſant la parallaxe horizontale du Soleil de $10''$, on s'apperçoit d'abord que la denſité augmente en approchant du Soleil : & quand on compare ces denſités connues avec les diſtances moyennes de ces planetes au Soleil, ou avec le tems de leurs révolutions, il ſemble qu'on en puiſſe conclure, que les denſités ſuivent la raiſon ſousdoublée des mouvemens moyens, qui répondent au même tems, ou bien la raiſon réciproque ſousdoublée de leurs tems périodiques. Si l'on ſe tient à cette régle, on pourra aſ-

ſi-

ſigner la force abſoluë de chaque planete ; & puisque le mouvement progreſſif de l'aphelie de l'orbite de la terre eſt ſans contredit cauſé par l'action des autres planetes, le calcul fondé ſur cette régle conduit effectivement à une concluſion, qui ſe trouve parfaitement d'accord avec les obſervations. Ayant donc ſatisfait au phènomene de l'aphelie de la terre, on peut être aſſeuré que les mêmes forces abſoluës nous conduiront auſſi aux phénomenes, qui réſultent de la mutabilité du plan de l'écliptique.

XXII. Or le calcul fondé ſur ces principes nous découvre, que l'interſection du plan de l'écliptique avec celui de l'orbite de Saturne doit reculer par an de $22'''$, ou de $37''$ par ſiecle; & c'eſt en quoi conſiſte l'action de Saturne. L'action de Jupiter eſt la plus grande de toutes les planetes, elle fait que l'interſection de l'écliptique avec l'orbite de cette planete recule de $6'', 57'''$ par an, & partant de $695''$ par ſiecle. Mars produit encore un moindre effet que Saturne, & ne fait reculer la ligne des nœuds que de $5'''$ par an, & $8''$ par ſiecle. Mais l'action de Venus eſt après celle de Jupiter la plus grande, puiſqu'elle fait reculer la ligne des nœuds de $5'', 20'''$ par an & partant de $533''$ par ſiecle. Enfin l'action de Mercure eſt la plus petite, & ne fait reculer la ligne des nœuds que d'une tierce par an, & d'une ſeconde environ par ſiecle. Joignons ces valeurs de ε avec les autres élémens, que les tables Aſtronomiques nous fourniſſent, & nous trouverons pour le commencement de ce ſiecle les valeurs ſuivantes :

	Long. du nœud deſcendant ou Ω	Inclinaiſon de l'orbite ou α	Régreſſion ſeculaire des nœuds ou ε
Pour Saturne	$9^s, 21^\circ, 5', 6''$	$2^\circ, 30', 10''$	$37''$
Pour Jupiter	9, 7, 34, 10	1, 19, 10	695
Pour Mars	7, 17, 24, 42	1, 51, 0	8
Pour Venus	8, 13, 57, 53	3, 23, 20	533
Pour Mercure	7, 14, 47, 20	6, 59, 20	1

De là il eſt clair qu'on peut hardiment négliger dans cette recherche l'action de Mars & de Mercure; & pour celle de Saturne, puisque les nœuds différent fort peu, on la peut combiner avec l'action de Jupiter, en augmentant la valeur de ε d'environ $70''$, puisque l'inclinaiſon α pour Saturne eſt presque le double de celle de Jupiter. Et partant en rejettant auſſi Saturne, je mettrai pour l'effet de Jupiter $\varepsilon = 765''$, & pour celui de Venus $\varepsilon = 540''$, à cauſe de Mars & de Mercure.

XXIII. Nous n'aurons donc à conſidérer que les deux planetes de Jupiter & de Venus; & puisque dans nos formules, que nous avons trouvées pour les variations dans l'obliquité de l'écliptique, dans la préceſſion des équinoxes, dans la latitude & dans la longitude des étoiles fixes, la régreſſion ſeculaire ε eſt partout multipliée par ſin α, nous aurons

Pour l'action de Jupiter

$$\varepsilon \sin \alpha = 18'' \quad \& \quad \Omega = 9^{s}, 7^{\circ}, 34' \quad \text{A. 1700.}$$

Pour l'action de Venus

$$\varepsilon \sin \alpha = 32'' \quad \& \quad \Omega = 8^{s}, 13^{\circ}, 58' \quad \text{A. 1700.}$$

d'où l'on voit que l'effet de Venus eſt presque deux fois plus grand que celui de Jupiter, quoique la valeur de ε, qui répond à Jupiter, ſoit plus grande que celle qui répond à Venus. La raiſon en eſt, que l'inclinaiſon de l'orbite de Venus eſt beaucoup plus grande que celle de l'orbite de Jupiter. Or j'ai déjà remarqué que l'inclinaiſon mutuelle des orbites des planetes doit auſſi varier avec le tems: & il eſt très probable que du tems d'*Hipparque* l'inclinaiſon des orbites de Jupiter & de Venus à l'écliptique a été ſenſiblement différente de celle qu'on obſerve aujourdhui; & partant pour ces tems reculés, il n'y a aucun doute que les valeurs de ε ſin α pour l'une & l'autre planete n'ayent été, ou plus grandes, ou plus petites, que je les ai marquées ici. Mais il ſera extrêmement difficile de s'aſſurer ſur cet important article par les ſeules obſervations anciennes; & il vaudroit bien la peine, qu'on apportât tous les ſoins poſſibles pour l'éclaircir par la Théorie.

Ce-

Cependant, au défaut de telles recherches, je conſidérerai ces valeurs de ε ſin α comme fixes, puiſqu'il eſt ſur, qu'elles ne ſauroient varier fort ſenſiblement, à moins que l'intervalle de tems ne ſoit extrêmement long. Sur ce pied je m'en vai développer les quatre articles mentionnés l'un après l'autre.

I.

Détermination des changemens dans l'obliquité de l'écliptique.

XXIV. Pour voir combien l'obliquité de l'écliptique ſera changée dans un ſiecle donné, il faut tirer des tables Aſtronomiques pour le commencement de ce ſiecle

La longitude du nœud deſcendant de Jupiter $= \mathfrak{Q}$

& La longitude du nœud deſcendant de Venus $= ♀$.

Alors pendant le cours de ce ſiecle l'obliquité de l'écliptique ſera augmentée de tant de ſecondes :

$$18'' \text{ ſin } \mathfrak{Q} + 32'' \text{ ſin } ♀.$$

Maintenant au commencement du ſiecle préſent ou A. 1700. il étoit :

$$\mathfrak{Q} = 9^s, 7°, 34' \quad \& \quad ♀ = 8^s, 13°, 58'.$$

les ſinus de ces arcs étant donc négatifs, l'obliquité de l'écliptique va en diminuant, & la diminution ſeculaire vaudra

$$18'' \text{ ſin } 82°, 26' + 32'' \text{ ſin } 73°, 58' = 47\tfrac{1}{2}''.$$

On eſtime à preſent l'obliquité moyenne de l'écliptique de $23°, 28', 30''$ qu'on peut regarder comme la juſte valeur pour l'année 1730. environ; d'où l'on peut conclure, que l'obliquité moyenne de l'écliptique

a été A. 1700 $= 23°, 28', 43''$

A. 1750 $= 23°, 28', 19''$

& ſera A. 1800 $= 23°, 27', 55''$.

Il faut bien conſidérer que je parle ici de l'obliquité moyenne de l'écliptique, en faiſant abſtraction des inégalités, qui y ſont cauſées par la nutation

tion de l'axe de la terre, & qui ſont ſuffiſamment conſtatées. Cependant la connoiſſance de cette même diminution ſeculaire ne contribuera pas peu à mieux établir l'obliquité moyenne pour un tems donné, puisque jusqu'ici on n'a pas ſoupçonné, que le tems y doive entrer en compte.

XXV. Pour les ſiecles à venir, les arcs ♃ & ♀ croiſſant, l'effet de Venus deviendra plus grand, mais celui de Jupiter plus petit, ſans pourtant que la diminution ſeculaire change ſenſiblement. Ainſi on peut compter que pour chaque ſiecle à venir, pourvu qu'on n'aille point trop loin, l'obliquité de l'écliptique diminuë pendant le cours de chaque ſiecle de $47\frac{1}{2}$ ſecondes. Il en eſt de même pour les ſiecles paſſés, où nous pourrons compter $47\frac{1}{2}$ ſecondes d'augmentation pour chacun en arrière: cependant il ne faut pas remonter trop haut. Cherchons par exemple la diminution de l'obliquité de l'écliptique depuis l'an 1000 à 1100, & puisque les tables Aſtronomiques nous donnent pour l'année

1000 $\quad ♃ = 8^s, 27°, 52'$ & $♀ = 8^s, 7°, 57'$

la diminution pour ce ſiecle a été

$$= 18'' \text{ ſin } 87°, 52' + 32'' \text{ ſin } 67°, 57' = 47\frac{2}{3}''$$

qui ne différe pas encore ſenſiblement de la préſente. Mais ſi nous conſidérons le ſiecle depuis l'an 0 à l'an 100, ayant pour l'an 0

$$♃ = 8^s, 13°, 58' \quad \& \quad ♀ = 7^s, 19°, 20'$$

la diminution ſeculaire aura été alors

$$= 18'' \text{ ſin } 37°, 58 + 32'' \text{ ſin } 49°, 20' = 41\frac{1}{2}'',$$

qui eſt déjà de $6''$ moindre qu'à preſent, & plus nous remontons au delà, plus auſſi trouverons-nous cette diminution petite. Mais, puisqu'on ſuppoſe très gratuitement, que l'inclinaiſon des orbites de ces deux planetes étoit alors la même qu'aujourdhui, on ne peut pas ſe fier ſur cette détermination, & il pourroit bien arriver, que la diminution ſeculaire fût alors encore plus grande qu'aujourdhui. Car quand l'inclinaiſon auroit été deux fois plus grande qu'à préſent, il faudroit doubler les nombres 18 & 32, & alors on obtiendroit $83''$ pour la diminution depuis A. 0 jus-

jusqu'à A. 100. Il n'eſt cependant pas probable, que le changement dans l'inclinaiſon ait été ſi grand; mais il eſt toujours fort incertain de déterminer par cette methode l'obliquité de l'écliptique pour les ſiecles trop reculés.

XXVI. En cas que l'inclinaiſon des orbites des planetes à l'écliptique n'ait pas changé ſenſiblement depuis le commencement de notre époque, nous pourrions conclure, que l'obliquité de l'écliptique eut changé de 50 en 50 ans, comme la Table ſuivante indique.

A.C.	Obliquité de l'ecliptique.	A.C.	Obliquité de l'ecliptique.
0	23, 41, 38	1000	23°, 34′, 15″
50	23, 41, 18	1050	23 , 33 , 51
100	23, 40, 57	1100	23 , 33 , 27
150	23, 40, 36	1150	23 , 33 , 4
200	23, 40, 15	1200	23 , 32 , 40
250	23, 39, 54	1250	23 , 32 , 16
300	23, 39, 33	1300	23 , 31 , 52
350	23, 39, 12	1350	23 , 31 , 28
400	23, 38, 50	1400	23 , 31 , 5
450	23, 38, 28	1450	23 , 30 , 41
500	23, 38, 6	1500	23 , 30 , 17
550	23, 37, 43	1550	23 , 29 , 54
600	23, 37, 21	1600	23 , 29 , 30
650	23, 36, 58	1650	23 , 29 , 6
700	23, 36, 35	1700	23 , 28 , 43
750	23, 36, 12	1750	23 , 28 , 19
800	23, 35, 49	1800	23 , 27 , 55
850	23, 35, 26	1850	23 , 27 , 32
900	23, 35, 2	1900	23 , 27 , 8
950	23, 34, 38	1950	23 , 26 , 44
1000	23, 34, 15	2000	23 , 26 , 21

Selon cette table on auroit pour le tems de *Pytheas* l'obliquité de l'écliptique 23°, 43′, 40″, & partant de 9′ plus petite, qu'il ne l'avoit marquée : donc, en cas qu'une différence de 9′ ne puiſſe être attribuée aux obſervations, il faut conclure que l'inclinaiſon de l'écliptique aux orbites de Jupiter & de Venus ait été autrefois plus grande qu'aujourdhui. Mais cette Table convient aſſés avec les obſervations d'*Albategnius*, & de ceux qui l'ont ſuivi.

XXVII. M. *Caſſini*, dans ſes Elémens d'Aſtronomie, aſſûre que par une ſuite des obſervations faites pendant l'eſpace de 66 ans on avoit remarqué, que l'obliquité de l'écliptique avoit diminué dans ce tems de 30″, ce qui s'accorde fort bien avec notre Théorie, qui donne pour un ſiecle 47½ ſecondes de diminution. Il obſerve auſſi que *Copernic*, dans ſa détermination de l'obliquité de l'écliptique, qu'il ne trouva que de 23°, 28′, avoit négligé la réfraction, par le moyen de laquelle il l'auroit trouvée de 2′ plus grande, ce qui s'accorde encore fort bien avec la Théorie : & ce qu'il remarque ſur les obſervations des derniers ſiecles prouve encore admirablement notre Théorie, quoique M. *Caſſini* lui-même n'ait pas oſé contredire ouvertement le ſentiment de ceux qui ſoutiennent l'obliquité de l'écliptique invariable. Cependant il faut remarquer que depuis quelques ſiecles la diminution de l'obliquité a été la plus grande, & qu'elle deviendra de plus en plus petite, jusqu'à ce qu'après un très grand nombre de ſiecles elle évanoüira entièrement, & deviendra enſuite négative. Après ce tems là elle croitra de nouveau pendant un très long tems, jusqu'à ce qu'elle aura atteint ſa plus grande quantité : mais on ne ſauroit rien déterminer, ni ſur ce tems, ni ſur la plus grande & plus petite quantité : tant parce que le mouvement des nœuds des planetes n'eſt pas aſſés exactement connu, que parce qu'on ignore encore tout à fait les changemens, auxquels l'inclinaiſon des orbites des planetes à l'écliptique eſt aſſujettie : ce qui eſt pourtant ce de quoi la variation dans l'obliquité de l'écliptique dépend principalement. Puisqu'à préſent cette variation eſt à peu près la plus grande, on en peut conclure, que l'obliquité ſe trou-

ve

ve à ſa grandeur moyenne, & qu'elle deviendra encore d'autant plus petite, qu'elle a été autrefois plus grande. Si ce n'étoit qu'une ſeule planete, qui cauſât cette variation, la différence entre la plus grande & plus petite obliquité ſeroit égale à la double inclinaiſon de l'orbite de cette planete ; mais, puiſqu'elle dépend de deux planetes, on n'en peut pas tirer une ſemblable concluſion : cependant le changement total ne ſauroit jamais monter à 9°, ce qui eſt le double de la ſomme des inclinaiſons des orbites de Jupiter & de Venus.

II.

Détermination des changemens dans la préceſſion des Equinoxes.

XXVIII. Quand M. *d'Alembert* détermina le premier la préceſſion des équinoxes, & les inégalités qui y ſont cauſées par l'action de la Lune, il regarda comme fixe le plan de l'écliptique. Or ayant prouvé à préſent que ce plan eſt mobile, on comprend aiſément, que cette mobilité doit auſſi cauſer quelque altération dans la préceſſion des équinoxes ; où j'obſerve en paſſant que le mouvement même de l'axe de la Terre, entant qu'il dépend de l'obliquité de l'écliptique, a été autrefois un peu différent de celui qu'on a déterminé par la Théorie pour le ſiecle d'à préſent. Mais je ſuppoſe ici comme parfaitement connuë la préceſſion des équinoxes avec ſes irrégularités, qui ſont cauſées par l'action de la Lune ; & je recherche uniquement les changemens, qui y doivent arriver à cauſe de l'action de Jupiter & de Venus. Or ayant aſſigné les valeurs de la formule $\varepsilon \sin \alpha$ pour ces deux planetes, leur action fera reculer la longitude du pole de l'équateur, & partant auſſi les points équinoctiaux pendant un ſiecle par l'eſpace $\frac{18'' \cos ♃ + 32'' \cos ♀}{\text{tang } e}$,

où e marque l'obliquité de l'écliptique pour ce tems. Donc pour le ſiecle d'à preſent, où

$♃ = 9^s, 7°, 34'$; $♀ = 8^s, 13°, 58'$ & $e = 23°, 28', 30''$,

les points équinoctiaux reculeront pendant ce ſiecle par l'eſpace de :

$$\frac{18'' \cos 82°, 26' \text{ —— } 32'' \cos 73°, 58'}{\text{tang } 23°, 28', 30''} = -14'',$$

donc les points équinoctiaux avanceront pendant ce ſiecle de $14''$. Donc, ſi le mouvement moyen, qui leur eſt imprimé par l'action de la Lune eſt de $5030''$, ou de $1°, 23', 50''$ pour un ſiecle, il ſera effectivement de $14''$ moindre, & partant de $1°, 23', 36''$, à cauſe de l'action des planetes. Mais, puiſque cette accéleration n'eſt que de $8\frac{2}{3}$ tierces par an, elle évanouït presque par rapport à la préceſſion moyenne, qu'on eſtime de $50'', 18'''$ par an.

XXIX. Puisque les longitudes ♄ & ♀ vont en croiſſant, il eſt évident, que pour les ſiecles ſuivans cet effet des planetes deviendra de plus en plus petit, & qu'après être évanouï, il changera de ſigne. Mais pour les ſiecles paſſés il a été plus grand par la même raiſon, & puisqu'il eſt négatif, la préceſſion ordinaire des équinoxes en a été diminuée. Conſidérons le ſiecle depuis A. 1000. à A. 1100 ; & les points équinoctiaux auront été reculés pendant ce ſiecle de

$$- \frac{18 \cos 87°, 52' \text{ —— } 32 \cos 67°, 57'}{\text{tang } 23°, 34', 15''} = -29'',$$

& partant la préceſſion moyenne des équinoxes aura été

$$1°, 23', 50'' \text{ —— } 29'' = 1°, 23', 21''.$$

Faiſons auſſi le calcul du ſiecle depuis A. 0 à A. 100. & nous trouverons

$$- \frac{18 \cos 73°, 58' \text{ —— } 32 \cos 49°, 20'}{\text{tang } 23°, 40' 38''} = -59'',$$

& partant dans ce ſiecle la préceſſion moyenne des équinoxes aura été

$$1°, 23', 50'' \text{ —— } 59'' = 1°, 22', 51''.$$

De là nous pourrons dreſſer la table ſuivante, qui repréſente la longitude moyenne de la première étoile d'*Aries* pour le commencement de chaque ſiecle, indépendament des inégalités particulieres, auxquelles la longitude de cette étoile eſt aſſujettie.

Lon-

Longitude moyenne de la 1re * de ♈.

A. 0	0s,	5°,	24′,	23″	A.1000	0s,	19°,	15′,	8″
		1	22	51			1	23	21
A. 100	0 ,	6 ,	47 ,	14	A.1100	0 ,	20 ,	38 ,	29
		1	22	54			1	23	23
A. 200	0 ,	8 ,	10 ,	8	A.1200	0 ,	22 ,	1 ,	52
		1	22	57			1	23	26
A. 300	0 ,	9 ,	33 ,	5	A.1300	0 ,	23 ,	25 ,	17
		1	23	0			1	23	27
A. 400	0 ,	10 ,	56 ,	5	A.1400	0 ,	24 ,	48 ,	44
		1	23	3			1	23	30
A. 500	0 ,	12 ,	19 ,	8	A.1500	0 ,	26 ,	12 ,	14
		1	23	6			1	23	32
A. 600	0 ,	13 ,	42 ,	14	A.1600	0 ,	27 ,	35 ,	46
		1	23	9			1	23	34
A. 700	0 ,	15 ,	5 ,	23	A.1700	0 ,	28 ,	59 ,	20
		1	23	12			1	23	36
A. 800	0 ,	16 ,	28 ,	35	A.1800	1 ,	0 ,	22 ,	56
		1	23	15			1	23	40
A. 900	0 ,	17 ,	51 ,	50	A.1900	1 ,	1 ,	46 ,	36
		1	23	18			1	23	45
A.1000	0 ,	19 ,	15 ,	8	A.2000	1 ,	3 ,	10 ,	21

Où j'ai ſuppoſé la préceſſion annuelle ordinaire de 1°, 23′, 50″ : ſi elle étoit ou plus grande, ou plus petite, on en corrigeroit aiſément cette Table.

30. Après avoir bien déterminé la partie de la préceſſion des équinoxes, qui dépend de l'action des planetes, on eſt en état d'aſſigner plus exactement celle, qui eſt cauſée par l'action de la Lune ſur l'axe de la Terre. Car, ſi l'on connoiſſoit avec toute la préciſion poſſipoſſible, de combien la premiere étoile d'Aries eſt avancée en longitude dans un tems donné, puiſqu'on ſait l'effet produit par l'action des planetes, le reſte doit être attribué au mouvement de l'axe de la Terre. Mais dans cette détermination il faut prendre la longitude moyenne de cette étoile, & non pas la vraye, qui en différe à cauſe de la nutation de l'axe de la terre. Ainſi, ſi nous ſuppoſons, que par les obſervations de *Tycho* la longitude vraye de 1*♈ ait été A.1601 = 0s, 27°, 36′, 50″

puisque la longitude du nœud aſcendant de la Lune étoit alors $9^{s}, 11^{\circ}, 35^{\prime}$, il en faut ſoutraire $17''$ pour avoir la longitude moyenne. Donc au commencement de l'année 1601 la longitude moyenne de la 1ère ♈

aura été $0^{s}, 27^{\circ}, 36^{\prime}, 33''$.

Enſuite ſelon *Flamſted* la longitude vraye de cette même étoile a été au commencement de l'année $1700 = 0^{s}, 28^{\circ}, 59^{\prime}, 20''$, d'où à cauſe du nœud aſcendant de la Lune $5^{s}, 16^{\circ}, 46^{\prime}$, la longitude moyenne en différe de $3''$, & partant

aura été $0^{s}, 28^{\circ}, 59^{\prime}, 23''$.

Et partant dans l'eſpace de 99 ans cette étoile aura actuellement avancé en longitude moyenne de $1^{\circ}, 22^{\prime} 50''$, & en 100 ans de $1^{\circ}, 23^{\prime}, 40''$. Soit maintenant z la préceſſion ſeculaire des équinoxes cauſée par le mouvement de l'axe de la terre, & puisque nous avons vu, que l'action des planetes donne pour ce ſiecle $16''$, la préceſſion entière ſera $z - 16''$, & partant $z = 1^{\circ}, 23^{\prime}, 56''$, qui ne ſurpaſſe que de $6''$ celle que j'ai introduite d'abord. D'où l'on voit que par la ſeule action de la Lune, ou par le mouvement de l'axe de la terre, la préceſſion moyenne ſeculaire des équinoxes eſt $1^{\circ}, 23^{\prime},, 56''$, ou $5036''$ ce qui donne par an $50'', 21\frac{1}{2}'''$; & convient fort bien avec ce qu'on a pu conclure jusqu'ici de la Théorie de la Lune appliquée à la nutation de l'axe de la terre.

III.

Détermination des changemens dans la latitude des étoiles fixes.

XXXI. Ayant trouvé $\varepsilon \sin \alpha = 18''$ pour Jupiter, & $\varepsilon \sin \alpha = 32''$ pour Venus, ſi nous poſons

La longitude du nœud deſcendant de Jupiter $= \Omega$.

La longitude du nœud deſcendant de Venus $= \mathfrak{P}$.

& La longitude d'une étoile fixe $= \lambda$.

nous avons vu que la diſtance de cette étoile au pole boreal de l'écliptique croitra pendant un ſiecle de cette particule :

$18''$

$$18'' \cos(\lambda - \mathfrak{U}) + 32'' \cos(\lambda - \mathfrak{P}).$$

Donc la latitude croitra de cette même particule, ſi elle eſt boreale, mais ſi elle eſt méridionale, la latitude en ſera diminuée, ſuppoſé que la valeur de notre formule ſoit poſitive; car au cas qu'elle devienne négative, l'effet ſera contraire. J'ai déjà remarqué que la même valeur, qui convient à cette formule pour un certain ſiecle, peut avoir lieu pour pluſieurs ſiecles tant paſſés qu'à venir, parce que les arcs $\lambda - \mathfrak{U}$ & $\lambda - \mathfrak{P}$ ne changent pas ſenſiblement pendant le cours de pluſieurs ſiecles. En effet les Tables de *Halley* donnent aux nœuds de Jupiter le même mouvement qu'aux étoiles fixes, de ſorte que l'arc $\lambda - \mathfrak{U}$ demeureroit toujours exactement le même : or les Tables de *Caſſini* ne font avancer les nœuds de Jupiter que de $24''$ par an, pendant que les étoiles fixes avancent de $50''$, d'où réſulteroit enfin une grande différence dans la valeur de l'arc $\lambda - \mathfrak{U}$. Mais pour les nœuds de Venus ces deux Aſtronomes ſont plus d'accord, *Caſſini* mettant leur mouvement annuel de $34''$, & *Halley* de $31''$, d'où l'arc $\lambda - \mathfrak{P}$ changeroit de $18''$ par an, & partant de $31'$ par ſiecle, ce qui ne produiroit pourtant que $10°$ pendant 20 Siecles. Or j'ai déjà obſervé, que notre formule ne ſauroit avoir lieu pour un trop grand nombre de ſiecles, à cauſe de l'incertitude où nous ſommes par rapport à l'inclinaiſon des orbites : & avec cette reſtriction nous pourrons bien regarder comme invariables les arcs $\lambda - \mathfrak{U}$ & $\lambda - \mathfrak{P}$.

XXXII. Qu'on prenne donc la longitude d'une étoile pour le commencement de ce ſiecle, de ſorte que

λ marque la longitude de l'étoile A. 1700.

& puiſque pour ce même cas on a

$$\mathfrak{U} = 9^s, 7°, 34' \quad \& \quad \mathfrak{P} = 8^s, 13°, 58'$$

en dévelopant notre formule, l'augmentation ſeculaire de la diſtance de l'étoile au pole boreal de l'écliptique ſera :

$$+ 18'' \cos \mathfrak{U} \cos \lambda + 18'' \sin \mathfrak{U} \sin \lambda$$
$$+ 32'' \cos \mathfrak{P} \cos \lambda + 32'' \sin \mathfrak{P} \sin \lambda.$$

Or

Or nous avons trouvé cy-deſſus :

$$18'' \sin \odot + 32'' \sin ♀ = -47\tfrac{1}{2} \text{ ſecondes}$$

$$\& \quad 18'' \cos \odot + 32'' \cos ♀ = -6\tfrac{1}{2} \text{ ſecondes}$$

Donc ladite augmentation ſeculaire ſera :

$$-47\tfrac{1}{2} \sin \lambda - 6\tfrac{1}{2} \cos \lambda \text{ ſecondes.}$$

D'où l'on voit que les étoiles, dont la longitude fut A. 1700.

ou $2^{s}, 22°$, ou $8^{s}, 22°$

ſont le plus aſſujetties au changement en latitude ; car pendant le cours d'un ſiecle leur diſtance du pole de l'écliptique change de $48''$; celle des premieres, dont la longitude eſt $2^{s}, 22°$, en devenant plus petite, & celle des dernieres, dont la longitude eſt $8^{s}, 22°$, plus grande. Puiſque le même changement eſt arrivé depuis pluſieurs ſiecles, la diſtance au pole boreal de l'écliptique des étoiles dont la longitude étoit $2^{s}, 22°$ A. 1700. fut autrefois plus grande qu'aujourdhui, & cela d'autant de fois de $48''$, qu'il s'en eſt écoulé de ſiecles ; mais pour les étoiles dont la longitude étoit $8^{s}, 22^{s}$ A. 1700. leur diſtance au pole boreal de l'écliptique fut autrefois plus petite qu'aujourdhui, & cela d'autant de fois de $48''$ qu'il s'en eſt écoulé de ſiecles. Ce changement ſera donc de $8'$ en 10 ſiecles, & de $16'$ en 20 ſiecles ; mais les autres étoiles fixes auront ſubi de moindres changemens.

XXXIII. La formule trouvée $47\frac{1}{2} \sin \lambda + 6\frac{1}{2} \cos \lambda$ ſe transforme aiſément dans celle-cy $48 \cos (82° - \lambda)$, ou $48 \cos (\lambda - 82°)$, ou bien $48 \sin (\lambda + 8°)$. Donc, ſi la longitude d'une étoile fixe eſt $= \lambda$ pour l'année 1700, & que ſa diſtance au pole boreal de l'écliptique ait été pour un tems quelconque propoſé $= D$, un ſiecle après, ſa diſtance au même pole ſera $= D - 48'' \sin (\lambda + 8°)$; d'où j'ai calculé la Table ſuivante.

CHANGEMENS

dans la diſtance des étoiles fixes au pole boreal de l'ecliptique pendant un ſiècle.

Arg. La longitude de l'étoile A. 1700.

gr.	♈ dimin. ♎ augm.	♉ dimin. ♏ augm.	♊ dimin. ♐ augm.	♋ dimin. ♑ augm.	♌ dimin. ♒ augm.	♍ dimin. ♓ augm.
0	6″, 7	29″, 5	44′, 5	47″, 5	37″, 8	18′, 0
3	9 , 2	31 , 5	45 , 4	47 , 1	36 , 2	15 , 6
6	11 , 6	33 , 4	46 , 1	46 , 6	34 , 5	13 , 2
9	14 , 0	35 , 1	46 , 8	45 , 9	32 , 8	10 , 8
12	16 , 4	36 , 8	47 , 3	45 , 1	30 , 8	8 , 4
15	18 , 8	38 , 3	47 , 6	44 , 2	28 , 8	5 , 9
18	21 , 0	39 , 8	47 , 9	43 , 2	26 , 8	3 , 4
21	23 , 3	41 , 1	48 , 0	42 , 0	24 , 7	0 , 9
24	25 , 4	42 , 4	48 , 0	40 , 7	22 , 5	1 , 7
27	27 , 5	43 , 5	47 , 8	39 , 3	20 , 2	4 , 2
30	29 , 5	44 , 5	47 , 5	37 , 8	18 , 0	6 , 7

De là il eſt aiſé de conclure, combien la latitude de chaque étoile change pendant un ſiecle; car, ſi la latitude eſt boreale, on n'a qu'à changer les titres, & ſi elle eſt méridionale, les titres demeurent les mêmes.

XXXIV. Les endroits du plus grand changement ſouffrent donc une plus grande étenduë, & on peut dire que les étoiles, dont la longitude tombe ou dans la derniere moitié de ♊, ou dans la derniere de ♐ A. 1700, ſont aſſujetties au plus grand changement en latitude, qui monte à 48″ pendant un ſiecle : ce qui ſe reduit aux deux régles ſuivantes :

I. Pour les étoiles, dont la longitude tomboit A. 1700. dans la derniere moitié de ♊.

Leur latitude, ſi elle eſt boreale, augmente pendant chaque ſiecle de $48''$; or, ſi elle eſt méridionale, elle diminuë après chaque ſiecle de $48''$.

II. Pour les étoiles, dont la longitude tomboit A. 1700. dans la derniere moitié de ♑.

Leur latitude, ſi elle eſt boreale, diminuë après chaque ſiecle de $48''$, & ſi elle méridionale, elle augmente de $48''$ après chaque ſiecle.

On voit auſſi, qu'il y a deux poſitions en longitude pour A. 1700. où la latitude des étoiles ne change point du tout. Ainſi la latitude des étoiles, dont la longitude étoit A. 1700, ou ♍ 22° ou ♓ 22°, a été depuis pluſieurs ſiecles la même qu'aujourdhui, & demeurera encore la même pendant pluſieurs ſiecles.

Or les déterminations de latitudes, qu'on tire des obſervations ſont rarement ſi exactes, qu'on ne doive craindre une erreur de pluſieurs ſecondes, ſurtout quand on remonte à des tems reculés. Ainſi, en comparant nôtre table avec les obſervations, on ne doit pas être ſurpris, lorsqu'on ne rencontre point un parfait accord. Principalement il ne faut pas comparer enſemble des obſervations, à moins que l'intervalle du tems ne ſoit de quelques ſiecles. Donc, quoique les latitudes, qu'on trouve dans le Catalogue de *Ptolemée*, ſoient fort groſſièrement marquées, on pourra s'en ſervir avec un meilleur ſuccès, que des latitudes de *Tycho*, qui ſont beaucoup plus parfaites. Cependant il faudra ſe contenter, quand on voit en général que les variations dans les latitudes s'accordent à quelques minutes près avec nos principes.

XXXV. Pour voir à quel point les anciennes obſervations ſont d'accord avec la Théorie, tirons des Catalogues des étoiles fixes de *Ptolemée* & de *Flamſted* la latitude des étoiles, dont la longitude tombe dans la derniere moitié des Gemeaux A. 1700, où je cotterai les étoiles par les nombres marqués dans le Catalogue de *Ptolemée*.

Con-

Conſtellation Auriga

Nro.	Longitude A. 1700.	Latitude de Ptolem.	Latitude A. 1700.	
1	♊ 25°, 36′	30°, 0′	30°, 49′	Boreale
2	24 , 50	31 , 50	32 , 14	
3	17 , 32	22 , 30	22 , 52	
4	25 , 36	21 , 0	21 , 28	
5	23 , 58	15 , 15	15 , 41	
6	25 , 37	13 , 20	13 , 44	
7	14 , 31	20 , 40	20 , 54	
8	15 , 7	18 , 0	18 , 15	
9	14 , 19	18 , 0	18 , 10	
11	18 , 14	5 , 0	5 , 22	
12	19 , 50	8 , 30	8 , 51	
19	20 , 27	2 , 30	2 , 14 *m*	Conſt. Taurus.
14	29 , 7	1 , 30	0 , 56 *m*	Conſt. Gemini.
15	30 , 58	1 , 15	0 , 51 *m*	

De là on voit clairement, que la latitude de toutes ces étoiles, où elle eſt boreale, eſt devenuë conſidérablement plus grande depuis le tems de *Ptolemée* jusqu'à nous ; or celle des trois dernières, qui eſt méridionale, eſt devenuë plus petite : donc l'une & l'autre eſt parfaitement d'accord avec notre première régle. Si l'on compare de même maniere les autres étoiles, dont la longitude ne différe que d'un ſigne de cette poſition, on rencontrera pour la plûpart une ſemblable harmonie ; & quand on trouve le contraire, la différence eſt ſi énorme, qu'elle doit être attribuée à la bévuë d'un Copiſte, plutôt qu'à la négligence des obſervateurs.

XXXVI. Examinons de la même maniere les principales étoiles fixes, dont la longitude tomboit A. 1700. dans la derniere moitié de ♑, & l'Hiſtoire Celeſte de *Flamſted* nous fournit les ſuivantes :

Nro.	Longitude A. 1700	Latitude de Ptolem.	Latitude A. 1700.		
6	♑ 15°, 31′	49°, 30′	49°, 20′		Boreale
7	20 , 54	52 , 0	51 , 13		dans la Conſtellation
8	28 , 21	52 , 50	52 , 14		d'Hercules.
9	25 , 6	54 , 0	53 , 40		
10	24 , 49	53 , 0	52 , 44		
18	24 , 6	61 , 0	60 , 44		
19	15 , 31	69 , 20	69 , 19		
22	20 , 29	72 , 15	71 , 50		
13	15 , 58	10 , 30	10 , 18		Boreale
14	20 , 13	8 , 10	7 , 59		dans la Conſtellation
15	21 , 7	10 , 50	10 , 34		de Serpens.
16	25 , 48	20 , 0	19 , 48		
1	18 , 6	36 , 0	35 , 53	B	
2	21 , 1	27 , 15	27 , 58	B	
3	22 , 19	26 , 30	26 , 9	B	
9	20 , 15	15 , 0	5 , 16	B	dans la
10	25 , 25	31 , 40	13 , 43	B	Conſtellation
14	16 , 34	2 , 15	2 , 5	B	de Serpentarius.
15	17 , 3	1 , 30	1 , 48	M	
16	18 , 0	0 , 20	0 , 54	M	
17	19 , 1	0 , 45	0 , 31	B	
18	19 , 58	1 , 0	1 , 20		

Malgré quelques groſſières bévuës, la comparaiſon de la latitude de ces étoiles prouve auſſi ouvertement la vérité de notre Théorie ; & ſi l'on veut ſe donner la peine d'examiner encore d'autres étoiles, on en ſera encore plus convaincu. Il n'y a donc nul doute, qu'on ne puiſſe aſſigner par le moyen de notre table la véritable latitude de chaque étoile fixe pour tous les tems tant paſſés qu'à venir.

IV.

IV.

Détermination des changemens dans la longitude des étoiles fixes.

XXXVII. Ayant établi cy-deſſus la vraye longitude de la 1ère ♈ pour chaque époque propoſée, on en pourroit auſſi déterminer celle de toutes les autres étoiles, ſi leur différence en longitude demeuroit conſtamment la même. Mais, après avoir remarqué, qu'outre la variation & l'aberration commune leur différence en longitude eſt aſſujettie à un changement, qui eſt cauſé par l'action des planetes, je m'en vay déterminer ce changement. Suppoſant donc pour un tems propoſé la longitude d'une étoile $= \lambda$, ſa diſtance au pole boreal de l'écliptique $= p$, la longitude du nœud deſcendant de l'orbite de Jupiter $= \mathfrak{U}$, & celle de l'orbite de Venus $= ♀$, nous avons vû cy-deſſus que la longitude de cette étoile doit diminuer pendant le cours d'un ſiecle de la quantité

$$\frac{18 \text{ ſin } (\lambda - \mathfrak{U}) + 32 \text{ ſin } (\lambda - ♀)}{\text{tang } p} \text{ ſecondes.}$$

Donc, puiſqu'on peut mettre pour tout tems au lieu des quantités λ, $\mathfrak{U}$ & ♀ leurs valeurs, qu'elles ont eu au commencement de ce ſiecle, ou A. 1700, λ marque la longitude d'une étoile A. 1700, la diminution ſeculaire de la longitude de cette étoile ſera :

$$\frac{18(\text{ſin}\,\lambda - 270° - 8°) + 32 \text{ ſin}(\lambda - 270° + 16°)}{\text{tang } p} \text{ ſeconde,}$$

ou $\frac{18 \text{ coſ } (\lambda - 8°) + 32 \text{ coſ } (\lambda + 16°)}{\text{tang } p}$ ſecondes, qui ſe réduit à $\frac{48 \text{ coſ } \lambda - 6 \text{ ſin } \lambda}{\text{tang } p} = \frac{48 \text{ coſ } (\lambda + 8°)}{\text{tang } p}$ ſecondes.

XXXVIII. Donc, ſi nous conſidérons deux étoiles, dont la longitude de l'une ait été $= - 8°$, ou $11^s, 22°$ A. 1700, & de l'autre

$5^{\prime}$, 22°, la différence entre leur longitude aura été de $6^{\prime}$; mais en ſuppoſant p la diſtance de la première au pole de l'écliptique, & q celle de l'autre, la longitude de la première diminuera pendant le cours d'un ſiecle de $\frac{48}{\text{tang}\,p}$ ſec. où elle ſera après un ſiecle $11^{\prime}, 22° - \frac{48''}{\text{tang}\,p}$, or celle de l'autre ſera après un ſiecle $5^{\prime}, 22° + \frac{48''}{\text{tang}\,q}$; & partant leur différence en longitude ſera $6^{\prime} - 48''(\cot p + \cot q)$, ou diminuera de $48''(\cot p + \cot q)$; or A. 1600. elle a été d'autant plus grande. Donc A. 0. il faut que cette différence en longitude ait été de $13\frac{1}{3}(\cot p + \cot q)$ min. plus grande. Telles étoiles ſont celle de n°. 27 de la grande Ourſe, & n°. 10 du Dragon; la latitude de celle là étant 54°, 27′, & de celle-cy 81°, 48′. Or on trouve

La longitude	A. 1700	au tems de *Ptolem.*
de la première	$5^{\prime}$, 22°, 34	$4^{\prime}$, 29°, 50′
de l'autre	11, 29, 23	11, 8, 0
Diff. en long.	6, 6, 49	6, 8, 10

de ſorte que la différence en longitude de ces deux étoiles a été du tems de *Ptolemée* de 1°, 21′ plus grande qu'aujourdhui; ce qui répond parfaitement bien à notre Théorie rapportée à l'intervalle du tems entre *Ptolemée* & nous; car puiſque $\cot p + \cot q$ devient $= 8$, ce changement ſe trouve ſi grand. Mais j'ai deja remarqué, que ces formules ne ſauroient plus avoir lieu, lorsque les étoiles ſeroient encore plus proches au pole de l'écliptique.

XXXIX. Puisque les étoiles proches de l'écliptique ne ſont pas aſſujetties à ce changement, la première étoile d'Aries ne l'eſt pas non plus, & partant ſa longitude marquée cy-deſſus n'a plus beſoin de correction de ce côté. Donc notre formule $\frac{48\cos(\lambda + 8°)}{\text{tang}\,p}$ ſec. marquera de combien la longitude d'une étoile comptée depuis la 1*♈ di-

mi-

minuë pendant le cours d'un ſiecle. Pour le numérateur de notre formule, il eſt évident que ſes valeurs pour chaque étoile pourroient être tirées de la Table de l'article précédent : cependant il ſera bon d'en donner une Table à part

TABLE

qui ſert pour trouver le changement dans la longitude des étoiles fixes pour un ſiècle.

Arg. La longitude de l'étoile A. 1700.

gr.	♈ dimin. ♎ augm.	♉ dimin. ♏ augm.	♊ dimin. ♐ augm.	♋ augm. ♑ dimin.	♌ augm. ♒ dimin.	♍ augm. ♓ dimin.
0	47″, 5	37″, 8	18″, 0	6″, 7	29″, 5	44″, 5
3	47 , 1	36 , 2	15 , 6	9 , 2	31 , 5	45 , 4
6	46 , 6	34 , 5	13 , 2	11 , 6	33 , 4	46 , 1
9	45 , 9	32 , 8	10 , 8	14 , 0	35 , 1	46 , 8
12	45 , 1	30 , 8	8 , 4	16 , 4	36 , 8	47 , 3
15	44 , 2	28 , 8	5 , 9	18 , 8	38 , 3	47 , 6
18	43 , 2	26 , 8	3 , 4	21 , 0	39 , 8	47 , 9
21	42 , 0	24 , 7	0 , 9	23 , 3	41 , 1	48 , 0
24	40 , 7	22 , 5	1 , 7	25 , 4	42 , 4	48 , 0
27	39 , 3	20 , 2	4 , 2	27 , 5	43 , 5	47 , 8
30	37 , 8	18 , 0	6 , 7	29 , 5	44 , 5	47 , 5

Cette table ne marque pas les changemens ſeculaires mêmes, mais après en avoir tiré la valeur pour une étoile donnée, il la faut encore diviſer par la tangente de ſa diſtance au pole boreal de l'écliptique, le ſinus total étant = 1, & le quotient donnera l'augmentation ou diminution ſeculaire de la longitude de cette étoile comptée depuis 1 ✱ ♈. Or il faut obſerver, que lorsque la latitude de l'étoile eſt méridionale, la tangente de ſa diſtance au pole boreal de l'écliptique devient négative, d'où les titres de *augm.* & *dimin.* ſeront changés.

XL.

XL. Pour éclaircir ces changemens tant en longitude qu'en latitude par un exemple, ſoit propoſée l'étoile nommée α de la Lyre, dont M. *le Monnier* marque pour A. 1700. la longitude ♑ 11°, 48′, 45″, la latitude 61°, 45′ 51″ *b*. Donc pour ſa latitude notre Table marque, qu'elle augmente pendant chaque ſiecle de $45\frac{3}{10}$ ſec. par conſéquent la latitude moyenne de cette étoile fut autrefois plus petite, & du tems de *Ptolemée*, ou A. 150. elle a été 61°, 33′, 10″. Or pour la longitude notre table donne $15\frac{6}{10}$ ſec. dim. qu'il faut encore multiplier par la tangente de la latitude, d'où l'on obtient 30″ dimin. Donc la longitude de cette étoile priſe depuis 1*♈ diminuë de 30″ par ſiecle, & autrefois elle aura été plus grande qu'à préſent, & cela de 8′ A. 150. Or pour A. 1750. nous avons

La longitude de 1*♈	=	0′,	29°,	41′, 8′
La long. de α de la Lyre	=	9,	11,	48, 45
différence		8,	12,	7, 37
ajoutez γ				8′, 0″
Diff. pour A. 150. . .		8,	12,	15, 37
ajout. long. 1*♈ A. 150. .		0,	7,	28, 41
Long. de α de la Lyre A. 150.		8,	19,	44, 18.

Donc pour l'étoile α de la Lyre nous avons :

	Long. moy.	Latit. moy.
A. 1750	♑ 11°, 48′, 45″	61°, 45′, 15″ *b*
A. 150	♐ 19, 44, 18	61, 33, 10 *b*.

De cette maniere on ne trouve que le lieu moyen des étoiles, qu'il faut enſuite encore corriger tant par les tables de l'aberration, que par celles de la variation, qu'on trouve déjà conſtruites pour l'uſage de l'Aſtronomie.

ECLAIR-

ECLAIRCISSEMENS
SUR LES ERREURS QU'ON PEUT ATTRIBUER À LA MESURE DU DEGRÉ EN FRANCE, ENTRE PARIS ET AMIENS.

PAR M. L'ABBE' DE LA CAILLE.

Le Roi de France ayant donné ſes ordres, pour faire déterminer la figure & les dimenſions de la Terre, avec toute la préciſion poſſible, les différentes troupes d'Académiciens, qui ont été chargés de l'éxecution, s'en ſont acquités avec tout le zéle imaginable, & ils ont publié l'hiſtoire, les détails, & les réſultats de leurs opérations.

Si on s'en fut tenu à la meſure de deux ſeuls arcs du Méridien, l'un près de l'Equateur, & l'autre le plus près du Pole qu'il eut été poſſible, la queſtion eut été réſoluë ; & l'on eut fixé ſans contradiction toutes les dimenſions de notre globe, en le ſuppoſant un ſphèroïde elliptique.

Mais auſſi-tôt qu'on a multiplié les meſures des degrés terreſtres, & qu'on a fait entrer dans la ſolution du problème les longueurs du Pendule ſimple à ſecondes, & la préceſſion inégale des Equinoxes, il n'a plus été poſſible de déterminer les dimenſions de la Terre d'une manière qui s'accordât à toutes ces meſures, en la ſuppoſant en même tems un ſphèroïde elliptique, aſſujetti à toutes les loix connuës de l'Hydroſtatique ; & il a fallu prendre un des ces deux partis, ou de conclure par la comparaiſon de toutes ces meſures, telles qu'elles ont été publiées, que la Terre n'étoit pas un ſphèroïde elliptique, ou de faire quelques corrections à ces meſures, pour les réduire à celles qu'on eut dû trouver ſur un ſphèroïde elliptique. C'eſt ce dernier parti que

M. *Euler* a pris, dans un Mémoire ſur les Elémens de la Trigonomètrie ſphèroïdique, inſeré dans le neuvième Tome des Mémoires de cette Académie.

On ne peut diſconvenir que tout ce qui eſt déterminé par une meſure actuelle, ne ſoit ſujet à quelque erreur ; & qu'ainſi on ne puiſſe y faire quelque correction, pour accorder enſemble les différentes déterminations qui doivent donner un même réſultat : mais cela n'eſt permis qu'autant que cette correction n'excede pas les limites des erreurs inévitables dans la pratique, & on a droit de regarder comme forcée toute hypotheſe établie d'après des corrections exceſſives faites aux meſures actuelles. Or tout Geomètre tant ſoit peu exercé dans les opérations qu'exigent ces meſures, peut par un calcul facile appliqué aux détails de ces opérations, en apprécier les réſultats, & déterminer les plus grandes erreurs, qui ayent pu échaper à un Obſervateur exact : il ne doit employer de corrections à ces réſultats qu'après avoir fait voir, qu'elles ſont même un peu en deçà des limites qu'il aura trouvées ; parce que l'on ne peut ſuppoſer que cet Obſervateur ſoit tombé perpétuellement dans les cas les plus deſavantageux, ſans lui faire une eſpece de reproche de mal-adreſſe, plûtôt que de malheur.

M. *Euler* fait voir dans ſon Mémoire, que pour réduire la Terre à un ſphèroïde elliptique, il faut ſuppoſer une erreur de 125 toiſes ſur les 57074 que nous avons déterminées, M. *Caſſini de Thury* & moi, pour la valeur du degré compris entre Paris & Amiens : & comme il ne rejette pas une bonne partie d'une différence ſi énorme, ſur les erreurs qui ont pu ſe gliſſer dans les obſervations de l'arc celeſte, il ſuit de là, comme il le dit formellement, que nous avons pû commettre une erreur de plus de 100 toiſes ſur cette diſtance. Mais il paroit, par ce que je viens de dire, qu'il auroit dû montrer par quelque calcul, comment il eſt poſſible, que les erreurs, inévitables par la nature des operations géodeſiques, ſe ſoient accumulées, juſques à nous faire faire une bévuë ſi groſſiere. Il doit être bien fâcheux pour M. *Caſſini de Thury* et pour moi, de voir que M. *Euler* s'eſt diſpenſé de cet examen, par-

parce qu'il eſt perſuadé en général, que les opérations que nous avons faites en France, n'ont pas un degré ſuffiſant de certitude.

Je n'ignore pas l'origine de ce préjugé : je n'ai cependant garde d'accuſer M. *Euler* de s'y être livré, dans la vuë de nous chagriner ; il n'a pu être à portée de ſçavoir ce qui a donné lieu à certaines déciſions hazardées dans quelques livres, ſur la préciſion de nos obſervations : ce n'eſt pas ici le lieu d'en rapporter l'anecdote. M. *Euler* a crû ſans doute, que le ſilence de ceux qui étoient intéreſſés à en défendre la certitude, étoit un aveu tacite de leur négligence ; & c'eſt ce qui paroît l'avoir authoriſé à faire ſans héſiter une correction ſi conſidérable à nos meſures, pour rétablir la plus ſimple des hypotheſes de la figure elliptique de la Terre, que M. *Newton* avoit déjà introduite.

Je ne ferai donc pas ici des reproches à M. *Euler* ſur les expreſſions dont il s'eſt ſervi dans ſon Mémoire; mais je tâcherai de faire voir, que les différences conſidérables qu'il a trouvées entre les meſures actuelles de quatre degrés du méridien, euſſent dû lui faire conclure, que la figure de la Terre différe ſenſiblement de celle d'un ſphèroïde elliptique, ou qu'il eut dû déclarer plus poſitivement qu'il ne l'a fait, que ce n'étoit que très hypothetiquement, & par forme d'exemple, qu'il aſſignoit certaines dimenſions à la terre conſidérée comme un ſphéroïde elliptique, afin d'y appliquer les régles du calcul de la Trigonomètrie ſphéroïdique. Car, quoique M. *Euler* diſe, qu'il ne pretend rien décider de poſitif ſur la figure de la Terre, on voit bien par la maniere dont il s'eſt exprimé à l'égard des hypotheſes de *Newton*, que cette reſtriction n'eſt que pour la forme : & quand même elle expoſeroit le vrai ſentiment de M. *Euler*, elle n'effaceroit pas l'idée deſavantageuſe, que la lecture de ſon Mémoire a dû donner de la préciſion de nos opérations.

Il eſt bien démontré qu'en ſuppoſant la Terre un ſphèroïde elliptique, compoſé d'une matiere homogene ; qu'en ſuppoſant auſſi les loix de la peſanteur telles que M. *Newton* les a établies, il ſuit néceſſairement

ment de la direction des corps graves, perpendiculaire à la ſurface de la Terre, que l'excès des axes d'un des méridiens de ce ſphèroïde eſt $\frac{1}{178}$.

On peut accorder auſſi à M. *Euler*, que ſi d'un grand nombre de meſures actuelles propres, étant priſes deux à deux, à déterminer le rapport des axes d'un ſphèroïde elliptique ; toutes, à la reſerve des combinaiſons faites avec une ſeule, s'accordoient à donner l'excés des axes fort approchant de $\frac{1}{178}$, il auroit droit de faire quelque correction à chacune de ces meſures, pour les réduire toutes à donner le rapport précis de $\frac{1}{178}$, & de tenir la meſure diſcordante pour ſuſpecte, ſurtout ſi cette meſure étoit iſolée, & ſi par la nature des tems & des lieux, elle n'étoit plus ſuſceptible de vérification. Il pourroit dans ce cas l'abandonner entièrement, ou bien y faire une correction qui excedât les limites ordinaires des erreurs commiſſibles dans la pratique ; & alors la figure de la Terre qu'il en concluroit, fondée d'ailleurs ſur l'unanimité du réſultat d'un très grand nombre de meſures, ſeroit non ſeulement très recevable, mais elle ſeroit encore une bonne démonſtration Phyſique des hypotheſes de *Newton*.

Il eſt évident que M. *Euler* n'eſt pas dans ce cas. Il paroit bien que ce qui l'a principalement déterminé a faire une correction ſi conſidérable à nos meſures, eſt le rapport précis de $\frac{1}{178}$ qu'il trouve entre les axes du méridien, après avoir fait de legères corrections aux autres meſures de degré. Mais, puisque ce rapport n'eſt néceſſaire que dans le cas que la Terre ſoit un ſphèroïde elliptique compoſé de parties homogenes, il ne devoit pas paſſer ſous ſilence les autres meſures, qui démontrent que cette hypotheſe d'homogeneïté ne peut ſubſiſter avec la figure du ſphèroïde elliptique de *Newton*. En effet M. *d'Alembert* a fait voir, (ſeconde partie de ſes Recherches ſur le ſyſtème du monde, page 204) que ſi la Terre étoit elliptique & homogene, la force de la Lune pour exciter les marées, n'excéderoit celle du Soleil pour le même effet, que de $\frac{1}{5}$: tandis qu'on convient qu'elle eſt plus que double. On ſçait encore que ſi la Terre étoit un ſphèroïde elliptique homogene, les différences entre les longueurs des pendules ſimples ſeroient

roient entre elles, comme les différences entre les longueurs des degrés du méridien terreſtre au lieu où les obſervations des pendules auroient été faites.

Si donc on compare ces longueurs de Pendules déterminées par obſervations, réduites au niveau de la mer, & à celles qu'on eut obſervées dans un milieu libre, en admettant 439, 21 lignes, ſelon M. *Bouguer*, pour les lieux qui ſont ſous l'Equateur ; 440, 14 lignes au Cap de Bonne Eſpérance, ſelon l'obſervation que j'en ai faite à pluſieurs repriſes, avec des Inſtrumens rendus parfaitement conformes à ceux de M. *Bouguer* ; 440, 68 lignes pour le parallele de Paris, & 441, 28 lignes pour celui de 66°, 48′, ſelon l'obſervation de M. *de Maupertuis*, on trouvera facilement. . . .

Que le pendule Equinoxial comparé avec celui de Pello, donne le rapport des axes de la Terre ſuppoſée un ſphèroïde elliptique & homogene, comme 179 à 180 ; & qu'il faudroit ſuppoſer une erreur de $\frac{22}{100}$ de ligne en ſens contraire, ſur chacune de ces longueurs obſervées, pour les réduire à donner le rapport de 229 à 230.

Que le pendule Equinoxial comparé avec celui de Paris, qui donne le rapport de 169 à 170, ne peut donner celui de 229 à 230, ſi on ne ſuppoſe à chacun une erreur de $\frac{1}{5}$ de ligne en ſens contraire.

Que le pendule Equinoxial comparé à celui du Cap, qui donne le rapport de 147 à 148, ne peut donner celui de 229 à 230, ſi l'on ne leur ſuppoſe à chacun une erreur de $\frac{1}{6}$ de ligne en ſens contraire.

Or, ſi on examine les procédés ſelon leſquels ces quatre longueurs de pendules ont été déterminées, on ne pourra étendre au delà de $\frac{1}{8}$ de ligne, les limites des erreurs dont a pu être ſuſceptible le réſultat moyen entre tous ceux, qu'on a tirés de chaque obſervation faite pour conclure chacune de ces longueurs.

Il paroit donc clairement que les Expériences du pendule, & les obſervations des marées, ne peuvent s'accorder avec l'hypotheſe d'un

ſphèroïde elliptique compoſé de parties homogenes, & qu'ainſi le rapport de 229 à 230 n'eſt plus le rapport néceſſaire des axes de la Terre ; & s'il ne l'eſt plus, pourquoi exiſteroit-il plutôt qu'un autre, qui s'accorderoit mieux avec toutes les meſures combinées enſemble ? Et pourquoi, pour déduire ce rapport de 229 à 230, des ſeules meſures des arcs du méridien terreſtre, ſe croira-t-on en droit de ſuppoſer une erreur de 125 toiſes à une de ces meſures ?

Si M. *Euler* avoit voulu calculer, quelle cauſe a pu produire une pareille erreur, ſur une diſtance de 57000 toiſes, déterminée par les trois ſuites de triangles, & par les deux baſes que nous y avons employées, il n'auroit pas ſeulement dû en conclure que nous avons été très malheureux, mais plus mal adroits que des Arpenteurs de Village, dont la ſcience ſe fut étenduë jusques à pouvoir faire uſage d'un Quart de cercle de deux pieds de rayon, & à faire les calculs de la Trigonométrie rectiligne.

Qu'on ne nous objecte pas, que nous avons bien accuſé le célébre M. *Picard* de s'être trompé ſur la meſure de ſa baſe de 69 toiſes ſur 60000. Car, ſi pour meſurer cette baſe, au lieu de n'employer que deux meſures rondes, legères, & ſujettes par leur figure à un recul presque inévitable ſur un pavé uni, M. *Picard* s'étoit ſervi, comme nous l'avons toujours pratiqué, de quatre longues Régles, larges de 3 à 4 pouces, épaiſſes de 2 ou 3, toutes d'une piece, dont trois reſtoient toujours poſées à terre, tandis qu'on aſſujettiſſoit la quatrième, il auroit fixé la longueur de ſa baſe avec beaucoup plus de juſteſſe. S'il avoit obſervé les trois angles de tous ſes triangles, il auroit reconnu, & par conſéquent corrigé, ou au moins diminué, les petites erreurs inévitables dans les obſervations géodeſiques. S'il avoit pû terminer ſa meſure à Amiens par quelques triangles avantageuſement diſpoſés, comme il avouë qu'il l'eut ſouhaité, il n'auroit pas fait la diſtance de Sourdon à Amiens de plus de 11161 toiſes, que nous n'avons trouvée que de 11127 toiſes, par un triangle qui n'étoit que le troiſième depuis une baſe actuellement meſurée.

Les

Les opérations de M. *Picard* furent un chef-d'œuvre pour ſon tems. Il n'avoit pour exemple que celles de *Snellius*, & il enchérit infiniment ſur lui. Mais M. *Picard* n'ayant, ni un long uſage de ces opérations, alors fort extraordinaires, ni des inſtrumens auſſi parfaits, auſſi ſolides, auſſi commodes que les nôtres, ni d'auſſi bonnes méthodes pour meſurer des baſes, pour prendre des angles horizontaux, & pour y faire les réductions néceſſaires ; eſt-il étonnant que 70 ans après, d'autres Aſtronomes, plus inſtruits par le tems de ce qui peut rendre inſenſibles les erreurs inévitables de la Géometrie pratique, ayent trouvé 96 toiſes à retrancher ſur 60000 meſurées par M. *Picard ?*

Cette différence, qui par les motifs que je viens d'indiquer, ne diminuë pas en nous la haute eſtime que nous avions pour M. *Picard*, ne ſervit qu'à nous rendre plus attentifs & plus circonſpects. Elle nous parut d'abord incroyable, & nous réſolumes de ne rien négliger pour nous en aſſurer d'une maniere inconteſtable, avant que de la publier. Pour y parvenir, je retournai dans le Berry meſurer pour la troiſième fois la baſe qui nous avoit fait trouver une différence de 1 toiſe par mille, entre les diſtances réciproques des objets voiſins de Paris, déterminées par le calcul de la baſe de M. *Picard ;* & celles qui réſultoient du calcul fondé ſur cette baſe meſurée dans le Berry. Je fis à mon retour de nouveaux triangles entre ces deux baſes pour vérifier ceux qui les joignoient. Nous meſurâmes cinq fois une baſe dans le même allignement que celle de M. *Picard ;* nous formâmes trois ſuites de triangles très différentes, entre Paris & Amiens ; nous les terminâmes à une nouvelle baſe meſurée près de cette dernière ville. Je pourrois m'étendre ici ſur ces détails, pour faire voir comment tout conſpira à conſtater la néceſſité de la correction de 96 toiſes ſur 60000 ; mais je me contenterai de renvoyer le lecteur à la diſcuſſion de tous ces faits, que M. *de la Condamine* a inſerée à la page 246 de ſon Livre ſur la meſure des trois premiers degrés du Méridien.

La

La meſure de la diſtance de Paris à Amiens n'eſt pas la ſeule que nous ayons faite ſur le méridien de Paris. Tous les arcs conſécutifs que nous y avons meſurés, tant dans le Ciel que ſur la Terre, s'accordent à donner une diminution ſenſible entre les différens degrés en allant du Nord vers le Sud. Si donc on nous ſuppoſe aſſés mal adroits pour nous tromper de 100 toiſes par degrés, comment s'eſt-il pû faire, que notre erreur eut toujours été dans le même ſens, exactement proportionelle aux diſtances meſurées, en ſorte qu'elle ſe fut trouvée de 922 toiſes ſur la diſtance de Dunkerque à Perpignan, de 805 toiſes ſur celle de Dunkerque à Rhodez, & ainſi de ſuite; comme il eſt facile de le calculer en comparant nos arcs meſurés avec ceux qui réſultent des dimenſions de la Terre établies par M. *Euler?*

C'aura donc été en vain qu'avec toutes les commodités poſſibles, avec d'auſſi bons Inſtrumens qu'aucun de ceux qui ont été employés pour de pareilles meſures, nous aurions prétendu réformer toute la Méridienne de la France tracée autrefois par les Aſtronomes de l'Académie de Paris; que nous aurions ſubſtitué tant de triangles presque équilateraux, ou du moins tels que les plus petits angles ſont de 30 degrés à la place de ces triangles allongés de l'ancienne méridienne, où l'on trouve des angles de 13 à 14 degrés ſouvent conclus & oppoſés à des cotés qui ſervent de baſe; que nous aurions réduits les 78 triangles principaux de cette méridienne à 69 ſeulement; que nous n'aurions admis aucun triangle, dont les trois angles n'euſſent été obſervés, tandis que dans l'ancienne méridienne on trouve 24 triangles, dont deux angles ſeulement ont été obſervés; que nous aurions fondé nos calculs ſur ſept baſes meſurées actuellement, tandis que l'on n'en avoit employé que trois, donc l'une eſt celle de M. *Picard*, dont il vient d'être tant parlé, & les deux autres avoient été meſurées, l'une près de Perpignan avec deux perches formées chacune de deux bois de piques, & l'autre près de Dunkerque, avec trois perches de 18 pieds de longueur: & nous avons trouvé dans la ſuite, que la régle de fer de 4 pieds, avec laquelle on avoit fixé la longueur de ces perches, étoit trop

trop longue de $\frac{1}{4}$ de ligne ; qu'enfin nous aurions réduit à des plans horizontaux tous les triangles formés dans les pays montagneux, c'eſt à dire, depuis Bourges jusques à Perpignan, tandis que cette réduction n'avoit été faite que pour quelques objets fort élevés. Tant de ſoins, d'attentions, de précautions, de vérifications, nous auroient donc mené ſi malheureuſement à une erreur de plus de 920 toiſes, que nous ne nous ſerions apperçus de rien durant tout le cours d'un ſi grand nombre d'opérations différentes ; qu'au contraire nous aurions trouvé un accord parfait entre nos baſes, nos angles, nos côtés, les directions de ces mêmes côtés à l'égard du Méridien, obſervées directement en cinq endroits fort éloignés les uns des autres ; enfin, que cet accord, qui eſt le fruit des ſoins ſcrupuleux, & la marque la plus certaine de ſuccès, n'eut été qu'une fatale combinaiſon d'erreurs, qui nous eut égaré d'une maniere ſi groſſière, que les opérations de l'ancienne méridienne, tout informes qu'elles ſont par rapport à la maniere dont nous nous étions propoſé de les vérifier, nous auroient paru donner à la France une étenduë trop grande de 820 toiſes, tandis qu'elle eut été réellement trop petite de 100 toiſes, & qu'ainſi ces anciennes opérations fuſſent infiniment préferables aux nôtres.

Il me paroît donc que tout lecteur eclairé, qui examinera ſans préjugé l'hiſtoire de nos obſervations en France, ne croira pas devoir s'en rapporter, pour eſtimer le degré de leur préciſion, à quelques traits hazardés dans trois ou quatre Livres, par interêt ou par précipitation ; jusques à ce que les auteurs de ces déciſions ayent dit en quoi nos opérations péchent : & nous les en défions avec d'autant plus de confiance, que leurs objections, ſi elles ont quelque apparence de fondement, peuvent être diſcutées par des verifications actuelles faites ſur les lieux, par eux-mêmes ou en leur préſence, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'aller ſe transporter aux extrémités du monde. Et afin qu'ils ſçachent jusques à quel point je ſoûtiens de mon côté, que notre meſure terreſtre de la diſtance de Paris à Amiens eſt exacte ; je déclare que ſi quelqu'un de ces Meſſieurs peut faire voir qu'il y a réellement 12 à 15 toi-

ſes d'erreur dans cette meſure, je conſens de paſſer pour celui de tous les Aſtronomes, qui mérite le plus le mépris de l'Académie, & qui eſt le moins digne de la confiance du public; puiſque ſi toutes les obſervations que nous avons fait imprimer, étoient auſſi groſſières qu'on le voudroit faire croire, il ne ſeroit pas poſſible qu'elles s'accordaſſent ſi bien entre elles, à moins que nous n'en euſſions ſuppoſé ou altéré le plus grand nombre, ce qui ſeroit le comble de la charlatanerie & de la mauvaiſe foi. à Paris le 8 Août 1755. *LA CAILLE.*

AVERTISSEMENT.

A l'occaſion de ce Mémoire M. Euler *remarque, qu'il eſt fort éloigné de croire, que la terre ſoit compoſée d'une matiere homogene; que cela nonobſtant la terre pourroit bien avoir la même figure, comme ſi elle étoit homogene; mais que les variations du pendule ſuivroient alors une autre loi: d'où il conclut que ces variations ne ſauroient être employées pour déterminer la figure de la terre. Au reſte il a enviſagé cette queſtion comme un problème de Geometrie, en ſuppoſant que la figure de la terre ſoit un ellipſoïde, & ayant déterminé les erreurs, qu'il faudroit ſuppoſer dans les obſervations, pour les mettre d'accord avec cette hypotheſe, ſon intention n'a pas été de porter la moindre atteinte à leur exactitude Cependant il ſe croit bien fondé d'attribuer à la terre une figure réguliere, jusqu'à ce que le contraire ſoit incontestablement demontré.*

Tab 1
ad pag. 131.

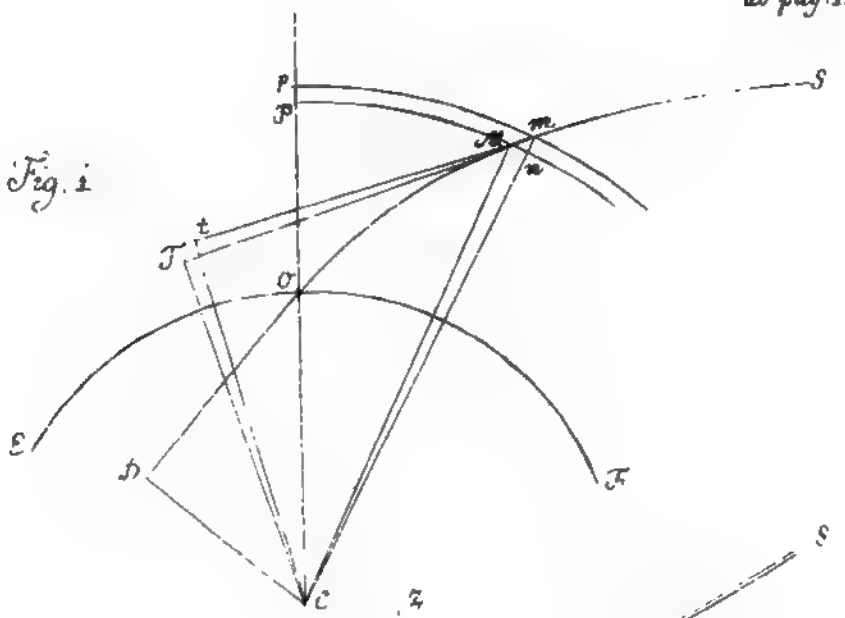


Fig. 1

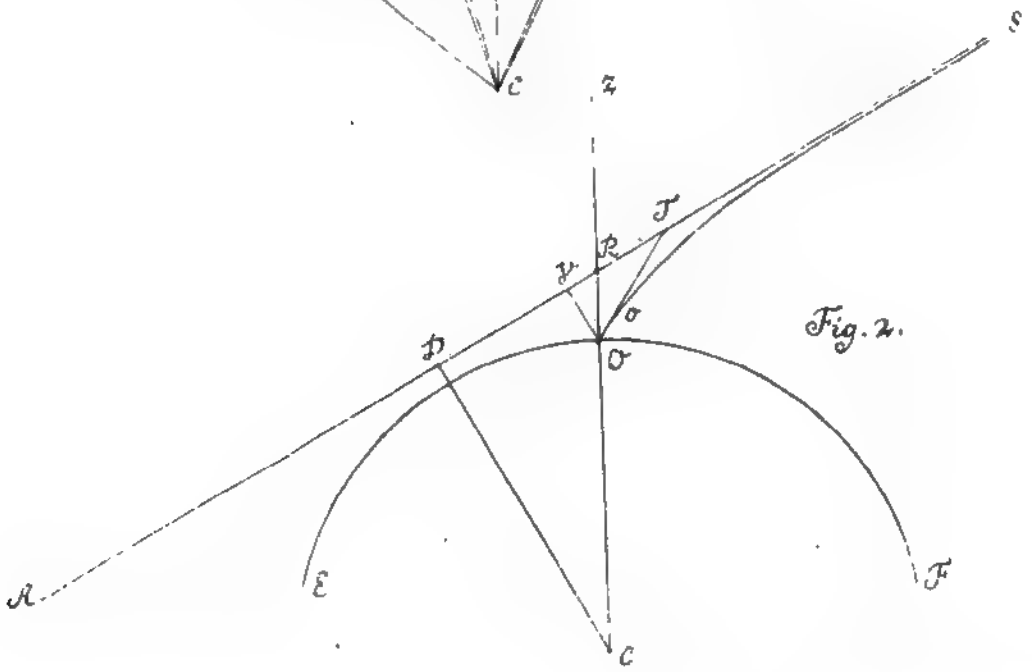


Fig. 2.

Mem. de l'Acad. Tom X. pag 246.

Tab. 2.
adpag. 173.

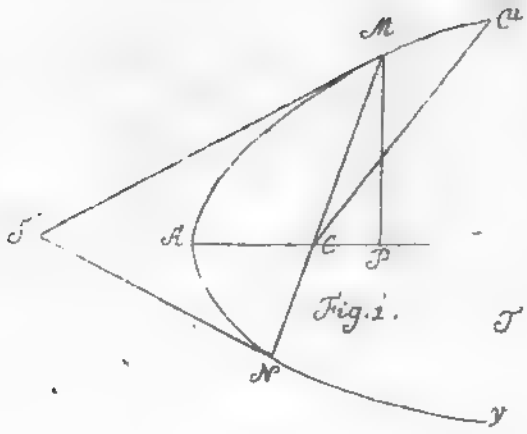


Fig. 1.

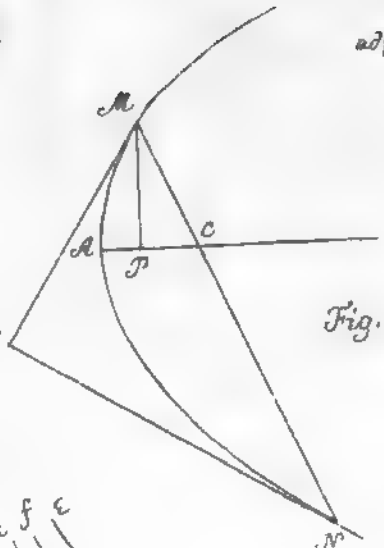


Fig. 2.

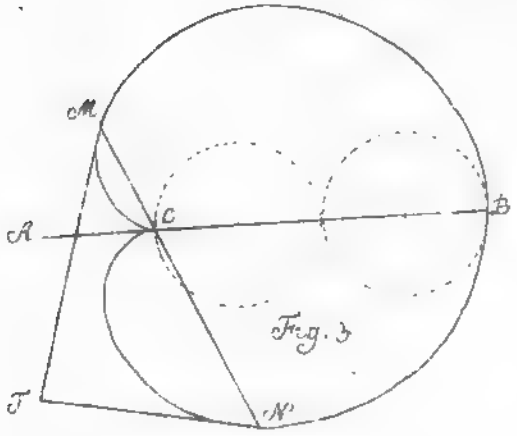


Fig. 3

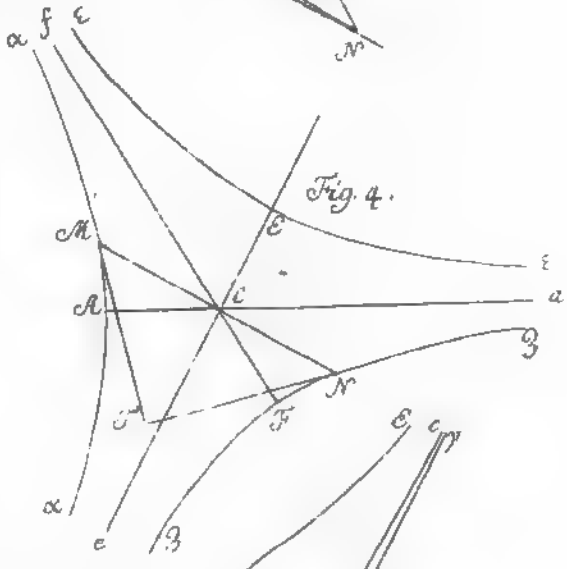


Fig. 4.

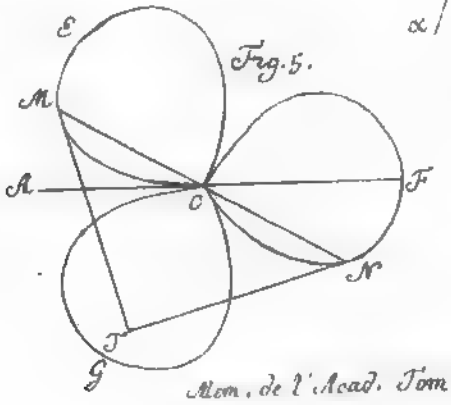


Fig. 5.

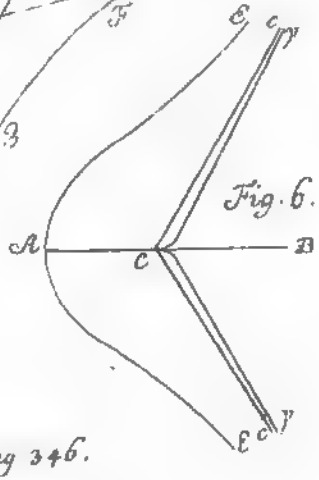


Fig. 6.

Mem. de l'Acad. Tom X. pag 346.

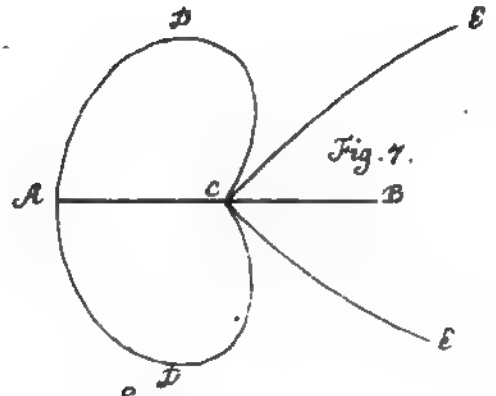


Fig. 7.

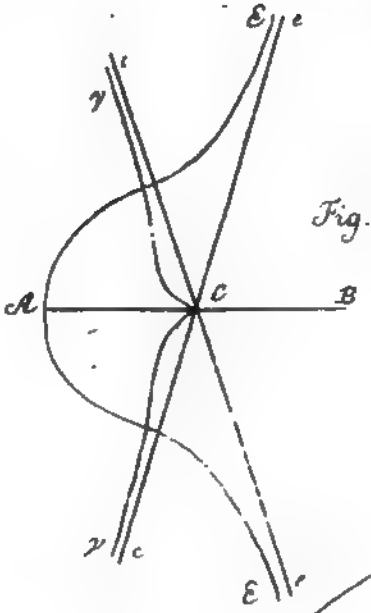


Fig. 8.

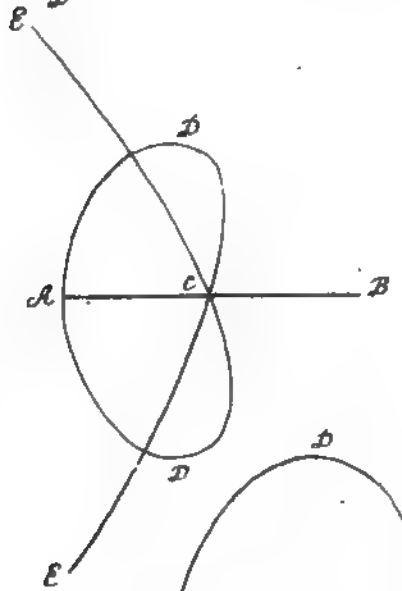


Fig. 9.

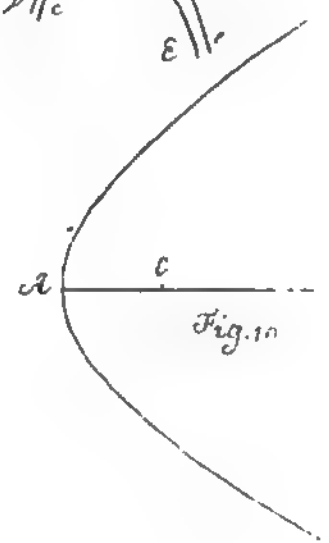


Fig. 10

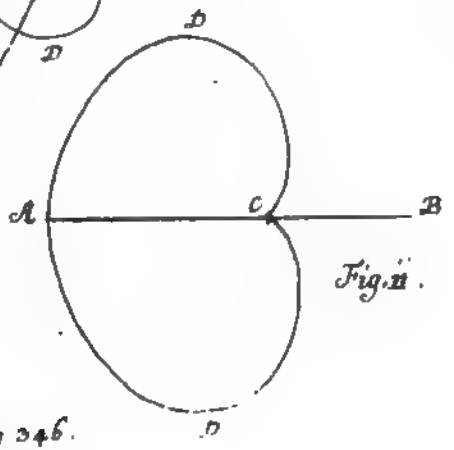


Fig. 11.

Tab. 4.

ad pag. 224.

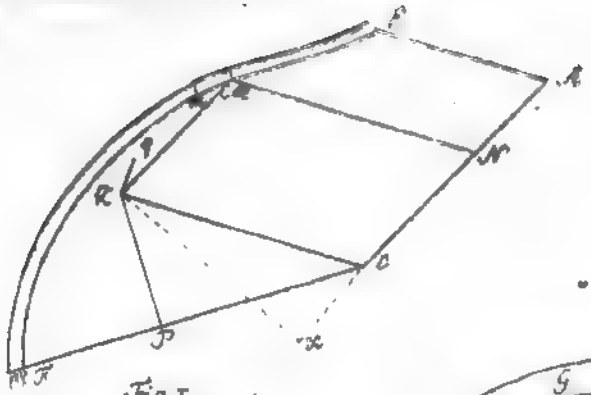


Fig. 1.

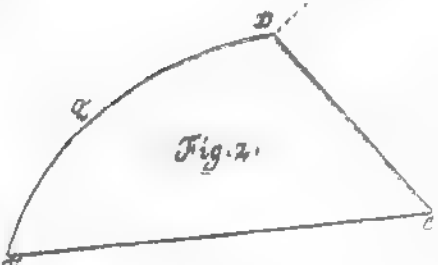


Fig. 2.

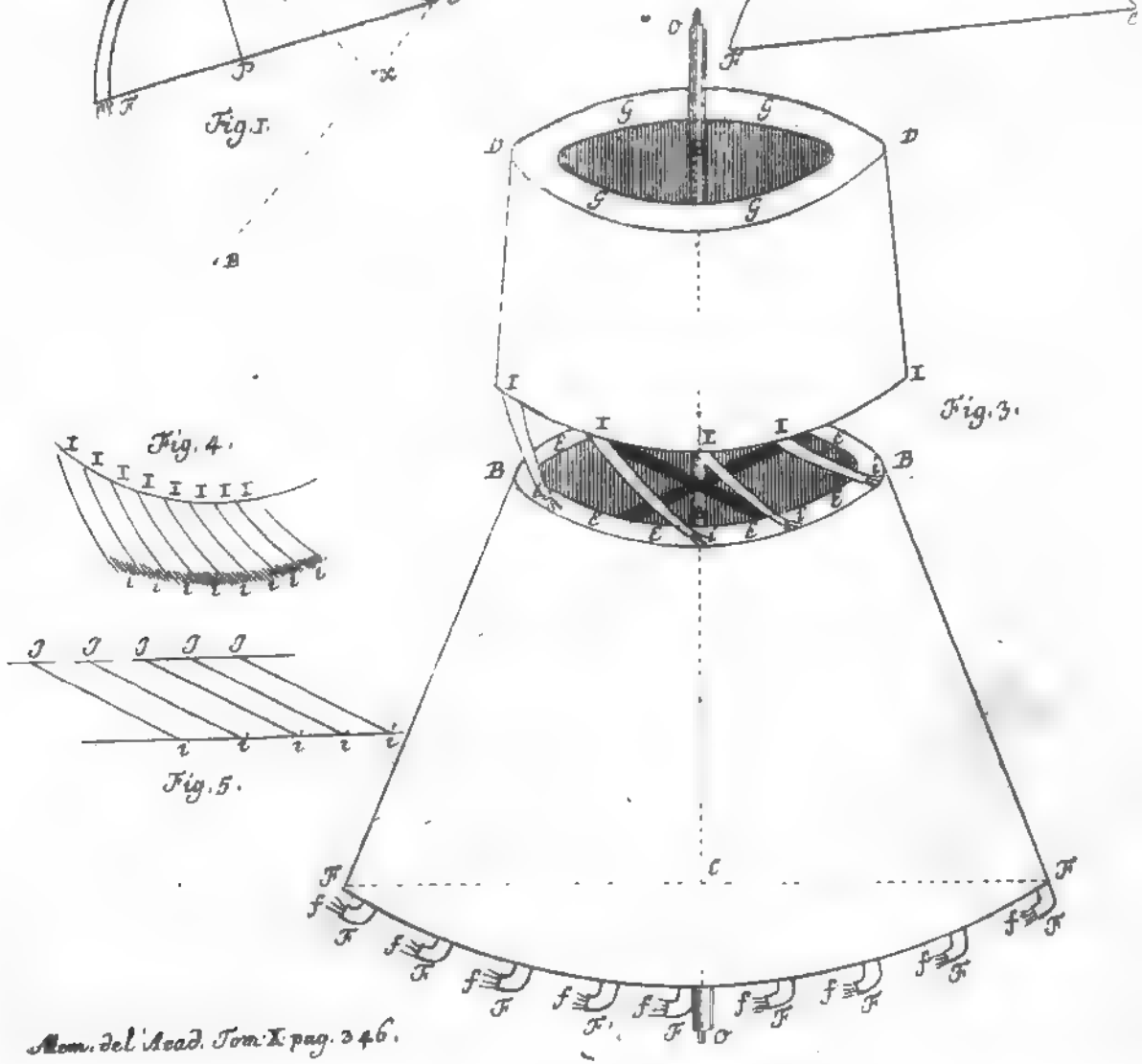


Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Mem. del Acad. Tom. X. pag. 346.

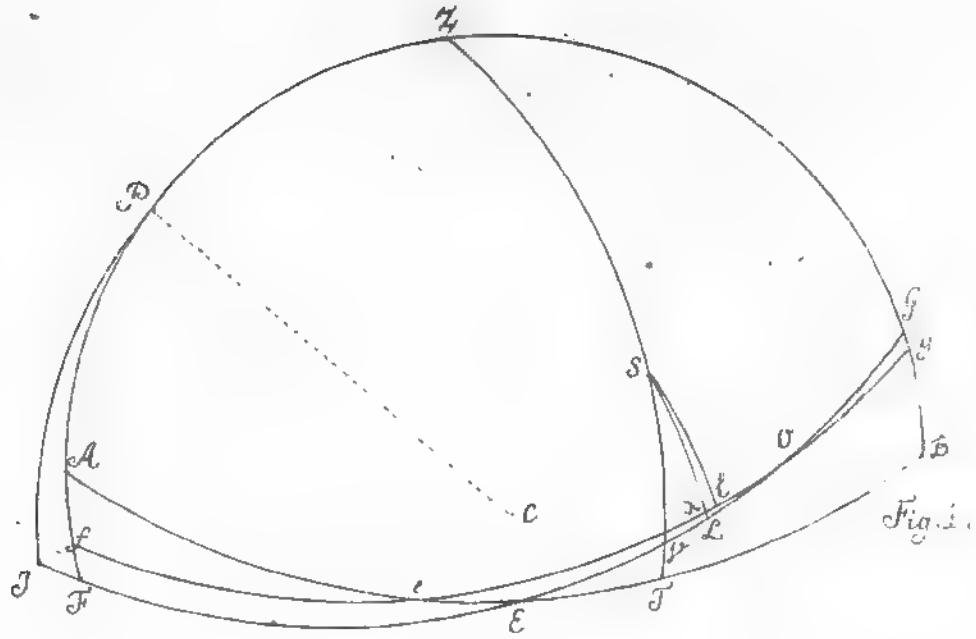


Fig. 1.

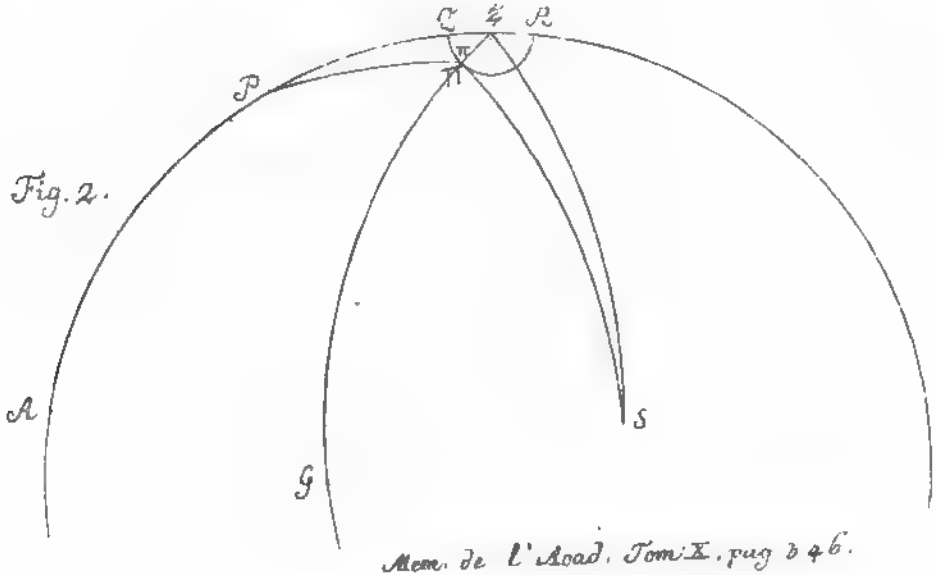


Fig. 2.

Mem. de l'Acad. Tom. X. pag. 346.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *

DISSERTATION
SUR LES DIFFÉRENTS MOYENS DONT LES HOMMES SE SONT SERVIS POUR EXPRIMER LEURS IDÉES.

PAR M. DE MAUPERTUIS.

I.

Si l'on peut remonter jusqu'à des temps où les hommes n'auroient eu aucun langage, ils ont cherché d'abord à exprimer leurs beſoins les plus preſſants ; & quelques geſtes & quelques cris ſuffiſoient pour cela. Ce fut là la premiere Langue de l'homme ; c'eſt encore celle dans laquelle tous les peuples s'entendent, mais ne peuvent rendre qu'un fort petit nombre d'idées. Ce ne fut que longtemps après qu'on penſa à d'autres manieres de s'exprimer.

II. On pouvoit rendre ce premier langage plus étendu, en ajoutant aux geſtes & aux cris naturels, des cris & des geſtes de convention qui ſuppléaſſent à ce que les premiers ne pourroient rendre : & c'eſt là vraiſemblablement ce qu'on fit d'abord.

III. Chacun de ces deux moyens d'expreſſion pouvoit être perfectionné ſéparément. Par les ſeuls geſtes de convention mêlés aux geſtes naturels, on pouvoit ſe faire entendre ; par des cris de convention ajoutés aux cris naturels on eut pû parvenir au même but.

IV. Cependant, malgré ce que nous voyons dans certains ſpectacles pantomimes, où nous pouvons avec un peu d'attention comprendre tout ce que les Acteurs veulent exprimer, & tout ce qu'on raconte de l'eſpece de perfection où les muets dans le ſerrail des Empereurs ottomans ont pouſſé le langage par geſtes, nous ne connoiſſons aucun peuple qui s'y ſoit tenu. On ne voit pas non plus une impoſſibilité abſolue à perfectionner le langage des cris par différentes intonations; ce qui eut fait de ce langage une veritable Muſique: cependant, malgré tout ce qu'on nous raconte des effets de l'ancienne Muſique, & tout ce que les Muſiciens de nos jours prétendent encore faire exprimer à la leur; la difficulté de l'intonation juſte, la rareté d'une oreille aſſez fine, & les différences qui ſe trouvent dans l'étendue des voix, paroiſſent des obſtacles invincibles pour l'établiſſement d'un tel langage.

V. Ce ne fut peut-être qu'après bien des tems écoulés qu'on en vint à une maniere de s'exprimer indépendante des geſtes & des tons. On s'apperçut que ſans agitation du corps & ſans efforts du goſier, par de ſimples battemens de la langue & des levres on pouvoit former un grand nombre d'articulations combinables à l'infini: on ſentit l'avantage de ce nouveau langage, tous les peuples s'y fixerent; & ce fut la parole.

VI. Tout le reſte n'a plus été que des conventions particulieres de variations d'articulation. Les différences qui ſe ſont trouvées dans les organes des différents peuples, le hazard même là où il y avoit tant d'arbitraire, varierent les combinaiſons d'articulation à l'infini, & l'on eut des mots pour exprimer tout. Mais les hommes plus inſtruits par la communication mutuelle des leurs idées, formés pour ainſi dire par le langage, perfectionnerent le langage à leur tour: non ſeulement pour rendre plus clair à l'eſprit le ſens de ce qu'ils vouloient exprimer, mais encore pour rendre leurs expreſſions plus agréables à l'oreille. De là naquirent les régles grammaticales de toutes les Langues.

VII.

VII. Le langage d'articulation ainſi formé, & préféré avec tant de raiſon à ceux du geſte & de l'intonation, les bannit presqu'entièrement. Deux perſonnes, ſans aucun changement dans leur attitude, & ſans élever la voix, purent ſe communiquer leurs penſées, & traiter les ſujets les plus difficiles, ſans que ceux qui les environnoient puſſent les entendre. Cependant le premier langage, ce langage naturel des geſtes & des cris, eſt toujours prêt à ſe reproduire, dès que quelque paſſion nous remet dans cet état où l'on n'avoit beſoin que de lui ; dès que nous ſommes emportés par la colére, par la joye, ou par la douleur. Ce langage fait encore ſentir ſa force lorsqu'on joint le geſte à la parole ; mais, ſi tous les moyens d'expreſſion ſe trouvent réünis, ſi l'on ajoute à la parole & au geſte, les ſons d'une voix touchante, c'eſt alors que l'ame ſera le plus puiſſamment frappée : c'eſt alors que Didon inſpire au ſpectateur tous les ſentimens qu'elle éprouve, remplit toute la ſenſibilité du cœur qui l'écoute.

VIII. Je ne parle ici que de ce que nous voyons tous les jours : je ne dis rien de ces effets merveilleux que les anciens nous racontent du pouvoir de leur Muſique. Il ſeroit difficile de marquer jusqu'où cet art perfectionné peut aller, jusqu'où des organes aiguiſés par un long exercice peuvent le faire valoir, jusqu'où l'imagination y peut influer : mais je crois qu'en admettant quelque exagération dans les récits qu'on nous en fait, on ne peut cependant douter que cette Muſique ne fut capable de produire d'étranges effets.

IX. Je ne ſcai ſi c'eſt un ſentiment qui m'eſt particulier ; mais il me ſemble que l'uſage des ſons eſt plus propre à émouvoir, & celui du geſte à perſuader.

X. Revenons aux Langues proprement dites, aux langages d'articulation. Après que par des combinaiſons infinies d'articulations on fut parvenu à exprimer toutes ſes idées, chaque peuple eut ſa Langue à part ; & dans ce nombre prodigieux de mots qui appartiennent à chacune, il eſt rare d'en trouver un qui ait dans deux Langues différentes la même ſignification, à moins que ce mot n'ait paſſé de

l'une

l'une dans l'autre. Partout le nombre des mots fut proportionné au nombre des idées : les peuples les plus ſpirituels, eurent les Dictionnaires les plus amples ; ils ſurent diſtinguer juſqu'aux moindres différences dans les nuances de ce qu'ils vouloient dire ; ils eurent quelquefois, (quoique plus rarement qu'on ne penſe,) juſqu'à des mots ſuperflus, des ſynonymes : les peuples les plus groſſiers n'eurent qu'à peine ce qu'il leur faloit pour ſe faire entendre, & quelquefois manquerent du néceſſaire.

XI. On remarqua qu'un grand nombre d'idées ſe rapportoient à des objets qu'on peut concevoir indépendamment des autres ; on forma pour exprimer ces idées les mots que nous appellons *ſubſtantifs :* on vit que ces objets étoient ſusceptibles de différentes modifications; on forma pour exprimer ces modifications les mots qu'on appelle *adjectifs :* d'autres idées repréſentoient quelque opération, ſoit qu'elle ſe rapportât à nous-mêmes, ſoit qu'elle ſe rapportât à d'autres objets; on forma pour exprimer ces idées, les *verbes :* pour les différences du plus, du moins, des tems, des lieux, &c. on fit les *adverbes.*

XII. Je n'entre point dans le détail de toutes les différentes parties d'oraiſon, ni des manières d'en faire uſage ; elles varient chez chaque nation : & c'eſt l'affaire du Grammairien. Je ne parle ici que des vuës générales qui ont conduit tous les peuples dans la formation de leurs Langues.

XIII. A' la vérité tous les peuples n'ont peut-être pas fait d'abord toutes ces diſtinctions dont nous parlons ici. Un Sauvage, dont la Langue n'eſt pas encore formée pourroit confondre & exprimer tout à la fois, le pronom, le verbe, le nombre, le ſubſtantif & l'adjectif, & dire dans un ſeul mot : *j'ai tué un gros ours.* Mais une Langue ne ſauroit demeurer longtems dans cet état ; la mémoire ne pourroit retenir toutes ces expreſſions ſimples trop multipliées qui n'auroient point de rapport les unes aux autres : il en faudroit bientôt venir à diſtinguer & à dévélopper toutes les parties contenuës dans chaque phraſe. Au contraire, ſi une nation dont la Langue eſt déjà for-

formée ſe trouve avoir ſouvent à dire les mêmes choſes, elle racourcira ſes expreſſions, & pourra rendre des idées fort complexes par un ſeul mot. C'eſt ainſi que dans les Langues les plus parfaites on introduit les mots techniques, & tant d'expreſſions abrégées qui contiennent des phraſes entières. Mais tout cela n'empêche pas que le procédé général de tous les peuples dans la formation de leurs Langues, n'ait dû être néceſſairement tel que nous l'avons expliqué.

XIV. Les Langues ainſi formées, les premiers beſoins ſatisfaits, on eut des beſoins nouveaux; & l'on chercha à les ſatisfaire. Les moyens ingénieux que les hommes avoient trouvés pour s'exprimer, ne ſuffirent pas; ils ne pouvoient ſervir que dans la préſence les uns des autres: on voulut ſe faire entendre dans des lieux éloignés; & c'eſt là vraiſemblablement l'origine de l'écriture. Car il eſt moins croyable que le deſir de parler à ceux qui devoient naître, & de transmettre les penſées à la Poſtérité, ait été le motif qui a fait découvrir cet art admirable.

XV. Quoiqu'il en ſoit, on chercha des moyens pour ſe faire entendre dans des lieux où l'on n'eſt point, & dans des tems où l'on ne ſera plus. Et comme le premier langage avoit conſiſté en geſtes, & en repréſentations phyſiques des objets qu'on vouloit exprimer; de même pour le langage des abſens on ſe ſervit de figures qui repréſentoient ces objets, & les geſtes qui les devoient accompagner. Ce fut là la premiere écriture, l'écriture univerſelle, intelligible à tous les peuples, & qui vraiſemblablement fut longtems la ſeule. On en trouve des veſtiges dans ce qui nous reſte des premiers tems des nations civiliſées, on n'en trouve point d'autre chez les peuples ſauvages.

XVI. Ces monuments de l'antiquité la plus reculée d'une nation qui paroit avoir été la premiere à cultiver les Arts & les Sciences, ces merveilleux obélisques coupés dans le plus dur rocher, transportés à de ſi grandes diſtances, élevés ſur leurs baſes par des moyens qui nous ſont inconnus, mais qui marquent aſſez combien les Egyptiens avoient déjà fait de progrès dans la Méchanique, conſervent des

reſtes de cette écriture. Les peuples du Mexique n'en connoiſſoient encore point d'autre, lorsque Cortez y arriva. Ce fut dans cette écriture que les Goûverneurs des provinces maritimes donnerent avis à leur Empereur de l'arrivée des Eſpagnols ſur leurs côtes.

XVII. Cependant une nation qui faiſoit quelque uſage de ſon eſprit, ne pouvoit pas longtems en demeurer là. On fut bientôt obligé de mêler aux figures naturelles des figures de convention ; on en voit déjà ſur les obélisques de mêlées avec les figures naturelles, & c'eſt ce mêlange qui fait la difficulté que nous trouvons à en comprendre le ſens.

XVIII. Je ſçai qu'il y a différentes opinions ſur les hiéroglyphes de l'Egypte : quelques Auteurs y cherchent de grands myſtères ; prétendent qu'ils contiennent les ſecrets que les Prêtres vouloient cacher au Peuple : l'opinion des autres eſt que ces figures n'étoient que l'écriture de ce tems-là. Mais, à enviſager la choſe du plus haut point de vûë, & comme ici nous l'enviſageons, la difference des deux opinions ne change rien à ce que nous diſons. Car quand les figures égyptiennes qui nous reſtent, ſeroient des eſpeces d'énigmes ſacrées, & ne ſeroient point la premiere écriture de l'Egypte ; cette première écriture, & la première écriture de toutes les nations, aura toujours été telle que nous l'avons expoſée §. XV.

XIX. L'addition des figures de convention qu'on fit aux figures naturelles, étendit toujours de plus en plus l'uſage de cette écriture. Dans les premières figures de convention on chercha vraiſemblablement quelques rapports avec les choſes qu'on vouloit exprimer : mais comme ces rapports dépendant de la maniere particuliere d'enviſager les choſes, n'avoient rien d'univerſel, & ne faiſoient le plus ſouvent que de vrayes énigmes ; & que par là ces figures ſymboliques, n'avoient guères d'avantage ſur les ſignes de pure convention, desquels on ne pouvoit entiérement ſe paſſer, & qu'on traçoit bien plus facilement ; ceux-ci inſenſiblement prirent la place des autres, & l'écriture ne fut plus formée que de ſignes de convention.

XX.

XX. On voit un exemple manifeſte de ceci, du progrès par lequel on eſt venu à bannir les figures naturelles, & à les ſuppléer par les figures de convention, dans la maniere dont les Romains exprimoient leurs nombres. Le ſigne de l'unité (I) ayant été d'abord choiſi, les ſignes II. III. IIII. ne furent que les figures naturelles des nombres qu'ils repréſentent : mais le trop de longueur des expreſſions, ſi on les eût continuées, & la peine qu'on auroit eu à diſtinguer ces ſignes trop longtems répétés, firent qu'après les quatre premiers ſignes naturels, on eut recours à un ſigne de convention (V). C'eſt ainſi ſans doute, & pour des inconvénients ſemblables, que dans l'écriture on ſuppléa par des ſignes de convention les figures naturelles.

XXI. Les Chinois en ſont reſtés-là. Leur écriture n'eſt qu'un aſſemblage infini de ſignes de convention, dont chacun eſt repréſentatif de chaque choſe. Mais quelle multitude de ſignes ne faut-il pas pour rendre une telle écriture capable de tout exprimer ! Et quelle mémoire eſt aſſés vaſte pour les retenir ! Ou prétend à la vérité que les Chinois ont porté cette écriture à un haut degré de perfection, en établiſſant pour les idées les plus générales un certain nombre de ſignes principaux, dont le ſens ſe détermine aux idées particulieres par l'addition & la combinaiſon de nouveaux ſignes. Mais malgré cette abréviation & cette perfection, l'écriture Chinoiſe eſt encore compoſée de 80000. caractères, & un Lettré paſſe ſa vie à apprendre à lire & à écrire. Cette écriture, ſi différente de celle de tous les autres Peuples que nous connoiſſons, n'empêche pas que le langage des Chinois ne ſoit ſemblable à celui des autres peuples, ne ſoit comme le leur un langage d'articulation. Mais leur écriture contient beaucoup plus que n'articule un lecteur ordinaire. Et pluſieurs nations voiſines de la Chine, qui parlent des langues différentes de celle des Chinois, entendent également cette écriture.

XXII. Pour revenir à tous les états par leſquels ces différentes écritures ont paſſé : la première écriture ne conſiſta qu'en figures naturelles ; c'eſt l'état où étoit encore l'écriture chés les Mexicains, lorſque

Cortez y arriva. Cette écriture devint plus étenduë par les ſignes de convention qu'on y ajouta ; telle vraiſemblablement elle étoit en Egypte, lorsqu'on grava les inſcriptions des obélisques. Enfin cette écriture a pris le dernier degré de perfection, lorsqu'au lieu de figures naturelles, on n'a plus fait uſage que de ſimples ſignes de convention, dont les combinaiſons exprimoient les idées complexes auxquelles ils ſe rapportoient ; & c'eſt là le point où l'écriture ſe trouve encore aujourd'hui chez les Chinois.

XXIII. Au Pérou l'on avoit une autre eſpece d'écriture, qui marque moins de génie que toutes les précédentes, mais qui ne nous a paru devoir être citée qu'après elles, parce qu'elle étoit moins naturelle. Cette écriture ne conſiſtoit qu'en un ſeul ſigne répété autant de fois qu'on en étoit convenu pour exprimer chaque choſe. On dit que les Péruviens avoient écrit ainſi leur hiſtoire, ou plutôt leurs principaux événemens, car on comprend aſſez qu'il n'eut pas été poſſible d'écrire de la ſorte une véritable hiſtoire. Leurs *quipos* étoient des aſſemblages de petites cordes de différentes couleurs, où tout n'étoit marqué que par des nœuds.

On trouve à la Chine quelque choſe, qui paroit aſſez ſemblable aux *quipos* du Pérou ; ce ſont divers aſſemblages de deux ſeuls caractères, que les plus anciens monuments ont conſervés, & qu'on attribuë à *Fohi* fondateur de cette Monarchie presqu'auſſi ancienne que le Monde. La clef de ces caractères eſt perduë depuis pluſieurs ſiècles, & les plus grands Philoſophes de la Chine ſe ſont bien tourmentés pour la retrouver : cela n'en vaudroit guères la peine, ſi les *kouas* de *Fohi* n'étoient, comme quelques uns le penſent, que la repréſentation des petites cordes nouées dont les anciens Chinois ſe ſervoient de la même maniére que les Péruviens de leurs *quipos*. Peut-être fait on tort aux Chinois de leur attribuer une écriture ſi peu digne de leur eſprit, & ſi éloignée de celle dont ils ſe ſervent ; mais ſi l'on fait attention aux premiers pas qu'a fait le genre humain, on trouvera peut-être que c'eſt aſſez pour ces peuples d'avoir été au tems du Déluge au point

point où les Péruviens étoient dans ces derniers tems. Et s'il étoit vrai que l'écriture dont les Chinois ſe ſervent aujourd'hui fût cette écriture philoſophique que les plus grands hommes de notre Europe ont cherchée pour en faire une Langue univerſelle, les Chinois ſeroient déjà parvenus là où nous ne parviendrons que dans pluſieurs ſiecles, là où peut-être même nous ne parviendrons jamais.

XXIV. Enfin l'on en eſt venu à une écriture toute différente de celles qui repréſentoient les idées, ſoit par les figures naturelles, ſoit par les figures de convention, ſoit par quelqu'autre ſigne que ce ſoit : & l'on peut regarder cette dernière invention comme la plus utile de toutes celles qui ont été accordées à l'eſprit humain. C'eſt de repréſenter, non pas les choſes, mais les paroles dont on ſe ſert dans le langage pour les exprimer ; d'établir des caractères auxquels on attribue toutes les articulations de la voix, & dont les aſſemblages rendent les mots & les phraſes : c'eſt l'écriture que tous les peuples aujourd'hui ont adoptée, excepté peut-être quelques nations encore ſauvages ; & les Chinois, qui ſacrifient peut-être l'utilité qu'ils retireroient de cette écriture à d'autres avantages que nous ne connoiſſons pas aſſez, ou au reſpect qu'ils ont pour l'antiquité.

XXV. L'écriture de tous les peuples de l'Europe n'eſt donc qu'une repréſentation de la parole ; chaque nation a des caractères pour exprimer toutes ſes articulations : & ſi ſon alphabet eſt bien complet, elle peut même exprimer les mots des autres Langues qu'elle n'entend point : celui qui lit à mille lieuës ou mille ans après, rend les mêmes paroles que proféroit celui qui l'a formée ; &, ſi la Langue eſt demeurée la même, rend les mêmes idées.

XXVI. Quant à la conſtruction de cette écriture, on pouvoit s'y prendre de différentes manières. On pouvoit former des caractères dont chacun exprimât pluſieurs articulations à la fois, des ſyllabes entieres, ou des mots entiers ; ce qui eut rendu l'écriture plus courte, en rendant l'alphabet plus ample : on pouvoit au contraire décompoſer

chaque mot dans ſes articulations les plus ſimples, dans tous ſes élémens, & former ſeulement des caractères pour chacun de ces élémens ; ce qui rendoit l'alphabet plus court, & l'écriture plus longue. Il eſt à croire que cette dernière manière étoit la plus commode, puisque la plupart des peuples s'y ſont arrêtés. Car ſi quelques uns comptent dans leur alphabet un plus grand nombre de caractères que les autres, cela vient le plus ſouvent de ce qu'ils ont dans leur Langue des articulations que ces autres n'ont pas, plutôt que d'un nombre de caractères réellement plus grand pour n'exprimer que les mêmes articulations.

XXVII. Pour comparer ſans prévention les deux eſpeces d'écritures ; celle par ſignes repréſentatifs des choſes, & celle par ſignes repréſentatifs des mots ; il faut avouër que ſi la premiere avoit toute la perfection qu'on peut imaginer, & que les hommes euſſent aſſez de mémoire, l'écriture par ſignes repréſentatifs des choſes auroit de grands avantages ſur la nôtre. Le principal ſeroit que chaque ſigne répondant à une idée, & les ſignes principaux appartenant aux idées les plus ſimples, l'ordre des idées ſe pourroit rendre par l'ordre des ſignes ; & par la compoſition des ſignes on rendroit la compoſition des idées. Un trait principal repréſentant d'abord le ſujet, chaque nouveau trait dont il ſeroit chargé marqueroit tout ce qui pourroit lui appartenir. Dans le ſigne, par exemple, qui exprimeroit un navire, on trouveroit, bois, maiſon flottante, &c. Dans les ſignes qui repréſenteroient des choſes plus compoſées, on découvriroit une plus grande compoſition. Et ſi l'écrivain & le lecteur étoient aſſez habiles, on trouveroit dans chaque caractère la juſte définition de la choſe. On voit par là pourquoi c'eſt un ſi grand mérite à la Chine d'être *Lettré ;* c'eſt qu'il faut être Philoſophe pour ſçavoir lire & écrire. Cette écriture pourroit être telle que chacun y découvriroit ſelon ſa capacité ; que les mêmes caractères auroient un ſens plus étendu pour les Savants, ou pour ceux qui chercheroient à s'inſtruire ; & un plus borné, qui ſuffiroit pour ceux qui ne voudroient pas approfondir, ou qui n'en ſeroient pas capables. J'ai oui dire en effet à un homme d'eſprit qui a de-

demeuré longtems à la Chine, qu'un Chinois, ſelon qu'il eſt plus ou moins habile, voit plus ou moins dans la même page : que tandis que l'un n'y voit que ſuperficiellement la choſe, l'autre y trouve toutes ſes propriétés, & les rapports de ces propriétés. Il ne faut pas douter que ce ne fut là un grand avantage, ſi, comme nous l'avons déjà dit, de grands inconvénients n'y étoient attachés ; ces inconvénients ſont l'immenſe multitude des caractères, & la difficulté de les connoître & de les retenir.

XXVIII. Pour achever de faire comprendre la différence entre ce genre d'écriture & la nôtre, je me ſervirai de l'exemple des notes de la Muſique. Pour écrire la Muſique on pourroit ſe ſervir des nombres qui appartiennent à chaque ton, c'eſt à dire qui marquent les vibrations qu'une corde qui rendroit ce ton imprime à l'air dans un tems donné: cette maniere répondroit à l'écriture dont nous venons de parler. Au lieu de cela on ne s'eſt propoſé que d'exprimer l'intonation ou la ſenſation que chaque ton excite ; & cela répond à notre écriture, qui, ſans égard aux choſes, ne rend que les mots.

XXIX. Après cette digreſſion, qui nous a paru néceſſaire pour expliquer les différents rapports qui ſe peuvent trouver entre le langage & l'écriture, revenons à l'écriture & au langage de l'Europe, qui ne ſont plus qu'une même choſe ; & examinons les différens degrés de perfection ou de ſimplicité dont nos Langues ſont ſuſceptibles.

XXX. C'eſt d'abord une queſtion qui n'eſt pas peu embaraſſante ; comment tous les peuples qui ſont répandus ſur la terre, n'ayant formé d'abord qu'une ſeule famille, parlent aujourdhui des Langues ſi différentes. Chaque branche de cette famille en ſortant de la maiſon paternelle n'a-t-elle pas dû retenir la Langue qu'on y parloit ? Et ſi mille circonſtances ont pu cauſer à cette Langue de grandes altérations chez les différentes nations qui ſe ſont formées, ne devroit-on pas du moins retrouver chez ces nations un grand nombre de mots qui fuſſent les mêmes ?

XXXI.

XXXI. C'eſt ce qu'on n'obſerve point : après tous les efforts de pluſieurs Auteurs plus ſavants que philoſophes, s'ils nous font voir quelquefois dans nos Langues modernes un mot qui a la même ſignification que dans les Langues qu'on regarde comme les premieres qui aient été parlées, ce n'eſt l'effet que d'un hazard presqu' inévitable dans un ſi grand nombre de mots. Et ſi ceux qui veulent retrouver nos Langues dans ces premieres Langues, ſont de bonne foi, ils avoueront que tout ce qu'ils ont fait n'a été que prouver qu'ils ſavoient un aſſez bon nombre de mots de chacune.

XXXII. Pour expliquer donc la diverſité des Langues que parlent aujourd'hui les deſcendants d'une même famille, il faut avoir recours au miracle qui nous eſt rapporté dans les livres ſacrés; à cette confuſion dont Dieu punit la témérité des enfants de Noë : ou penſer que lorsque les familles ſe diſperſerent, elles n'avoient point encore de Langue formée; qu'elles en étoient encore à ces moyens naturels d'expreſſion dont nous avons parlé §. I. II. III. IV. dont elles ne connurent l'inſuffiſance, & qu'elles n'abandonnerent que longtems après.

XXXIII. Chaque famille ſéparée devenant un peuple, ſes beſoins, ſes idées ſe multipliant, elle ſe forma une Langue & une écriture, de la maniere que nous l'avons expliqué ; & aujourd'hui il n'y a ſi petite nation qui n'ait la ſienne.

XXXIV. Il n'eſt pas néceſſaire de faire remarquer combien cette diverſité des Langues eſt incommode, & combien il ſeroit utile que tous les hommes puſſent s'entendre : aujourd'hui ſurtout, où les peuples les plus éloignés ſe viſitent ſi fréquemment, entretiennent un commerce univerſel de beſoins & de ſecours réciproques, & où il n'eſt presque plus de peuple qu'on puiſſe appeller barbare.

XXXV. On a donc ſouhaité dans ces derniers tems, non de ramener toutes les nations à ne parler qu'une même Langue ; la choſe eſt viſiblement impoſſible; mais de former une Langue nouvelle dans laquelle toutes les nations puſſent s'entendre: & cela a été entrepris par des hommes célébres.

XXXVI.

XXXVI. Nous ne ſommes pas aſſez hardis pour nous aſſocier à eux, ni pour nous croire capables d'accomplir un tel projet. Nous nous contenterons de propoſer quelques vuës générales qui pourroient ſervir à l'éxécuter ou à le faire abandonner. Il ſeroit ſouvent auſſi utile aux hommes de leur faire voir l'impoſſibilité de ce qu'ils entreprennent, que de leur fournir des moyens pour y réuſſir: mais il eſt toujours avantageux de bien connoitre toutes les difficultés de quelqu'entrepriſe que ce ſoit.

XXXVII. Comme l'écriture peut ſuppléer à la parole, on peut réduire le problème d'une Langue univerſelle à celui d'une écriture univerſelle: & quelques Auteurs ont propoſé pour cette écriture des caractères de convention, ou un chiffre dont chaque nation eut une clef par des eſpeces de Dictionnaires.

XXXVIII. A ne pouſſer la choſe que jusques-là, la traduction de ce chiffre dans quelqu'une des écritures déjà établies, ou la traduction d'une de ces écritures dans ce chiffre, n'auroit aucun avantage ſur les traductions ordinaires. Il faudroit que cette écriture qui devroit être univerſelle eût des avantages réels ſur toutes les autres, qui la rendiſſent plus facile à apprendre.

XXXIX. Si l'on pouvoit bien fixer la nature des idées, qu'on pût les ranger dans un ordre qui répondit à leur priorité, à leur généralité, à leur limitation, il ne ſeroit pas impoſſible d'établir des caractères qui euſſent des rapports correſpondants aux rapports des idées. Ces caractères établis, ſeroient non ſeulement des ſecours pour la mémoire, mais encore des inſtructions pour l'eſprit: & cette écriture philoſophique mériteroit d'être l'écriture ou la Langue univerſelle. C'eſt là à peu près l'idée que nous veulent donner de l'écriture des Chinois quelques Auteurs, peut-être plus prévenus en faveur de cette nation, que fidéles dans ce qu'ils nous en diſent. C'eſt du moins une telle écriture que de grands Philoſophes ont propoſée, mais qu'ils n'ont vuë que de bien loin.

XL. En effet comment pourroit on ſe flatter de faire convenir tous les hommes ſur le rang & la valeur des idées, tandis qu'ils différent ſi étrangement ſur cela, que les uns regardent comme auſſi anciennes que notre ame des idées que les autres prétendent qu'elle n'acquiert que par les ſens & l'expérience ? que les uns regardent comme fondamentale, & comme une des premieres de toutes, l'idée de l'eſpace ou du vuide, que les autres ſoutiennent qu'il eſt impoſſible d'avoir. Si ſur ce principe du rang & de la valeur des idées, Descartes ou Malebranche euſſent formé une écriture univerſelle, jamais Newton ni Locke n'euſſent ſu lire.

XLI. S'il n'étoit queſtion que de rendre un petit nombre d'idées, toutes les nations pourroient facilement s'accorder, & s'entendre dans une expreſſion commune. L'Algebre, l'Arithmétique, la Muſique, Langues univerſelles dans nôtre Europe, le prouvent aſſez. Mais leur univerſalité n'eſt due qu'au petit nombre & à la ſimplicité des idées qu'elles expriment. Et il ne paroit guere poſſible de traiter dans de telles Langues d'autres ſujets, que l'étenduë, les nombres, ou les ſons.

XLII. Chaque nation a donc ſa propre Langue, & vraiſemblablement la conſervera longtems; remplie de difficultés pour les autres nations. Mais on peut dire qu'une grande partie de ces difficultés n'étoit point eſſentielle aux Langues; & ne s'y trouve que parce qu'on a formé les Langues peu à peu, & pour ainſi dire au hazard; ou parce qu'on a trop conſulté la douceur, la facilité de la prononciation, & l'harmonie; qu'on a voulu rendre agréable ce qu'on n'auroit dû ſe propoſer que de rendre utile.

XLIII. On ne peut nier que la diverſité des conjugaiſons des verbes, des déclinaiſons des noms, & de la terminaiſon des adverbes, ne produiſe des agrémens réels dans les Langues : mais ces agrémens peuvent-ils compenſer les difficultés qu'elle y apporte ? & les Langues dans leſquelles on a moins prodigué cette diverſité que

dans

dans les autres, manquent-elles de clarté & d'énergie? La Langue françoiſe n'a point de déclinaiſons, n'a pour les noms que deux genres, & ne marque le plus ſouvent les temps de ſes verbes que par deux auxiliaires qui ſuppléent aux conjugaiſons; la Langue angloiſe eſt encore plus ſimple: cependant ces Langues expliqueront tout avec autant de clarté & de préciſion que les Langues grecque & latine; mais malgré cette ſobriété elles produiſent des chef-d'œuvres d'Eloquence & de Poëſie, qui ne cedent peut-être point à tout ce que le luxe des Grecs & des Latins nous a laiſſé. La Langue allemande n'a qu'une ſeule terminaiſon pour l'infinitif de tous ſes verbes; & aſſurément n'eſt pas une Langue barbare.

XLIV. Quelque forme qu'ait une Langue, je ne vois pas qu'il ſoit poſſible de diſpenſer la mémoire de retenir un grand nombre de mots: mais il me ſemble qu'on la ſurcharge de beaucoup dont on auroit pu ſe paſſer; & que dans ceux qui étoient abſolument néceſſaires, on auroit pû la ſoulager par l'uniformité ou la ſymmètrie. Les différentes inflexions que les conjugaiſons donnent aux verbes, ſont pour ainſi dire autant des différents mots. Il eſt vrai qu'en rangeant les verbes ſous un certain nombre de claſſes par rapport à leurs conjugaiſons, on diminuë le nombre des inflexions: mais ce nombre eſt toujours encore très grand, & les verbes irréguliers apportent encore de nouveaux embarras. On peut dire la même choſe des déclinaiſons des noms: enfin on a voulu pouſſer la difficulté jusqu'à donner aux ſubſtantifs des ſexes ou des genres qui modifiaſſent leurs articles & leurs adjectifs. On pourroit retrancher tout cela ſans faire aucun tort réel à la Langue.

XLV. Si tous les noms ſubſtantifs avoient une même terminaiſon qui fut invariable, que le nombre & le cas ſeulement (car le genre eſt bien inutile) fuſſent déſignés par quelques articles toujours les mêmes, qui ſuppléaſſent aux déclinaiſons: qu'on donnât une autre terminaiſon invariable à tous les adjectifs, une autre aux adverbes; que tous les verbes terminés de la même maniere n'euſſent qu'un infinitif, modifié

difié par des adverbes qui en marquaſſent les tems & les modes d'une maniere uniforme & univerſelle: ſi, dis-je, il ſe trouvoit une telle Langue, toutes les régles de la Grammaire, ſi nombreuſes & ſi embarraſſantes, ſe réduiroient presqu'à rien; tous les mots, dont l'eſpece ſe connoitroit d'abord par la terminaiſon, s'apprendroient facilement; ou trouvés dans le Dictionnaire, s'employeroient toujours ſans la moindre difficulté, ſoit pour expliquer, ſoit pour entendre. Il n'eſt pas douteux qu'une telle Langue ne fût incomparablement plus facile que toutes les nôtres. Avec le peu de régles qu'on apprendroit dans une heure, & un bon Dictionnaire, on feroit en état d'entendre parfaitement tout ce qui ſeroit écrit dans cette Langue, & d'y écrire tout ce quon voudroit faire entendre aux autres.

DE

DE

L'ETENDUË DE L'IMAGINATION.

PAR M. FORMEY.

Je ne m'arrêterai point à l'expoſition des faits qui concernent l'Imagination : ils ont été rapportés par d'habiles Philoſophes, qui n'ont presque rien laiſſé à glaner là-deſſus. Il ſuffit de lire le ſecond Livre de la Recherche de la Vérité du P. *Malebranche*, & la *Pſychologie Empirique* de M. *de Wolff*, pour avoir toutes les connoiſſances hiſtoriques que l'Expérience a fournies ſur les divers actes de cette faculté. Le but particulier de ce Mémoire, c'eſt de donner une juſte notion de ſon étendüe.

L'Imagination peut être conſidérée dans le Corps & dans l'Ame. Aux actes qui produiſent ce qu'il y a de méchanique & de compoſé dans la repréſentation des objets, ſuccedent les idées que l'Ame s'en forme, mais d'une maniere ſi rapide, que ces choſes paroiſſent coëxiſter, & avoir une ſimultaneïté parfaite ; qui engage les partiſans du Matérialiſme à la prendre pour une véritable identité. La premiere réflexion qui naît donc ſur cette faculté ; c'eſt qu'on doit être extrêmement ſur ſes gardes, pour ne pas faire paſſer dans un ſujet d'une parfaite ſimplicité, tel qu'eſt l'Ame, des impreſſions compoſées, à quelque petiteſſe qu'on les réduiſe, le compoſé ne pouvant jamais exercer aucune action réelle & immédiate ſur le ſimple. On ſent bien que cela remonte juſqu'à la grande Queſtion de l'union de l'Ame avec le Corps, à laquelle nous ne toucherons point. Mais nous croyons pouvoir diminuer l'eſpece de ſurpriſe qui naît, de ce qu'une choſe compoſée peut être repréſentée dans une choſe ſimple, ſans en altérer la ſimplicité ; ſi nous faiſons remarquer que, dans les opérations materielles elles-mê-

mes, & quand on voudroit que tout y fût borné, il n'y a aucun rapport entre l'impreſſion que l'objet extérieur excite ſur l'organe, & l'idée matérielle, ou phantasmatique, qui en réſulte. Quand je manie, par exemple, dans l'obſcurité un vaſe, ou quelque autre corps de telle ou telle figure, l'ébranlement des fibres de mes mains a-t-il quelque rapport avec la figure de ce corps, & la transmet-il dans toute l'étenduë des fibrilles nerveuſes, pour aller former une figure ſemblable à celle de cet objet au fonds de mon cerveau? Non aſſurément; il n'y a pas plus d'analogie entre l'impreſſion externe, & la ſenſation interne, qu'entre ces deux choſes, & la production de l'idée dans l'ame: ou du moins il n'y a pas plus de poſſibilité d'en donner une explication intelligible. Et en général que ſont toutes les traces imprimées dans notre cerveau? Sont-ce des peintures, des caractères, ou autres empreintes, qui participent à la nature des objets qu'elles rappellent à notre Ame? On ſe jetteroit dans des difficultés inſurmontables, ſi on vouloit le ſoutenir: & ces mêmes difficultés doivent faire comprendre qu'on n'eſt pas en droit de combattre l'exiſtence de l'Ame, conſidérée comme un être ſimple, en ſe fondant ſur ce qu'il n'y a aucun moyen d'expliquer comment les repréſentations des choſes compoſées s'y produiſent.

Cependant il faut avouër qu'il demeure un genre de conformité entre les impreſſions du dehors & les états internes qui y répondent: il conſiſte en ce que de part & d'autre il y a compoſition, quoiqu'il n'y ait d'ailleurs aucune reſſemblance. Il en eſt, ce me ſemble, préciſément comme du rapport qui lie enſemble les caractères, & les objets dont ces caractères expriment les noms. Quand je lis le mot de *cheval*, il ne ſe préſente rien à ma vuë, ni même à mon imagination, entant qu'elle demeure fixée ſur ce mot, qui ait le moindre trait analogue à la figure, ou aux autres propriétés du cheval. Continuez à parcourir les chaînons qui conduiſent l'idée jusqu'à l'ame; & vous trouverez la même hétérogeneïté. Le cheval externe ne reſſemble point à l'ébranlement de l'organe de la viſion; cet ébranlement ne reſſem-

ſemble point à l'acte d'imagination, ou à l'idée phantaſmatique, qui en réſulte ; & celle-ci enfin reſſemble encore moins à l'idée proprement dite, qui ſe manifeſte dans l'Ame même. C'eſt ainſi qu'on peut faire ſervir les difficultés elles-mêmes à en réſoudre d'autres ; ou du moins à empêcher ces jugemens précipités, par lesquels on infere l'impoſſibilité de la ſimple inconceptibilité.

Notre corps eſt une machine, qui fait partie d'une autre plus grande, c'eſt à dire, de l'Univers. Quoique nous ayons le pouvoir, bien limité cependant, de transporter ce corps d'un lieu dans un autre, nous n'en tenons pas moins d'une maniere continuë, & indiſſoluble, à tout ce qui nous environne. La rareté, l'imperceptibilité de certaines matieres, rélativement à nos organes, perſuadent au vulgaire, que nous ſommes dans une eſpece de vuide, & que, lorsque nous n'appercevons aucune impreſſion, rien n'agit en effet ſur nous. Il ne faut pas avoir pouſſé fort loin l'étude de la Philoſophie pour ſe dépouïller de préjugés auſſi groſſiers. Mais il faut l'avoir pouſſée aſſez loin, & beaucoup plus qu'on ne le fait ordinairement, pour voir jusqu'où mene la doctrine de cette liaiſon de notre corps, & par le moyen, ou à l'occaſion du Corps, de notre ame avec tout l'Univers. Il en réſulte des conſéquences qui ont d'abord un air paradoxe, & dont Epictete prédit le danger, quand il dit dans ſon Manuel, Ch. XXIX. *Penſez-vous à l'étude de la Philoſophie ? Préparez-vous auſſi-tôt à être l'objet de la raillerie, & à voir le gros des hommes vous tourner en ridicule.* Ces risques ne nous arrêteront cependant point : & nous ne ſommes pas moins diſpoſés à tout ſacrifier aux intérêts de la Vérité, qu'attentifs à éviter l'écueil de la chimère.

L'aſſemblage immenſe des choſes qui compoſent l'Univers forme un Tout exactement lié, & ſans aucune lacune par rapport au tems, ni par rapport à l'eſpace. L'ordre des ſucceſſions & des coëxiſtences eſt dans un flux perpetuel ; mais il ne s'y forme jamais d'interruption, qui rompe les liens de cet enchainement, d'où réſulte tout à la fois l'unité & l'eſſence du Monde. Le ſyſtème de tous ces êtres ainſi liés peut

être

être conçu comme une eſpece de Tableau, continuellement préſent à l'Intelligence Divine, qui ne le perd jamais de vuë, & qui en ſaiſit juſqu'aux moindres détails : ou plutôt, qui voit les êtres mêmes dans leurs ſimples poſſibilités, ou eſſences, & les combinaiſons d'êtres dans les raiſons que ces poſſibilités, ou eſſences, fourniſſent de les combiner ainſi, & non autrement. Cette viſion purement rationelle, ſi je puis m'exprimer ainſi, eſt propre à l'Etre infini, excluſivement à tous les êtres finis, quelque étenduë qu'on veuïlle aſſigner à leurs facultés. Il en eſt des actes de l'entendement de Dieu, comme des actes de ſa puiſſance : le ſceau de l'infini qu'ils portent les rend incommunicables.

Mais ſi les Intelligences finies n'apperçoivent pas le Tableau de l'Univers dans toute ſon étenduë, ni ne ſaiſiſſent pas même la portion qui eſt à leur portée avec ce dernier degré de diſtinction qui découvre les effets dans leurs dernières cauſes ; elles ne laiſſent pas de participer à cette vuë, chacune ſuivant le degré de ſes forces, & la ſituation où elle ſe trouve placée. Figurez-vous, pour continuër à me ſervir de la même figure, un fort grand morceau de Peinture, expoſé aux regards de diverſes perſonnes dont la vuë eſt très inégale. Ceux qui l'ont forte & excellente, embraſſent d'un coup d'œil tout le Tableau, iis en ſaiſiſſent l'ordonnance, toutes les parties, toutes les beautés, tous les défauts. Quelcun au contraire qui aura une de ces vuës foibles & baſſes, qui demande que l'œil ſoit presque collé ſur les objets, s'approchera ; & appliquant l'organe ſur un endroit du Tableau, y fixera ſes regards. On remarque d'abord la différence qui ſe trouve entre lui & ceux dont on vient de parler ; il n'acquiert qu'une idée partiale, tandis que les autres en ont une totale, & ne peut porter que des jugemens fort hazardés ſur les diverſes propriétés, ou perfections du Tableau.

A préſent faiſons deux ſuppoſitions différentes. Ou bien ce ſpectateur d'une vuë ſi bornée ſera obligé de demeurer vis à vis de l'endroit qu'il conſidère, & ne pourra pas paſſer en revuë les autres par-

parties, en allant de l'une à l'autre dans l'ordre où elles ſe ſuivent, & en comparant à meſure qu'il avance ce qu'il voit avec ce qu'il a déjà vû, par le ſecours de l'imagination & de la mémoire; ou bien il pourra faire cet examen ſucceſſif. Dans le premier cas il voit à la vérité le Tableau, entant qu'il en voit une partie, mais il ne s'élevera jamais de la notion de cette partie à celle du tout; dans le ſecond, il pourra, quoique lentement, arriver par une application ſoutenuë à ſe former une idée du tout, équivalente à celle qu'une bonne vuë procure du premier coup d'œil à celui qui la poſſede.

L'Homme eſt le Spectateur; l'Univers eſt le Tableau: & les choſes ſe paſſent à peu près comme nous venons de le dire, ſuivant les diverſes ſituations par leſquelles nous paſſons. L'enfant n'apporte en naiſſant qu'une attention reſtreinte dans les bornes de ſon berceau; il ne connoit pendant quelque tems que le ſein de la Nourrice. Il y a bien loin de là, non ſeulement à l'idée de l'Univers, mais à celle du ſéjour dont il doit devenir habitant, de la ſurface de nôtre Globe, & des différens objets dont elle eſt couverte. Mais bientôt après, promenant ſes regards de côté & d'autre, il vient à bout de connoitre ceux qui l'environnent, les choſes dont on fait un fréquent uſage, la Société, l'Etat: & il ſçait au moins en gros à quoi il tient ici bas. Les hommes faits, & parvenus à l'age qu'on appelle de raiſon, quoique tant de gens n'y arrivent jamais, les hommes, dis-je, conſidérent chacun la portion de l'Univers qui les environne, rélativement à leurs beſoins & à leurs paſſions. Le Laboureur ne voit, pour ainſi dire, que ſes bœufs & ſa charruë, tout comme le Jouëur ne voit que des Cartes & des Dés. Ce ſeroit une choſe fort ſingulière que de pouvoir ſe procurer l'empreinte de l'Univers telle qu'elle eſt dans chaque cerveau, & d'avoir une détermination exacte de ce que chaque individu y découvre, & de la perſpective ſous laquelle il ſe le repréſente. On verroit autant de plans, de profils, de coupes, pour ainſi dire, de l'Univers, qu'il y a de génies, & ſurtout qu'il y a de paſſions dominantes. Or il faut remarquer que, généralement parlant, les hommes ayant une fois devant

eux un ſemblable plan, ne le perdent plus de vuë; & que renonçant volontairement à l'acquiſition de toute autre connoiſſance, ils ſe bornent à être toute leur vie ce que leur penchant ou leur interêt veut qu'ils ſoyent. Voilà donc tout autant de perſonnes dans le cas de l'homme à courte vuë, attaché à une partie du Tableau, qui ne verra jamais que ce qu'il a vû d'abord.

Ainſi commence, continuë, & s'acheve réellement la vie des 99 centièmes de l'eſpece humaine: il n'y a guères de différence à mettre entre eux, & la chenille qui, ne quittant point l'arbre dont elle broute la feuïlle, ne connoit de tout l'Univers, je ne dirai pas que cet arbre, mais que ce qui dans cet arbre a un rapport immédiat à ſes beſoins. Ce n'eſt pas aſſurément une lumière bien forte que celle de la Raiſon; mais, telle qu'elle eſt, la face du monde ſeroit bien changée, ſi chacun en tiroit tout le parti qu'on en peut tirer, & qu'il apperçut tous les objets avec autant de diſtinction qu'il eſt poſſible à la Raiſon de le faire. A la vérité il n'y a pas d'apparence que ç'ait été l'intention du Créateur. Le principal but auquel il a rapporté les facultés & les inclinations, c'eſt la conſervation de la Société; cet eſprit philoſophique, qui écarteroit les nuages dont nous ſommes environnés, & qui dépouilleroit les phantômes de la réalité que nous leur prêtons, arrêteroit tout à coup l'activité, qui eſt le premier mobile de tout ce qui ſe paſſe autour de nous. Il faut qu'il y ait des Philoſophes dans la Société; ce ſont les Prophètes & les Apôtres de la Raiſon: mais il ne faut pas que la Société ſoit philoſophe. Les leçons que répandent de ſiècle à autre quelques Génies ſupérieurs, ſont une eſpece de ſel qui empêche la corruption univerſelle; mais tout ne doit pas être ſel, c'eſt une matière infructueuſe, & ennemie de la fertilité, quand elle exiſte dans une trop grande abondance.

Ceci tient de la digreſſion; revenons à nôtre ſujet. Nous n'avons encore vû que des hommes tellement liés à une ſorte d'objets que leur faculté de connoitre en eſt entièrement épuiſée, & qui, bien loin de juger de l'Univers par ce qu'ils en voyent, ne ſavent pas à pro-

pre-

prement parler qu'il y ait un Univers, c'eſt à dire, un Tout exactement & harmoniquement lié, dont la portion qu'ils obſervent, ou qu'ils pourroient obſerver, contient l'idée toute entière; de façon que chaque état de leur ame, chaque tableau partial dont leur imagination eſt actuellement occupée, peut ſervir à expliquer le Tableau univerſel, & le dévoileroit en effet à une Intelligence qui, en ayant d'abord eu une connoiſſance adéquate, n'en verroit enſuite que la petite partie dont il s'agit. Cette aſſertion, quelque étonnante qu'elle puiſſe paroître aux perſonnes à qui ces idées ne ſont pas familières, peut néanmoins être prouvée d'une maniere véritablement démonſtrative; & je vais propoſer un exemple qui, ſi je ne me trompe, convaincra tous ceux qui voudront y faire attention.

L'Iliade d'Homere eſt un Poëme connu de tout le monde. Il eſt compoſé de pluſieurs Chants, & chaque Chant d'un grand nombre de Vers. On ne ſçauroit nier la poſſibilité d'une Mémoire qui ſaiſiroit tout ce Poëme, ſans en laiſſer échaper un ſeul mot, ou d'une Imagination qui s'en repréſenteroit tous les faits dans la liaiſon où ils ſont entr'eux, depuis le premier jusqu'au dernier. Tel étant donc l'état de cette Mémoire, ou de cette Imagination, qu'on prononce un ſeul Vers de l'Iliade, pourvû que ce ne ſoit pas un de ces Vers qui ſe trouvent dans des tirades répétées par le Poëte, (& voilà pourquoi il ne faut que des Indiſcernables dans l'Univers,) qu'on prononce, dis-je, ce Vers, & il arrivera l'une de ces deux choſes. Ou les mots dont il eſt compoſé rappelleront, au gré de celui dont la Mémoire eſt ſuppoſée poſſeder toute l'Iliade, ſoit les Vers qui précedent, ſoit ceux qui ſuivent immédiatement; & cette perſonne pourra en conſéquence remonter jusqu'au premier Vers, ou deſcendre jusqu'au dernier, c'eſt à dire, ſe rappeller tout le Poëme dans l'ordre où il eſt écrit, en partant du ſeul Vers qui a été prononcé, & ſi vous voulez d'un ſeul mot, à condition qu'il n'exiſte qu'une fois dans l'Iliade. Si c'eſt, au lieu de la Mémoire, l'Imagination que vous mettez en jeu, le fait indiqué dans le Vers cité rappellera de la même maniere tous ceux qui précedent, ou

tous ceux qui ſuivent. Donc un Vers, un mot, un fait, renferment tout le Poëme, entant qu'ils mettent la perſonne ſuppoſée, en état d'en reproduire l'idée entière, & de ſe repréſenter diſtinctement l'ordre qui regne entre toutes ſes parties. C'eſt là préciſément le cas de l'Intelligence, qui, connoiſſant préalablement l'Univers, en découvre enſuite une portion quelconque: elle y voit tout le reſte. Mais comme je ne crois pas que cette vuë, ou viſion, convienne à d'autre Intelligence qu'à celle de l'Etre infini, j'indiquerai deux différences conſidérables entre la maniere dont cet être apperçoit tous les objets dans un ſeul d'entr'eux, & celle qui vient d'être décrite.

La première de ces différences conſiſte dans la ſucceſſion d'une part, & dans la ſimultanéïté de l'autre. Dans la partie Dieu voit le Tout, dans l'élément Dieu voit l'Univers, dans un chaînon toute la chaîne, ſans remonter, ni deſcendre, ſans porter ſes regards à droite, ni à gauche; cette partie, cet élément, eſt un miroir, qui porte l'empreinte du grand Tout; s'il eſt tel, il faut que le reſte ſoit tel; toute autre combinaiſon que celle qui exiſte actuellement, répugneroit à l'état donné de cet élément. Un coup d'œil unique, ſoutenu, immuable, eſt la ſeule opération concevable dans l'être infini; une marche, ou progreſſion, plus ou moins lente, ſuivant les forces & les efforts de l'être fini, caractériſe ſa façon d'appercevoir.

De cette première différence nait immédiatement la ſeconde. Ce n'eſt proprement qu'une combinaiſon technique & arbitraire qui régne entre les Vers, & même entre les faits de l'Iliade: & ſi, ce Poëme exiſtant une fois, celui qui l'a appris, ou compris tout entier, ſe rappelle le tout par le moyen d'une partie quelconque, cela vient non d'une liaiſon eſſentielle, mais d'un travail purement artificiel. Il ſeroit inſoutenable de dire qu'un Vers, ou un fait, mene tellement à tout ce qui le précede, ou le ſuit, qu'on pût deviner l'Iliade ſans l'avoir ſçüe auparavant, comme l'on devine, par exemple, les lettres effacées d'un mot qui ſubſiſte encore en partie dans une Inſcription. Or les choſes ont dans l'Univers ce dernier genre de liaiſon; l'une d'entr'elles étant don-

donnée, l'Univers s'arrange en quelque ſorte autour d'elle dans une combinaiſon donnée, tellement ce qu'elle eſt, qu'elle ne peut être autre à quelque égard que ce ſoit. Que les pieces d'un Jeu d'Echers ſoyent diſpoſée dans l'ordre qui précede le Jeu ; fermez les yeux, mettez la main ſur une des pieces qui ne ſont pas doubles, comme le Roi, ou la Reine ; ſi la Reine eſt là, dites-vous avec certitude, telle piece eſt ici, telle autre là, & ainſi de ſuite. Ou, pour aller plus loin encore, que la partie ſoit engagée, & qu'il y ait un auſſi grand nombre de coups joüés que l'on voudra, ſi l'on ſuppoſe deux Joüeurs d'une telle force, que chacun d'eux depuis le commencement de la partie, à chaque piece qu'il a remuée, ait toujours fait le meilleur coup poſſible ; un troiſième Joüeur d'égale force, ſurvenant lors d'un coup quelconque, pourroit en inférer tous ceux qui l'ont précedé, tout comme il pourroit en déduire tous ceux qui doivent ſuivre pour conduire la partie à ſa fin. Tout étant donc lié dans l'Univers, non par des combinaiſons arbitraires, mais par cette raiſon du meilleur, qui eſt le ſeul motif convenable aux perfections Divines, il eſt aiſé, ce me ſemble, de ſe convaincre, premièrement que Dieu apperçoit non ſeulement la totalité des choſes, mais qu'il les voit en quelque ſorte toutes en une ſeule ; & en ſecond lieu, qu'il n'y a là dedans aucun acte d'imagination, ou de mémoire, mais que c'eſt une opération purement intellectuelle & rationelle. Auſſi Dieu apperçoit-il tous les autres Syſtèmes, tous les autres Mondes poſſibles, avec la même diſtinction que le Monde actuel & les êtres doüés de l'exiſtence. Par conſéquent, ſi l'intuition de l'Univers, & même de l'Univers entier, peut être attribuée à la Créature auſſi bien qu'au Créateur, c'eſt toujours en reſervant à celui-ci cette éminence attachée à l'exercice de ſes attributs, qui procede de la différence non ſeulement eſſentielle, mais infinie, qu'il y a entre lui & les autres êtres. Nous ſommes forcés de nous ſervir des mêmes termes, & jusqu'à un certain point, de remonter aux mêmes notions, lorſque nous voulons parler de l'Intelligence ſouveraine, & des Intelligences bornées : mais l'un des principaux écueils de la Philoſophie & de la Théologie, c'eſt de nous laiſ-

ſer entrainer à cet Anthropomorphiſme ſubtil, contre lequel on eſt ſi peu en garde, parce qu'il flatte nôtre amour propre, en nous perſuadant que Dieu connoit, veut, & agit comme nous, quant à la maniere, & ne diffère que par la ſupériorité. Je m'écarterois trop de mon ſujet, ſi j'indiquois les diverſes erreurs capitales qui ſont nées de là; mais j'oſe aſſurer qu'il y a peu de Sciences qui n'en ayent reſſenti les mauvais effets.

Revenons à l'examen que nous avons entrepris de la faculté de l'Ame qui fait le ſujet de ce diſcours. Quoiqu'il y ait une diſproportion immenſe entre le Tableau réel de l'Univers, & la portion qui en exiſte dans chaque individu doüé de ſentiment, & même de raiſon; il eſt bon de remarquer pourtant que le nombre d'idées que chaque cerveau renferme, ou ſi vous voulez, que chaque Ame eſt capable de ſe repréſenter, va beaucoup au delà de ce qu'on pourroit croire. Je ne parle point de ces prodiges d'eſprit & de génie, de ces perſonnages extraordinaires, qui ſemblent réünir tous les talens, & n'avoir jamais rien oublié de ce qui eſt une fois parvenu à leur connoiſſance. Je me borne aux hommes ordinaires, & pris de la maſſe; & je dis qu'il y a une ſorte d'infini, c'eſt à dire, d'immenſe & d'inaſſignable, dans le nombre de leurs idées, & dans les diverſes combinaiſons qui en réſultent. Chaque homme penſe continuellement, au moins pendant l'état de la veille; & pour former chacune de ſes penſées, il faut un concours d'idées & d'impreſſions antérieures, qui jetteroient dans la plus grande ſurpriſe, ſi la dévelopement nous les préſentoit d'une maniere manifeſte. Il me ſemble que l'exemple ſuivant quadre aſſez bien au ſujet. Une miniature finie, & d'un travail exquis, préſente une fort petite ſurface, ſur laquelle ſont appliquées quelques couleurs, qui forment la reſſemblance d'un objet. En voyant cette image, nous n'appercevons que la ſurface colorée dont je viens de parler; mais combien d'actes ſuivis & réïterés nont pas ſervi à la produire, combien de coups de pinceau n'ont pas été requis, avant que de conduire ce petit ouvrage à ſa perfection? Nous ne les voyons point, ces actes, ces coups de pinceau, c'eſt à dire, que nous les demêlons point: mais au fonds nous pou-

pouvons être cenſés les voir, entant que nous en voyons le réſultat; &, ſi nous avions une aſſez grande fineſſe d'organes, jointe à une capacité ſuffiſante d'embraſſer tous les détails que de ſemblables organes nous découvriroient, nous verrions ſous les derniers traits qui ont fini ce morceau de peinture ceux qui ont été faits immédiatement auparavant, & ainſi de ſuite, jusqu'au crayon, ou deſſein quelconque, qui a ſervi de fondement. Les choſes ſe paſſent parfaitement de même dans notre Imagination. A' chaque moment donné il y a une miniature qui repréſente certains objets, ſur lesquels nôtre vuë eſt actuellement fixée, ſoit par un effet de nôtre volonté, ſoit par le jeu de nos idées. Ces traits marqués & ſenſibles qui nous frappent, d'où viennent-ils? Le vulgaire n'a aucun ſoupçon de leur profondeur, de leur dépendance, de cette liaiſon étroite, ſucceſſive, & non interrompuë, par laquelle ils remontent aux premiers traits qui ont été gravés dans notre Ame, aux premieres impreſſions que nous avons reçuës. Il eſt pourtant inconteſtable que c'eſt parce que les circonſtances de vôtre naiſſance, (pour ne pas remonter plus haut, quoiqu'on pût aſſurément le faire,) de vôtre éducation, & des différens états de vôtre vie, ont été telles, & non autres, que dans ce moment vous penſez comme vous le faites: & vous penſeriez tout autrement, c'eſt à dire, comme tel ou tel autre individu, ſi vous aviez été placé dans d'autres circonſtances. On m'accordera ſans difficulté que les choſes ſont ainſi dans les grandes déterminations de notre vie, dans ces réſolutions déciſives, qui tiennent au caractère reconnu de ceux qui les forment, & dont les ſuites ſont conſidérables. L'état des affaires publiques engagera un Prince à faire la guerre, tandis qu'un autre Prince auroit tiré de ce même état des motifs à maintenir la Paix. Cela s'explique, pour ainſi dire, de ſoi-même. Les Princes étant expoſés à la vuë & à l'obſervation de tout le monde, on ſçait, & leur façon de penſer, & pour l'ordinaire, les cauſes de cette façon de penſer; on remonte à des événemens antérieurs, à des paſſions connuës, à des principes reçus; & l'on voit, non par les détails d'une analyſe parfaite, mais toujours par une eſpece de trace aſſez marquée, ce qui les a conduit à la détermination qui a lieu

lieu dans la conjoncture en queſtion. Direz-vous qu'il n'en eſt pas de même d'une détermination de moindre conſéquence ; que telle faveur accordée, ou refuſée à un de leurs ſujets, que telle Fête ordonnée, ou omiſe, ou d'autres choſes moindres encore, ne dépendent de rien, & ne tiennent pas aux ſéries d'idées precédentes, tout comme la plus grande action de leur vie ? Direz-vous, que dans des hommes qui n'ont aucun rang dans la Société, & dont les démarches n'influent en rien ſur le cours des évenemens, la même choſe n'ait pas lieu ? Ce ſeroit donner dans une erreur auſſi groſſière, que ſi l'on affirmoit la néceſſité d'une force pour ébranler une maſſe conſidérable, & qu'on niât qu'il en falût une pour faire changer un grain de ſable de place. Mais les hommes ne ſont pas faits autrement ; dès que les cauſes de certains effets échapent à leurs regards, ils anéantiſſent ces cauſes, & trouvent fort étrange qu'on veuille leur prouver qu'il y en ait, & que leur exiſtence ſoit indiſpenſable. Beaucoup plus s'étonnent-ils, quand on leur dit, que les plus petites choſes tiennent auſſi étroitement que les plus grandes aux cauſes importantes qu'ils voudroient reſerver pour des cas privilégiés ; & que la penſée la plus frivole réſulte de la totalité de nos idées precédentes, tout comme la ſituation actuelle d'un grain de ſable tient à l'origine du Monde, & à tous les états intermédiaires jusqu'au moment donné.

Si nous levons donc cette premiere ſuperficie de nos idées, pour m'exprimer ainſi, & que nous ſondions l'abyme qu'elle cache, nous ne pourrons nous refuſer à une vive admiration, en appercevant que nous recelons l'Univers entier dans notre ame, & que chaque état ſingulier de l'ame participe à l'eſpece d'infini, que renferme l'aſſemblage de toutes les choſes ſimultanées & ſucceſſives, paſſées, préſentes & à venir. Il ne faut pas nous en laiſſer impoſer à cet égard par une expérience illuſoire, qui ne mene point aux conſéquences qu'on voudroit en tirer. Il eſt très vrai que nous ne pouvons ſuivre tous les chaînons de cette chaîne, remonter tous les degrés de cette échelle ; les traces s'effacent dans notre cerveau, les idées ſe perdent, & même ſans retour

tour dans notre ame ; mais il n'en réſulte nullement, & qu'elles n'ayent point exiſté, & qu'elles n'ayent point déterminé les états ſuivans. C'eſt comme ſi je diſois que je ne deſcens point de mon Ayeul, parce qu'il eſt mort. Combien, par exemple, de frayeurs ou d'autres émotions violentes dans l'enfance, qui affectent les organes alors tendres, d'une maniere dont on ſe reſſent toute la vie, ſans pouvoir jamais dire d'où viennent ces diſpoſitions, ces craintes, ces averſions, qui ſe manifeſtent enſuite avec l'âge. Ce ſeroit le ſujet d'un Mémoire à part, & qui pourroit être fort étendu, que la diſcuſſion de ce qu'on appelle cachettes & replis dans le cœur humain. De même que les événemens les plus conſidérables, & qui vont jusqu'à changer la face de l'Univers, s'enfoncent dans la nuit des tems, & diſparoiſſent au point de ne pas laiſſer ſeulement matiere aux conjectures ; notre ame, Théatre moins grand, mais non moins ſujet à de perpetuelles révolutions que l'Univers, éprouve des ſituations qu'elle oublie, & arrive par de longues routes à de nouvelles ſituations liées aux premieres, mais par un lien devenu imperceptible. Il en eſt comme d'un lieu d'où l'on part ; ſes édifices, ſes tours, diminuënt à meſure que nous nous en éloignons, & ſe dérobent enfin tout à fait à nos regards. La choſe va plus loin à l'egard de l'ame ; elle perd & la vuë du lieu, & le ſouvenir d'y avoir été ; elle arrive à certains termes, ſans ſavoir presque comment, tantôt par un effet de la lenteur de ſa marche, tantôt auſſi par un effet de ſa rapidité. Le premier cas a lieu, par exemple, lorsque de mauvais exemples, des compagnies dangereuſes, des habitudes vicieuſes, gâtent un cœur bon, droit, qui avoit des maximes d'honneur, & des principes de Vertu. Combien de perſonnes, après avoir fait une funeſte expérience d'une ſemblable ſéduction, ont vû avec un étonnement mêlé d'horreur, jusqu'où elle les avoit entraîné ; & qu'y a-t-il de plus commun que ce langage : je ne ſçais comment j'ai pû m'oublier à ce point ; je ne comprens pas par quel enchantement je ſuis devenu ſi différent de moi-même ! Les ſurpriſes rapides des paſſions produiſent le même effet, & forment le ſecond cas que j'ai indiqué. L'ame fortement ébranlée entaſſe, accumu-

le en un clin d'oeil, des actes qui dans le cours ordinaire des choſes demanderoient beaucoup plus de tems. Un outrage ſanglant transforme tout à coup un Agneau en un Tigre, & porte l'homme le plus doux & le plus modéré à d'affreuſes violences. Voilà ces Enigmes du cœur humain, qui le rendent impénétrable, qui en font un véritable Protée, toujours prêt à nous échaper, & qui nous échape en effet, lorsque nous avons le moins lieu de nous y attendre ; enfin qui vont jusqu'à dérober à l'homme la connoiſſance de ſoi-même. Nous tenons à tant de choſes, qu'il nous eſt impoſſible de compter le nombre & de ſuivre le fil des impreſſions que nous reſſentons ; & les détails de notre propre Hiſtoire, les Annales de notre cœur, ſont des choſes auſſi inconnuës pour nous, que ce qui s'eſt paſſé dans les tems les plus reculés, ou dans les contrées les plus éloignées. Notre imagination & notre mémoire ſont auſſi peu propres à contenir & à conſerver cette infinité de traces, que le lit d'un fleuve le ſeroit à recevoir les eaux de l'Océan. Il ne ſeroit pas ſeulement au pouvoir d'un homme, quelque attention qu'il y apportât, de ſe rappeller le ſoir tout ce qu'il a penſé, dit, & fait, dans le cours d'une journée. Que ſera-ce dès qu'il s'agit de mois, d'années, & de vies, dont quelques unes vont au delà des trois quarts d'un ſiecle ?

J'admire ici, comme en toutes choſes, la ſageſſe & la bonté de l'Auteur de notre être. Il ſeroit auſſi incommode pour nous d'avoir une Imagination & une Mémoire d'une tenacité à laquelle rien n'échapât, que d'avoir des yeux taillés en Telescope, ou en Microſcope, ou en général des organes qui diſcernaſſent les plus petites différences des choſes. De ſemblables organes nous accableroient de la multitude des impreſſions qu'ils nous transmettroient ; & de même une force d'imaginer & de ſe ſouvenir, qui pût embraſſer tout ce qui eſt une fois parvenu à notre connoiſſance, offusqueroient tellement l'exercice des autres facultés ſupérieures de notre ame, qu'il y auroit bien plus à perdre qu'à gagner pour nous dans cette prérogative apparente. Je pourrois en tirer une preuve de l'expérience, qui donne lieu de croire que les gens dont l'Imagination eſt trop vive, trop abondante, ou la

Mé-

Mémoire trop remplie, trop chargée, ſont fort éloignés d'exceller du côté de la Raiſon & du Jugement. Ajoutez que, ſi quelquefois nous aurions lieu de ſouhaiter que la chaîne de nos idées n'eut ſouffert aucune interruption, & qu'il fut en notre pouvoir de nous rappeller la ſuite de tous les états qui ont précedé & préparé celui dans lequel nous nous trouvons, il y a vint, & peut-être cent cas contre un, où il nous eſt plus expédient d'être privés de cette exacte reminiſcence, ſoit parce qu'elle r'ouvriroit des playes que nous avons eu beaucoup de peine à fermer, ſoit parce que trop occupés de ces objets phantaſtiques, nous ne donnerions pas aſſez d'attention aux choſes préſentes, nous ne ſaiſirions pas ces inſtants, ſi précieux dans bien des occaſions, & d'ou dépendent les plus grands ſuccés, l'acquiſition de mille biens, la fuite de mille maux. En général il convient que la plupart des actes de notre ame ſoyent implicites comme ils le ſont; que des raiſonnemens entiers, & quelquefois des ſuites de raiſonnemens, ſe concentrent dans une ſeule propoſition, je dirois presque, dans une ſeule idée : cela donne à la Societé cette action, cette vie, néceſſaires à ſa conſervation; des opérations dévelopées, & par conſéquent froides, tranquilles, & lentes, feroient échouër tant d'entrepriſes, qui ne ſont presque toutes que d'heureuſes témérités.

Mais de ce que la complication & la preſteſſe de nos idées, & des effets qui en réſultent, forment une eſpece d'illuſion ou de preſtige, qui éblouït le vulgaire, & lui perſuade que les choſes ne tiennent qu'à ces cauſes prochaines & ſenſibles qu'on ne ſçauroit méconnoitre; de ce que le gros des hommes ſe borne à contempler ſtupidement les décorations du Théatre : il ne s'enſuit pas que le Philoſophe doive acquieſcer à des jugemens auſſi imparfaits, & fermer, pour ainſi dire, les yeux de l'eſprit, auſſi-tôt que ceux du corps ne lui offrent plus rien. C'eſt pourtant ce qui n'eſt que trop commun à ceux-même qui paroiſſent avoir pris un vol d'aigle dans certaines Sciences; plus ils y ont fait de progrés, plus ils s'aheurtent à les regarder comme des Sciences primitives, fondamentales, & dont les principes ſont autant de notions irréſolubles. Ils re-

tombent entièrement par là dans l'inconvénient que nous combattons ; ils traittent de chimèrique tout ce qui échape à l'imagination ; ils ne reconnoiſſent & n'admettent plus de liaiſon entre les choſes, dès qu'on ne peut pas la leur faire toucher au doit. Je m'écarterois trop de mon but, ſi je faiſois voir combien les progrés de la Philoſophie ſont journellement retardés par cette façon de penſer, ſi peu digne d'un ſiecle où l'eſprit humain a franchi d'ailleurs tant de barrières. Mais je me reſtrains à mon ſujet, & je dis qu'il réſulte ſi évidemment de toutes les réflexions que j'ai propoſées, que notre Imagination tient à l'Univers entier, & participe à ſon immenſité, que je ne vois pas qu'il puiſſe reſter aucun doute à cet égard.

Nous pouvons juger ſans peine, en finiſſant, de la maniere dont l'Etre ſuprême apperçoit toutes ces choſes, qui, bien qu'elles ſe paſſent au dedans de nous, nous demeurent inconnuës. L'Ecriture déſigne cette partie de la Toute-ſcience de Dieu, en l'appellant le *Scrutateur des cœurs & des reins.* La liaiſon intime & perpétuelle de nos mouvemens les plus ſecrets, de nos idées les plus obſcures, avec le ſyſtème total des états de notre ame, & avec celui de l'Univers, permet à Dieu de lire véritablement au dedans de nous ; & il n'y a point de caractères dont la petiteſſe puiſſe lui échaper, puisque tout eſt, pour ainſi dire, ſur une même ligne à ſes yeux, ſans difference de grand ou de petit, rélativement à la diſtinction de ſes idées. Nous ne retenons les choſes qu'à l'aide d'une capacité bornée, & par le moyen des impreſſions ; ainſi nous nous laiſſons échaper ce qui ſurpaſſe nôtre capacité, & nous perdons les impreſſions qui ont été trop foibles, ou que de plus fortes ont effacées. L'Entendement divin eſt infini ; & il n'acquiert aucune idée par impreſſion : il les poſſede toutes originairement & eſſentiellement ; ainſi l'une ne ſauroit préjudicier à l'autre, l'une ne vient point altérer, ou effacer l'autre ; elles ne reconnoiſſent, ni antériorité, ni poſtériorité, ni proximité, ni éloignement. Les Auteurs ſacrés s'expriment fort énergiquement là deſſus ; ils diſent que *toutes choſes ſont nuës & à découvert* devant Dieu, *que la nuit reſplendit*

dit pour lui comme le jour, & les ténèbres comme la lumiere, & que toutes les choſes s'écrivoient dans ſon livre aux jours qu'elles ſe formoient, même lorsqu'il n'y en avoit encore aucune. J'avouë qu'une des raiſons qui me convainquent le plus fortement de la vérité de la Révélation, & de l'origine celeſte de nos ſaints Livres ; ce ſont les idées ſublimes de la Divinité qui s'y trouvent. Plus on médite les expreſſions des Ecrivains inſpirés, plus on les trouve d'accord avec les notions les plus épurées de la Raiſon. Auſſi, dans le Cours de Theologie naturelle le plus approfondi que nous ayons, trouve-t-on à la ſuite de chacune des matieres qui y ſont traitées une eſpece de paralléle entre les lumieres naturelles & les lumieres révélées, bien propre à démontrer l'injuſtice de ceux qui prennent à tâche de repréſenter l'Ecriture come un ouvrage plein d'idées confuſes ou révoltantes. Ce langage ne convient qu'aux eſprits ſuperficiels, incapables de juger du véritable prix des choſes, & qui ont un dégoût inné pour tout ce qui demande quelque effort d'attention & de réflexion.

Chaque Intelligence finie, avec toutes ſes déterminations paſſées, préſentes, à venir, & même poſſibles, eſt donc parfaitement connüe de Dieu, ſoit en elle-même, ſoit entant qu'elle fait partie de l'Univers : & de cette maniere rien n'eſt enſéveli dans l'oubli, rien ne ſe perd & ne s'éclipſe pour jamais ; & chaque ame pourra retrouver un jour en Dieu cette ſuite d'idées qu'elle ne poſſede plus, elle ſe remettra, pour ainſi dire, au fait de ſa propre hiſtoire, & elle puiſera dans cette connoiſſance des ſentimens qui y répondront ; de joye, ſi elle ne s'eſt écartée de ſes devoirs que par une ſuite inévitable de l'infirmité naturelle ; de douleur, ſi elle a abuſé volontairement des moyens qu'elle avoit d'avancer l'ouvrage de ſa perfection. C'eſt alors que l'idée d'un célébre Philoſophe aura véritablement lieu ; c'eſt à dire, que nous verrons tout en Dieu. Et je préſume même que c'eſt en continuant à joüir de ce genre de connoiſſances, où il n'y aura plus, ni lacunes, ni oubli, ni confuſion même, au moins rélativement à la capacité de nos ames, que nous entrerons dans l'état de felicité que l'homme de bien

eſpère après la mort. Si notre vuë n'embraſſe pas alors tout l'Univers à la fois, au moins pourra-t-elle peut-être le parcourir d'une maniere ſucceſſive & ſuivie, ſans rien perdre de ce qu'elle aura une fois apperçu, & s'élever par là de plus en plus dans la connoiſſance de l'être, qui doit occuper ſon entendement pendant tous les ſiecles de l'Eternité ; tandis que ſon cœur faiſant les mêmes progrés dans la carrière des ſentimens, trouvera dans l'amour du Souverain bien cet acquieſcement, cet état délicieux & permanent, qu'il avoit eſſayé de chercher dans la poſſeſſion des biens paſſagers & finis. Toute Philoſophie qui nous éloigne de cet but, & qui nous prive de cette attente, eſt le plus funeſte poiſon dont l'homme puiſſe reſſentir la malignité.

SUR

LE PRINCIPE DES INDISCERNABLES.

PAR M. MERIAN.

Je reprends un ſujet que j'ai traité autrefois, (*) dans l'intention de ramener à un examen mûr les objections que j'avois pris la liberté de faire contre le Principe des Indiſcernables, de m'oppoſer à moi-même tout ce que l'école Leibnizienne pourroit m'oppoſer de plus fort, de diſcuter cette célebre queſtion ſous tous les différens aſpects qu'elle préſente, ſoit dans le monde matériel, ſoit dans le monde des Monades : & de la pourſuivre, s'il le faut, jusqu'aux derniers retranchemens de l'ame repréſentatrice de l'univers. Je ſerois fort flatté, ſi malgré cette variété de mondes & cette obſcurité de matieres, j'avois pû mettre de l'ordre & de la préciſion dans mon diſcours.

On ne croit plus, de nos jours, à la *ſubſtantialité* des Univerſaux : la philoſophie épurée a relegué cette chimere dans les cavernes de la lune Platonicienne & dans les régions poudreuſes de l'école : s'il s'éleve, de tems en tems, des philoſophes qui voudroient la remettre en crédit ; ces philoſophes ne ſont point écoutés. Il me ſuffira donc de répéter, en deux mots, que la *reſſemblance* eſt du genre des raports : qu'elle naît de la comparaiſon : qu'elle n'exiſte que dans l'eſprit qui compare ; et ce n'eſt pas la peine de tranſcrire, de quelque traité de Métaphyſique, les preuves d'une vérité ſi élémentaire & ſi généralement reconnue.

Les

(*) Réflexions Philoſophiques ſur la Reſſemblance. Voyés Hiſt. de l'Acad. Roy. &c. pour l'Année 1752 Claſſe de Phil. Spec. p. 30. &c.

Les objets dont la comparaiſon excite, dans l'ame, la notion de la Reſſemblance ſont appellés *ſemblables;* mais où ſont ils ces objets? & que ſont-ils? Pour peu qu'on y réfléchiſſe, on ne ſauroit douter qu'ils n'exiſtent dans nos ames, & que ce ne ſoient des idées: ainſi la comparaiſon qu'on en fait eſt idéale en tout ſens; & la Reſſemblance qui en réſulte eſt, en tout ſens, une reſſemblance d'Idées.

Si ces notions allarmoient les eſprits timides, parcequ'elles ſembleroient tenir à l'Idéaliſme; il ſeroit aiſé de les raſſurer. Croyons aux corps, ſi ce ſentiment nous plait: revêtons les de réalité & de ſubſtance; mais, ſi nous ſommes philoſophes, convenons ingénument que ce n'eſt là qu'un acte de foi: ne diſons pas, c'eſt le cri de l'expérience; nous ne connoiſſons, par ce dernier moyen, que nos propres idées; ce n'eſt que ſur elles que notre entendement opere; & les choſes externes, s'il y en a, ſont tout autre choſe.

Nous pouvons aller plus loin: nous pouvons nous placer dans l'extrémité diamétralement oppoſée à l'idéalisme, en ſuppoſant notre eſprit fabriqué de matiere & toutes ſes idées faites de la même étoffe; les connoiſſances de cet eſprit n'en demeureront pas moins renfermées dans la ſphere de ſes idées; nous n'en ſerons pas plus à portée d'appercevoir les corps extérieurs; et je doute fort qu'il y ait un Matérialiſte aſſés mal aviſé pour ſoutenir qu'il les apperçoive.

J'étois parti de cette conſidération en propoſant mes difficultés contre le Principe des Indiſcernables: on ſait que M. de Leibnitz tenta de le prouver en appellant à l'éxpérience: & que M. de Wolf a voulu renchérir ſur cette preuve par une prétendue démonſtration. Ces deux noms ſont les ſeuls dignes de paroître dans notre diſpute; j'ai fait voir que ce qui a été imaginé après eux ſe réduit à des ſophiſmes qui ne méritent point d'être mis en ligne de compte.

Mais d'abord, ſi l'expérience doit décider; elle doit le faire, ſans doute, par un genre de preuves qui lui eſt propre. C'eſt elle qui introduit dans l'ame & y entretient ce fond d'idées dont les diver-

diverſes combinaiſons compoſent les ſciences : c'eſt là tout ce qu'elle nous peut fournir ; & en prétendre davantage ce ſeroit former de vaines & d'injuſtes prétentions. Deux idées ſemblables, acquiſes par cette voye, réellement deux & réellement ſemblables, ſatisferont donc pleinement au défi de M. de Leibnitz ; & ce ſeroit peu ſe reſſembler à ſoi-même que de ſe refuſer à la force de cet argument, après y avoir provoqué & après lui avoir remis le droit de la déciſion. En effet, que peut-on y trouver à redire ? Niera-t-on que les idées ne ſoient dans l'univers ? Niera-t-on que ce ne ſoient les ſeules choſes que nous y connoiſſions ?

Il ne s'agit donc plus que du fait ; & il n'eſt pas poſſible de diſconvenir de ce fait ; pour peu qu'on y faſſe attention. Si nous n'avions jamais eu des idées ſemblables, il ſeroit tout à fait incomprehenſible par quelle porte la notion de la reſſemblance eût pû entrer dans nos ames : d'un autre côté on ne peut ſoupçonner cette notion d'être illuſoire ſans enveloper dans le même ſoupçon toutes les connoiſſances de l'homme, & ſans ſe jetter dans les lieux communs du Scepticiſme : ce qui ne ſeroit icy la marque ni d'un philoſophe, ni d'un bon eſprit.

Non ſeulement nous expérimentons la reſſemblance des idées en nous-mêmes ; mais une analogie raiſonable doit nous perſuader que nos idées reſſemblent, pour l'ordinaire ou du moins très ſouvent, à celles des intelligences pour la ſociété desquelles la nôtre eſt deſtinée, où, pour ainſi dire, elle naît, croît, & ſe développe : c'eſt cette reſſemblance qui nous range dans la claſſe humaine ; & j'ai montré, dans mon Mémoire précédent, comme elle peut ſe concevoir.

Suppoſons que nous ſoyons une douzaine à contempler la lune brillante dans un ciel ſerein : chaque point viſible qui rayonne de ſon globe excite une perception dans l'eſprit de chaque ſpectateur ; & l'aſſemblage de ces perceptions y forme la peinture de l'objet en entier, une lune ſpirituelle. Voicy donc douze images tracées d'après le même original. Pourroit-on me ſoutenir ſans la derniere abſurdité, qu'aucune des

perceptions, qui entrent dans la compoſition de l'image qui eſt dans mon eſprit, n'eut ſon ſemblable dans l'eſprit de quelqu'un des onze qui participent au même ſpectacle ? & que les leurs fuſſent dans le même cas ? Ce ſeroit dire, en autant de termes, que nous voyons douze objets abſolument différens : & ce ſeroit heurter de front la doctrine de Leibnitz, comme j'aurai occaſion de le montrer dans la ſuite. Paſſons à la démonſtration de M. de Wolf.

Tout eſt lié dans le monde : tout eſt déterminé par les choſes qui précedent & coëxiſtent. De là on conclut que l'exiſtence de deux choſes ſemblables, ſoit ſimultanée ſoit ſucceſſive, impliqueroit deux ſéries de reſſemblances, ou deux univers parfaitement ſemblables & paralleles pour ainſi parler, conſéquence qui ſe réduit à l'abſurde par la notion de l'univers reçue dans l'école Leibnizienne. Je n'ai rapporté que le précis d'un argument fort connu, que l'on peut lire, tout au long & revêtu de termes d'art, dans la Cosmologie du célebre philoſophe qui l'a inventé.

Je n'ai garde de m'engager icy, ſans néceſſité, dans la diſcuſſion du ſyſtème univerſel ; une obſervation fort ſimple me diſpenſe de ce travail. Si le raiſonnement de M. *de Wolf* eſt juſte ; il doit l'être dans toute ſa généralité : il prouvera donc également que le monde ne ſauroit contenir deux idées ſemblables ; or il eſt très certain que nous autres habitans du monde nous avons de ces idées là ; donc la concluſion de M. *de Wolf* répugne à l'expérience : donc ſon raiſonnement eſt vicieux ; & le vice conſiſte en ce qu'il prouveroit trop, s'il prouvoit quelque choſe.

Je ſais fort bien qu'il n'a été dabord imaginé que pour les êtres compoſés : & qu'enſuite on a crû qu'on pourroit auſſi l'appliquer aux êtres ſimples ; mais on n'a qu'à réfléchir un moment pour ſe convaincre que s'il n'eſt point applicable aux perceptions, il n'a abſolument aucune force. Chaque perception eſt déterminée dans la monade où elle exiſte, auſſi bien que les êtres les plus ſimples, ou les êtres les plus compoſés : ſon exiſtence & ſon apparition ont leurs raiſons

ſons ſuffiſantes : elle fait partie du monde : & par conſéquent elle obéit à la loi générale des déterminations.

Je ne veux point examiner comment les êtres ſimples, entre leſquels la priorité d'exiſtence n'a pas lieu, peuvent ſe déterminer mutuellement à exiſter, & ſe devoir leur origine les uns aux autres : cela me meneroit trop loin. Mais les êtres compoſés ne ſont admis, dans les principes de la philoſophie Leibnizienne, qu'en qualité de phénomenes, c'eſt à dire, en qualité de perceptions. Tant s'en faut donc que les perceptions puiſſent être ſouſtraites à la démonſtration, qu'il n'y a qu'elles qui, à proprement parler, y ſoient aſſujetties.

Selon la définition de M. *de Leibnitz*, mon ame eſt une unité qui renferme une multitude de perceptions. Dans cette multitude, je prends deux perceptions ſemblables ; & je démontre, avec les démonſtrateurs, qu'elles exigent d'abord deux ſeries de déterminantes ſemblables dans le même être ſimple, & puis, par une conſéquence plus féconde, deux mondes ſemblables. Mon ame ſera le lieu de rencontre de ces deux mondes : elle ſera, pour ainſi dire, placée ſur leurs frontieres : elle participera à l'un & à l'autre, & ſes domaines ſeront égaux ſur les deux territoires.

De même, douze perceptions ſemblables, réparties ſur autant d'eſprits différens, ſuppoſent autant d'intelligences ſemblables : & celles-ci ne demandent pas moins qu'une bonne douzaine de Mondes qui ſe reſſemblent entièrement.

Je ſuis bien éloigné de prétendre que pour l'amour de moi on réforme le meilleur monde ; mais je ſouhaiterois que l'on y fût plus équitable. Toutes les philoſophies ſont ſujetes à des difficultés ; mais ce n'eſt pas être philoſophe que de s'aigrir contre ceux qui les font valoir : il faut les examiner, les peſer, & ſi l'on peut, il faut les réſoudre. Voyons donc les raiſonnemens les plus profonds qu'on pourroit mettre en uſage pour renverſer la theſe que je crois avoir établie.

Figurons nous un docteur du ſyſtème, qui viendroit nous attaquer avec trois diſtinctions : il diſtingueroit entre les idées elles-mêmes & les idées rélatives aux objets repréſentés : entre état & changement de l'ame : entre reſſemblance concrete & abſtraite. Peut-être que dans le fond ces trois diſtinctions n'en ſont qu'une : quoi qu'il en ſoit, entrons dans le détail.

On dit premièrement que les idées ne ſe reſſemblent qu'autant qu'on les rapporte aux objets de leurs repréſentations ; mais que les idées elles-mêmes ne ſe reſſemblent jamais. Selon ce langage les idées ceſſeroient d'être elles-mêmes lorſqu'on penſe qu'elles repréſentent je ne ſais quoi d'extérieur, car c'eſt là le ſeul moyen de les raporter. Encore ce raport eſt-il tout métaphyſique ; le commun des hommes n'y ſonge jamais ; & le philoſophe y ſonge rarement hors de ſon cabinet.

J'ignore ſi cette diſtinction cache quelqu'autre myſtere ; mais il me ſuffit qu'il y ait des idées ſemblables ; & j'avouë que je ne comprends pas pourquoi ces idées ſemblables ſeroient moins *elles-mêmes* que les idées diſſemblables.

Ce n'eſt donc que par précipitation qu'il pourroit échapper à un homme d'eſprit, *ennemi des ſubtilités*, de dire que quand même nous n'appercevrions aucune diſſemblance entre deux objets expoſés à notre vûe ; nous n'aurions pourtant pas deux idées ſemblables.

Mais, inſiſte-t-on, les choſes ſemblables que vous appercevez, ne ſont que des changemens de l'ame ; ce n'en ſont pas des états : or c'eſt de ces derniers que l'on démontre, par expérience & par raiſon, qu'ils ne peuvent point ſe reſſembler.

Nous avons déjà vû que ſi l'on démontre quelque choſe, on le démontre des idées. Mais pourquoi s'arrêter aux mots ? Qu'on les appelle changemens, modifications, phénomenes, ou comme on voudra ; un nom plus ou moins ſcientifique ne fait rien à la queſtion.

Ce

Ce qu'il y a de plus étonnant c'eſt que lorsqu'on demande à ces Meſſieurs, ſi ces états entre lesquels ils nous ſomment de trouver de la reſſemblance, ſi dis-je ces états nous ſont connus, ils conviennent qu'ils ne le ſont pas, parce que, diſent-ils, l'ame humaine ne ſe connoit pas elle-même; n'eſt-ce pas convenir qu'ils ont formé une prétention injuſte? pour ne rien dire de plus.

Un état de l'ame eſt l'aſſemblage de toutes les perceptions qu'elle contient dans un même inſtant: cette perception totale eſt l'univers en mignature, mais dont nous ne ſaurions appercevoir qu'une partie infiniment petite, y ayant toujours, contre une idée claire, une infinité d'obſcures, enſévelies dans ces profondeurs de l'ame où le flambeau de l'expérience ne pénetre pas, & dont nous ne ſavons autre choſe ſi ce n'eſt qu'il y fait bien ſombre.

Mais un corps, une feuille eſt elle donc un monde pour devoir être repréſentée par un état entier de l'ame? S'il le falloit; ce ſeroit aſſurément une choſe bien plaiſante que le défi de M. de Leibnitz: & à ce compte ſon ami n'eût pas été fort avancé, en ſupoſant même qu'il eut rencontré deux feuilles parfaitement ſemblables: on l'eût informé que ces feuilles n'étoient pas ce qu'il falloit trouver; puisque loin de conſtituer la totalité de ſes perceptions, elles ne rempliſſoient pas même le champ de ſes perceptions claires. De bonne foi, y avoit il beaucoup de charité à le faire tant courir après de ſimples changemens de l'ame?

Suppoſons enfin que cette grande idée, compoſée de toutes les idées coëxiſtantes, que l'on nomme un état de l'ame, n'eut point d'obſcurité. Comment veut-on que nous puiſſions comparer deux de ces états? Comment les placer, tout à la fois, devant nous? Comment fixer cette ſcene mouvante d'idées dont la moindre variation produit un nouvel état? Et comment nous ſéqueſtrer nous-mêmes de nos propres états, dont il s'agiroit de faire la comparaiſon? Il faudroit, pour cela, pouvoir exiſter, tout enſemble, en ſoi & hors de ſoi, dans

le préſent & dans le paſſé. Ne ſont-ce pas là de belles expériences à propoſer ?

Je viens à la troiſième diſtinction : Les idées peuvent ſe reſſembler, entant qu'enviſagées par abſtraction elles ont quelque choſe de commun ; mais entant qu'elles ſont états de l'ame, il eſt impoſſible que cela arrive. Tâchons de tirer cela au clair.

Lorsqu'on parle d'idées qui ont quelque choſe de commun, ou ce mot de *commun* déſigne la même choſe que ſemblable, & l'on veut dire que les idées ſe reſſemblent entant qu'elles ſont ſemblables, ce qui eſt une éternelle vérité.

Ou bien l'on veut donner à entendre que le point de reſſemblance conſiſte toujours dans une idée unique. Vôtre ame, par exemple, a l'idée générale du cercle, prête pour tous les beſoins, & qui s'applique à tous les cercles que vous vous repréſentez, de quelque circonférence & de quelque couleur qu'ils puiſſent être. Lors donc que vous verrés deux cercles égaux, l'un peint en rouge, l'autre en bleu ; n'allez pas vous imaginer qui ce ſoient là, en effet, deux cercles : ce n'eſt que l'idée du bleu & de l'idée du rouge appliquées à la même idée abſtraite du cercle en général.

Moyennant cette obſervation l'on ſe trouve fort à ſon aiſe par raport à la reſſemblance des idées : on ne craindra plus la production d'un million d'objets ſemblables, vû qu'on poſſede le ſecret infaillible de réduire ce million à l'unité.

Je ne veux point répéter icy la remarque d'un excellent Métaphyſicien, à ſavoir que ces idées univerſelles, abſtraites de tout ſujet, ne ſont que de belles chimeres : que perſonne n'a eu de pareilles idées, & que perſonne n'en aura. Je demanderai ſimplement s'il eſt poſſible de voir deux choſes à la fois avec une ſeule idée dans l'eſprit : pour moi, je trouverois moins ſingulier qu'un Arithméticien me démontrât que le nombre un & le nombre deux ſont la même choſe. Suppoſons pour un moment (ce qu'il eſt permis de ſuppoſer) deux hommes à têtes

ces ſemblables: il faudroit, conformément à la theſe de nos docteurs, ſoutenir que la vûe de ces deux hommes s'exécutât de la même façon & fût préciſément la même choſe que la vûe d'un monſtre à une tête & à double tronc. J'ai prouvé, dans mon Mémoire ſur la reſſemblance, que loin que nous puiſſions appercevoir deux objets à la fois avec une ſeule idée ; cela ne ſe peut pas même dans la vûe réitérée du même objet, pour peu que cette vûe ſoit interrompue.

Et enſuite, s'il eſt raiſonable de penſer que les individus de l'eſpece humaine ont au moins quelques idées ſemblables aux nôtres ; comment expliquera-t-on cette reſſemblance ? Sera-ce encore la même idée paſſant d'eſprit en eſprit ?

Il eſt donc inconteſtable qu'il y a des idées différentes en nombre qui ſe reſſemblent réellement ; & c'eſt en généraliſant les cas de cette nature que nous avons formé la notion de la reſſemblance : cette notion peut être nommée abſtraite ; mais il ne s'enſuit nullement que les idées qui l'excitent le ſoient auſſi. Si cela étoit ; toutes les idées ſeroient abſtraites, parce qu'on peut les généraliſer toutes en les rangeant ſous les ſignes de leurs eſpeces ; & en ce ſens nous dirons à notre tour qu'il n'y a rien de diſſemblable que par abſtraction ; & puis de quoi diſputons-nous ? Ne ſuffit-il pas que le ſemblable ſoit ſemblable, comme le diſſemblable eſt diſſemblable ?

Il en ſera de même ; ſi l'on apelle une idée abſtraite à cauſe qu'elle ne conſtitue pas un état entier de l'ame ; mais nous nous ſommes expliqués ſur cet article.

Si jusqu'icy j'ai ſpiritualiſé les objets de la reſſemblance ; je me flatte de faire voir bientôt que loin d'avoir pris mes avantages, je ne pouvois pas faire un parti plus honête aux défenſeurs du Principe de M. de Leibnitz.

On ne connoit que trois hypotheſes ſur l'union du monde des corps avec le monde des eſprits ; & dans toutes les trois regne une analogie perpétuelle entre les perceptions & les objets matériels dont elles

elles ſont répréſentatrices : d'où il ſuit qu'il ne ſauroit y avoir une reſſemblance dans celles-là qui ne ſe retrouve dans ceux-ci.

En ſupoſant l'Influence phyſique, combien n'en faut il point hors de mon ame pour y en produire une ſeule ? & quelle intelligence ſeroit aſſés hardie pour en entreprendre le dénombrement ?

L'hypotheſe Cartéſienne n'admet aucune reſſemblance interne qu'à l'occaſion d'une reſſemblance externe.

Et l'harmonie préetablie devient une diſcordance, dès que les perceptions ſemblables ceſſent d'être exprimées, d'une maniere analogue, dans la merveilleuſe machine qui répond à l'automate ſpirituel.

Si de là l'on veut remonter à l'harmonie univerſelle, il faudra en revenir aux perceptions : le monde redeviendra un ſyſtème immenſe d'êtres ſimples, qui tous le repréſentent en ſe repréſentant réciproquement. Deux perceptions ſemblables dans la moindre des monades en ſuppoſent donc autant dans toutes les autres : elles ſeront réfléchies auſſitôt par ce nombre innombrable de miroirs vivans, dans chacun desquels l'univers eſt concentré.

Et qu'eſt-ce que cette repréſentation univerſelle elle-même ; ſi la reſſemblance n'y entre pour rien ? comment une infinité d'êtres ſimples repréſenteroient-ils le même monde avec des perceptions où regneroit une diſſemblance abſolue ?

Je ne parle point du Matérialisme ; il eſt aiſé à comprendre que dans ce ſyſtème qui dit idée dit corps, & qui dit reſſemblance dit reſſemblance matérielle.

Concluons que la Reſſemblance conſerve ſes droits partout où la régularité conſerve les ſiens, malgré les démonſtrations, qui devroient la bannir de par tout ; ſi elles avoient le moindre fondement.

Mais enviſageons le monde phyſique de plus près. Nous ne pouvons juger des corps que d'après nos idées ; & les idées étant ſemblables exigent des objets matériels qui le ſoient auſſi. Or que fait-on

pour

pour éluder une conſéquence auſſi manifeſte ? On nomme ces idées imparfaites ; & l'idée imparfaite on la définit celle qui n'eſt pas déterminée par tout le contenu de ſon objet. On ne peut nier que M. de Leibnitz n'ait accordé des gouttes de diverſes liqueurs, ſemblables à la ſimple vûe ; mais on croit ſe ſauver en diſant que les gouttes viſibles ne ſont pas de vrayes gouttes : que ce ne ſont que des idées de gouttes mal déterminées : on confirme cette opinion par l'expérience du microſcope au travers duquel elles ne paroiſſent plus ſemblables, comme elles l'avoient paru à l'œil nud.

Prêtons nous à cette théorie ; & voyons ce qui en ſuivra. Si deux gouttes, ſemblables à la vûe, ne ſont pas déterminées par tout le contenu des gouttes qui exiſtent dans la nature ; il faut au moins avouer qu'elles le ſont par quelque choſe de ce que ces gouttes-là contiennent, & nommément par ce qu'elles contiennent de ſemblable, tandis que la groſſiereté de notre organe nous masque les diſſemblances : ces gouttes ont donc des parties ſemblables, ou ce qui revient au même, elles ſont compoſées, en partie, de corpuſcules qui ſe reſſemblent.

Il en eſt ainſi de tous les objets du monde ; car qu'eſt ce que le corps phyſique ? Un amas de pluſieurs choſes, diſtinctes les unes des autres. Et qu'eſt-ce qu'une reſſemblance partielle de deux corps ? Des choſes ſemblables qui entrent dans l'un & l'autre aſſemblage. Ainſi, en demeurant dans le phyſique, il eſt déjà vrai de dire qu'il y a des êtres matériels qui ſe reſſemblent parfaitement : Et quand on pouſſeroit l'analyſe jusques aux atomes, jusqu'aux monades ; on ſeroit toujours obligé de reconnoitre dans les élémens, une reſſemblance qui fut le fondement de la reſſemblance viſible.

Mais après tout, qu'y a-t-il au monde de plus vague & de plus imparfait que la définition qu'on nous donne de l'idée parfaite ? J'avoue qu'elle n'en eſt pas moins propre au deſſein pour lequel on l'employe :

moyennant cet heureux ſtratageme, on peut toujours nier que les idées ſemblables ſoient parfaites, bien réſolu de n'admettre pour telles que les idées diſſemblables.

On exige, pour la perfection d'une idée, qu'elle ſoit déterminée par tout le contenu de l'objet qui lui répond. S'il ſuffit icy d'une détermination quelconque ; je dis que toutes nos idées ſont parfaites ; puiſqu'elles ne ſont repréſentations que de ce qui les détermine, & qu'aſſurément elles ne ſauroient repréſenter ce qui ne les détermine en aucune façon. Les idées ſemblables ſeront donc toujours parfaites en ce ſens ; & elles ſeront, de toute néceſſité, déterminées par des objets correſpondans qui ſe reſſemblent.

Dira-t-on qu'il faut une détermination tellement complette que l'objet repréſenté ſoit comme empreint dans ſon idée, & qu'on l'y apperçoive tel qu'il eſt en lui-même? Je ne crois pas que perſonne puiſſe ſe vanter d'avoir jamais eu une pareille idée : & en ce cas-là il n'y en aura point de parfaites.

La définition de ces Meſſieurs exigeroit donc une ſeconde définition, qui ſpécifiât cette détermination préciſe à laquelle il eſt réſervé de donner la perfection aux idées. De quoi ſerviroit-il, à la déciſion de notre diſpute, d'avoir des idées parfaites ; ſi nous n'avions, outre cela, un criterium infaillible qui nous les fit reconnoitre & diſtinguer des imparfaites ? Pour diriger nos expériences avec ſûreté il faudroit que nous fuſſions avertis de l'inſtant, auquel chaque déterminante ayant contribué ſa quote part, la perfection de l'idée fût achevée ; de cet inſtant où l'on pourroit dire : la voicy, elle eſt parfaite.

Or à quoi faudra-t-il s'arrêter à cet égard ? Quelle ſera la méſure de la perfection idéale? On parle du microſcope ; j'ai de la peine à me perſuader que ce ſoit ſérieuſement. Quoi ! ce n'eſt donc que le ſens de la vûe, & peut-être celui de l'ouïe, qui nous faſſent avoir des idées parfaites ! car aucun artifice, connu jusqu'icy, ne vient ſecourir

rir les autres. Nous n'avons donc des idées parfaites que depuis la découverte de ce verre admirable qui nous dévoile les merveilles du Microcoſme ! Avant qu'il fut inventé, ces gouttes que nos yeux nous montroient ſemblables, étoient-ce ou n'étoient-ce pas des idées parfaites ?

Répondre affirmativement ce ſeroit dire que l'idée parfaite eſt toujours la derniere que nous avons, & qu'en ne me ſervant point de microſcope, je ne laiſſerois pas que d'avoir des idées parfaites des gouttes en queſtion.

Répondre qu'avant les microſcopes il n'y avoit point de perfection dans nos idées, c'eſt convenir tout bas qu'il n'y en a pas non plus depuis leur découverte ; à moins qu'on ne ſe mette dans l'eſprit que par le moyen de ces inſtrumens notre vûe eſt portée au dernier période de perfection, & que ces inſtrumens eux-mêmes ſoient portés à ce période ; ce qui ſeroit de grandes fauſſetés en Dioptrique.

Pour mieux faire ſentir combien le microſcope eſt icy cité mal à propos, expoſons y nos gouttes : & voyons ce qui leur arrivera. Elles ſe décompoſeront & feront éclore, des interſtices de leurs particules viſibles, une foule de nouveaux objets, dont nous n'avions pas même ſoupçonné l'exiſtence. Si elles ne paroiſſent donc plus ſemblables dans leur totalité ; ce n'eſt pas aſſurément que ce que nous y avions vû de ſemblable ne l'étoit pas ; mais c'eſt que le verre optique vient de développer les parties interpoſées qui étoient échapées à notre organe abandonné à lui-même. Ainſi tout ce qui avoit fait naître la reſſemblance viſible ſubſiſte dans la nature. Suppoſons que nous apperçuſſions, dans le champ du microſcope, en même tems avec les deux gouttes, mais hors de leur ſphere, un inſecte & un grain de pouſſiere ; feroit-ce une belle conſéquence que la ſuivante : le grain de pouſſiere ne reſſemble point à l'inſecte, donc ce que nous avons vû de ſemblable dans les deux gouttes ne ſe reſſemble pas ? Et pourquoi cette conſéquence ne vaudroit-elle rien ? Parce que l'inſecte &

le grain de pouſſiere ſont des objets différens des deux gouttes vûes de nos yeux. Mais les nouveautés que le microſcope vous découvre dans les interſtices des parties des gouttes viſibles ne different pas moins des parties que la vûe ſimple vous y avoit fait appercevoir : donc ces deux concluſions valent auſſi peu l'une que l'autre.

Si cela n'étoit pas aſſés clair ; on n'auroit qu'à ſe demander quel eſt proprement l'avantage que nous retirons du microſcope : c'eſt de pouvoir conſidérer les objets de près ; au lieu que l'œil nud ne peut les démêler qu'à une certaine diſtance : prenons pour exemple une goutte de ſang : les particules qui la compoſent, étant de diverſe ſtructure, ſont propres à renvoyer diverſes couleurs ; mais comme celles qui renvoyent la couleur rouge prédominent ſur les autres, & que la diſtance qu'il faut à l'œil pour apercevoir la goutte eſt trop grande pour permettre aux rayons qui partent de celles-ci de ſe raſſembler ſur la rétine ; nous ne verrons que les premieres ; & le rouge ſera la couleur de l'objet viſible. Dès qu'après cela, nous rapprochons, par le ſecours du microſcope, les autres parties au point qu'elles puiſſent tracer leurs images au fond de l'œil, nous verrons auſſi ces nouveaux objets & les nouvelles couleurs dont ils ſont ornés. Regardez, dans un certain éloignement, une prairie, dont la verdure ſoit ſurmontée d'une grande quantité de fleurs rouges ; vous ne verrez qu'un rouge continu : ſa vivacité prédominante exclura de votre vûe tout ce qui n'eſt pas rouge : à meſure que vous approcherez de la prairie, le rouge ſe parſemera de verd : vous en conclurez très bien que les fleurs rouges n'y exiſtent pas ſeules ; mais ce ſeroit très ridiculement que vous prétendriez en inférer qu'elles n'y exiſtent point du tout. Cependant prenez deux gouttes au lieu d'une, & vous verrez ſans peine que c'eſt là le raiſonnement de ceux qui voudroient détruire la reſſemblance par le microſcope.

L'expérience nous apprend que les yeux des animaux ſont, généralement parlant, taillés ſelon leurs beſoins ; & ne transmettent que

que les images des objets qui ont un raport ſenſible avec leurs corps; ſi nous n'avons pas les yeux microſcopiques, c'eſt que nous n'en avons que faire. Mais ſi l'art nous fait franchir les bornes que la nature a préſcrites à nos organes ; il ne ſauroit, pour cela, invalider leur témoignage. Après tout, qu'y auroit il de plus aiſé que de retourner contre le principe de Leibnitz l'argument tiré des microſcopes ? Tous ceux qui les ont maniés ſavent qu'on découvre très ſouvent, à travers ces inſtrumens, des reſſemblances dans des objets, qui à la ſimple vûe nous avoient paru tout à fait diſſemblables. Irai-je de là inférer que les diſſemblances viſibles ne ſont qu'apparentes, & qu'en effet tous les corps ſont ſemblables ?

Cette concluſion ſeroit pour le moins auſſi ſpécieuſe que celle des Leibnitziens ; peut-être le ſeroit-elle davantage. Car que ſavons-nous ce qui arriveroit, ſi les verres qui aggrandiſſent étoient portés à un plus haut point de perfection ; ou bien ſi nos yeux devenoient des microſcopes auſſi ſubtils que le ſont ceux des derniers inſectes que nous appercevons par nos microſcopes groſſiers? Que ſait-on ſi on ne trouveroit pas alors beaucoup de reſſemblances entre des objets ſur leſquels & nos ſens & nos inſtrumens s'émouſſent ? entre des objets qu'ils nous déguiſent ou défigurent à l'heure qu'il eſt? Que ſait-on ſi leur nombre ne s'accroitroit pas, à méſure que nous approcherions des élémens de la matiere ; s'il étoit poſſible d'en approcher ?

Mais enfin, aucun artifice, aucune Dioptrique, ne nous fera pénétrer jusques là : nous n'arracherons jamais le dernier voile à la nature : nous ne tirerons jamais le rideau qui cache le fond de ſon ſanctuaire. Soyons donc modeſtes : ne décidons point en maîtres & en conquérans : ne faiſons pas ſonner ſi haut des idées parfaites que nous n'avons pas, ou que nous ne ſaurions reconnoitre, ſuppoſé même que nous les euſſions.

Il y a des idées ſemblables ; c'eſt une choſe de fait. Si l'univers eſt tout matériel, ces idées ſont des corps. S'il eſt un aſſemblage d'êtres

tres ſimples ; ou ces êtres ſimples ſont parties conſtituantes de la matiere, & alors il faut néceſſairement qu'il y en ait de ſemblables. Ou bien la matiere & les corps ne ſont que des phénomenes repréſentés par les êtres ſimples : En ce cas là il y a des corps ſemblables dans le ſens dans lequel il y a des corps. Si le monde eſt compoſé de deux eſpeces d'êtres de nature diverſe, eſprit & matiere ; il y aura encore des corps ſemblables. Donc, après avoir épuiſé toutes les hypotheſes, il ſe trouve que l'expérience dépoſe par tout pour la reſſemblance ; & que la démonſtration de M. de Wolf reſte en défaut. Ce ſont les points que je m'étois propoſé de prouver.

ESSAI
SUR LE BONHEUR DES ETRES INTELLIGENS.
PAR M. SULZER.

Le titre de ce Mémoire annonce un ſujet bien rebattu. Depuis la naiſſance de la Philoſophie jusqu'à nos jours on n'a ceſſé d'écrire ſur le Bonheur. Mon deſſein n'eſt pas d'augmenter le nombre infini d'écrits, qui contiennent des maximes & des préceptes de morale, pour parvenir au bonheur parfait : ce ſujet doit être épuiſé, ou il ne le ſera jamais. Mes recherches ne rouleront que ſur deux articles généraux de cette importante matière. Je vais examiner; en premier lieu, les conditions néceſſaires pour qu'un être intelligent ſoit parfaitement heureux ; & enſuite je conſidérerai la poſſibilité ou l'impoſſibilité de ces conditions.

Je me flatte que ces recherches ſerviront à diſſiper pluſieurs doutes ſur l'arrangement moral de l'Univers, & ſur les voyes de la Providence; doutes qui de tout tems ont embarraſſé les Philoſophes. En effet lorsqu'on fait attention d'un côté au deſir conſtant des êtres intelligens de parvenir à une felicité parfaite, & de l'autre au peu de bonheur qu'on trouve dans le Monde, on eſt tenté de croire que l'Etre ſuprême n'a pas pris les meilleurs arrangemens poſſibles pour contenter ces êtres qui lui doivent l'exiſtence; ſoit que ſa puiſſance ſoit bornée, ſoit manque de bonne volonté. De pareils doutes ne peuvent qu'inquiéter beaucoup tout être capable de réflexion. Les efforts des plus grands Philoſophes, qui ont entrepris de juſtifier l'Etre ſuprême n'ont pas entièrement réüſſi à diſſiper tous les doutes. Cela ſeul ſuffit pour juſtifier une nouvelle tentative, & même pour la rendre louable.

En ſuppoſant un Etre infini, qui a donné l'exiſtence au Monde, & en lui attribuant une puiſſance infinie jointe à une bonté ſans bornes,

nes, on eſt tenté de croire, que chaque être intelligent eſt auſſi heureux qu'il peut l'être, malgré les peines & les chagrins qui accompagnent ſon exiſtence. En effet, s'il étoit impoſſible que Dieu, avec ſa puiſſance infinie, pût faire parvenir un être fini au bonheur, ſans l'avoir fait paſſer par des peines & par des chagrins, ſi cela, dis-je, étoit impoſſible, les doutes contre la toute-puiſſance, ou contre la bonté infinie de l'Etre ſouverain, pris du malheur apparent des Etres finis, ſeroient abſurdes. C'eſt ce qui m'a engagé d'examiner avec toute l'attention poſſible la nature des Etres intelligens finis, pour m'aſſûrer de la poſſibilité d'un bonheur qui ſoit ſans mêlange de mal. C'eſt cette recherche qui fait le ſujet de mon eſſai.

On eſt généralement d'accord, que le bonheur réſulte du plaiſir, & que la peine lui eſt contraire. Une vie entièrement exemte de peines, & remplie de ſentimens agréables, ſeroit le bonheur parfait. Le deſir d'un tel bonheur nous ſéduit facilement à croire qu'un tel état ſeroit très poſſible. On n'enviſage ordinairement que les cauſes externes du plaiſir & de la peine; & en s'imaginant mille moyens arbitraires de donner un autre cours aux événemens du monde, on bannit toute les peines de la vie, & on n'y fait régner que l'agrément & le plaiſir. Mais ce n'eſt pas à l'imagination échauffée de juger de la poſſibilité du bonheur parfait. Outre les cauſes externes d'un tel bonheur, il y a dans nous-mêmes un concours de cauſes, qui produiſent, ou qui empêchent, les plaiſirs & les peines. Les événemens du Monde, qui ſont contingens, pourroient ſans doute être très differens de ce qu'ils ſont actuellement. Mais l'intérieur des choſes, leur eſſence, ne peut pas être altérée. Si l'eſſence d'un être fini eſt telle, que la peine devienne une condition néceſſaire, pour le faire parvenir au plus grand bonheur dont il eſt capable; le bonheur parfait, ſans mêlange de maux, n'eſt plus poſſible. C'eſt donc principalement dans la nature de l'être fini, qu'il faut chercher dequoi décider cette queſtion; c'eſt là qu'il faut voir de quelle manière naiſſent tant les plaiſirs que les peines, & la poſſibilité d'augmenter le nombre des uns & de bannir les autres.

Je

Je commencerai par examiner, ſous quelles conditions l'être intelligent fini pourroit être exempt de peine. Quoique la peine entre par mille portes dans l'ame, on peut rapporter ſes cauſes à deux eſpèces. L'une eſt dans l'être intelligent même, l'autre eſt au dehors, dans la conſtitution & les événemens du monde. Les cauſes internes de la peine ſont,

1°. La foibleſſe de l'eſprit, qui ne lui permet pas de réüſſir dans toutes ſes recherches. Je m'attache à développer une idée, à trouver la ſolution d'une difficulté, ou l'explication d'un fait, à l'arrangement d'un plan, ou d'un projet. Tous mes efforts ſont inutiles, je ne trouve pas ce que je cherche, ſoit que la choſe ſoit réellement au deſſus de moi, ſoit que je n'aye pas pris le bon chemin pour y parvenir. Je me ſens donc arrêté dans le cours de mes penſées, & obligé d'abandonner un objet, auquel mon eſprit s'étoit attaché. Cela doit néceſſairement produire un ſentiment desagréable. On peut encore comprendre ſous cet article les erreurs dans leſquelles on tombe par les jugemens faux qu'on porte des choſes, & par les préjugés que l'on contracte. Cela nous expoſe à la peine que nous ſentons quelquefois longtems après, lorsque nous commençons à nous appercevoir de nos erreurs.

2°. Un défaut dans le caractère moral, d'où naiſſent des ſentimens & des actions contraires aux loix éternelles de l'ordre & de la beauté morale. Toutes les fois que nous nous appercevons d'avoir penſé ou agi contre ces loix, nous en avons du chagrin & de la honte.

Je ne m'arrête pas ici à prouver, que dans les cas que je viens d'indiquer, la peine eſt abſolument inévitable. J'ai fait voir ailleurs, (*) que ces eſpèces de peine ſont une ſuite néceſſaire de la nature de tout être penſant, de ſorte qu'il eſt impoſſible, que ces cauſes n'excitent pas

(*) Dans les *Recherches ſur l'origine des ſentimens agréables & desagréables.* Voy. *Mém. de l'Acad. Roy.* An. 1751. & 1752.

pas le ſentiment desagréable. Pour éviter donc cette eſpece de peine, il ſeroit néceſſaire; 1°. Que les êtres intelligens euſſent aſſez de force d'eſprit pour réüſſir dans toutes leurs recherches; 2°. Qu'ils fuſſent garantis de toute erreur dans leurs jugemens, ou qu'ils ne fuſſent jamais en état de s'appercevoir de leurs erreurs; 3°. De les garantir de tout ſentiment & de toute action contraire aux loix immuables de l'ordre & de la beanté morale, ou bien de les mettre hors d'état de comparer leurs actions & leurs ſentimens avec ces loix. Il eſt évident, qu'à moins que toutes ces conditions ne ſoyent exactement remplies, l'être intelligent ne ſauroit être à l'abri des peines dont les cauſes ſont en lui-même. Nous examinerons plus bas, ſi ces conditions ſont poſſibles ou non.

Dans la ſeconde claſſe des peines ſont compriſes celles dont les cauſes viennent du dehors. Ces cauſes externes ſe réduiſent auſſi à deux eſpeces. La premiere comprend les impreſſions desagréables, qui viennent des objets qui ont une difformité, ou une imperfection, ſoit réelle, ſoit imaginaire, dont nous nous appercevons. Tels ſont les objets qui produiſent les ſenſations desagréables, ou douloureuſes; les objets difformes; & tout ce qui nous préſente un défaut, ſoit phyſique, ſoit moral. Dans l'autre eſpece ſont compris les événemens contraires à nos deſirs, à nos vuës, & à nos projets.

Pour garantir les êtres intelligens de cette ſeconde claſſe de peine, il faudroit leur accorder les conditions ſuivantes: 1°. Qu'il n'y ait point de difformité, ou imperfection, ſoit phyſique, ſoit morale, dans les objets, qui ſe préſentent à leurs ſens, ou bien qu'ils ne ſoyent pas en état de les appercevoir & d'y faire attention; 2°. Que tous leurs deſirs, leurs vuës, & leurs projets, ſoyent dans un accord parfait avec les événemens du Monde; ou, s'il y a une contrariéte, de faire en ſorte qu'ils ne s'en apperçoivent pas.

Ces conditions, auſſi bien que celles dont j'ai parlé plus haut, pourroient être compriſes ſous une ſeule, ſçavoir; que les êtres intelli-

ligens fuſſent d'une inſenſibilité & d'une ſtupidité parfaites. Car j'ai prouvé ailleurs, que l'intenſité de la peine, les autres conditions égales, eſt toujours en proportion de l'attention & de la réflexion. L'expérience confirme cela. Plus un animal eſt ſtupide, moins il eſt ſenſible à la peine: ſi tous les êtres intelligens étoient d'une ſtupidité pareille à celle d'un Zoophyte, il y auroit peu de peine dans le monde.

Maintenant, pour juger de la poſſibilité de ces conditions, il faut avoir devant les yeux les conditions néceſſaires pour les ſentimens agréables. Ce n'eſt pas l'abſence ſeule de la peine qui fait le bonheur; il faut de plus, que la vie ſoit remplie de momens agréables. Si les conditions requiſes pour le plaiſir ſe trouvoient en contradiction avec celles que demande l'exemtion des peines; c'eſt alors, que nous pourrions hardiment aſſurer, que le bonheur parfait eſt impoſſible.

Dans mes recherches ſur l'origine des ſentimens agréables & des-agréables, j'ai parlé aſſez au long des conditions que demande chaque eſpece de plaiſir. Il me ſuffit donc d'y renvoyer. Quant aux *plaiſirs des ſens*, qui ont leur origine dans le corps, j'ai prouvé qu'ils ſuppoſent de l'ordre & de la régularité dans les mouvemens qui affectent les nerfs des ſens. Le corps faiſant une partie du monde materiel, participe à tous les mouvemens qui ſe font dans le monde. Pour être donc toujours agréablement frappé des objets exterieurs, il faudroit que tout le mouvement qui exiſte dans le monde, ou au moins celui dont l'effet devient ſenſible à quelque être intelligent, ſe fit conformément aux régles de la beauté & de l'ordre, qui ſont les mêmes pour tous les êtres intelligens.

Les *plaiſirs intellectuels* ſuppoſent néceſſairement des connoiſſances, de la réflexion, & en général la culture de l'eſprit, & un progrès continuel d'un degré de connoiſſance à un degré plus élevé; parce que les mêmes idées agréables perdent leur agrément peu à peu par la répétition, de ſorte qu'il en faut toujours de nouvelles & de plus compoſées. Le bonheur parfait ſuppoſe donc des connoiſſances très étendues, & une grande habitude de réfléchir, en un mot tout ce qu'il

faut pour n'être pas ſujet à ſe tromper, & pour voir la vérité & la beauté des choſes, de quelque côté qu'elles ſe préſentent. Le Monde & la Nature étant des objets dont l'eſprit s'occupe continuellement, il faut que dans le monde il y ait partout de l'ordre & de la beauté, afin qu'il fourniſſe toujours aux intelligences ces objets, dont la contemplation excite le ſentiment agréable.

Les *plaiſirs moraux* enfin ſuppoſent moins de connoiſſance, que les plaiſirs intellectuels, mais beaucoup d'activité, une attention continuelle à connoitre l'état des autres êtres intelligens, & le pouvoir d'y influer. Cela ſuppoſe donc dans les intelligences même une bonté morale parfaite, & hors d'elles une liaiſon étroite entre elles, parce que ſans cette liaiſon la bonté morale ne peut pas s'exercer. Il faut de plus, que cette liaiſon des intelligences entre elles s'étende toujours plus loin, afin que le plaiſir moral puiſſe prendre des accroiſſemens continuels.

Voilà toutes les conditions requiſes, ſoit pour éviter les peines, ſoit pour paſſer continuellement d'un ſentiment agréable à un autre. Il faut bien obſerver ici, que ces conditions ayant été déduites, non de la nature particuliere de l'homme, mais de l'eſſence d'un être intelligent quelconque, elles doivent être les mêmes pour toutes les eſpeces de ces êtres, de quelque ordre qu'ils ſoyent. Homme ou Bête, Ange ou Archange, tous ont au fond la même nature; & s'il doivent parvenir au bonheur parfait, il faut que les mêmes conditions ayent lieu, quelle que ſoit d'ailleurs la difference d'un ordre de ces êtres à l'autre.

En comparant ces conditions avec celles qui ſont néceſſaires pour éviter la peine ; on voit : 1°. Que l'exemtion des peines, qui pourroit être obtenue par l'inſenſibilité, par le manque d'attention & de réflexion, par l'ignorance de la vérité & de la beauté morale, ne ſauroit avoir lieu ſans que les conditions néceſſaires pour les plaiſirs en ſouffrent. En évitant les peines par ces moyens, on feroit par-là même privé des diſpoſitions avantageuſes néceſſaires pour le plaiſir tant mo-

moral qu'intellectuel ; 2°. Que par conſéquent les ſeules conditions néceſſaires pour éviter la peine ſont à peu près les mêmes qui ſont requiſes pour le plaiſir, dont l'eſſentiel revient, d'un côté à la perfection des facultés intellectuelles & des ſentimens du cœur, jointe à beaucoup de connoiſſance, de l'autre à un ordre parfait dans l'arrangement du Monde.

Nous ne trouvons donc dans ces conditions aucune contradiction manifeſte, que nous oblige de nier la poſſibilité du bonheur parfait. Au contraire, puisque l'homme eſt capable de perfectionner de plus en plus ſes facultés, ſoit intellectuelles, ſoit morales, il paroit plutôt qu'il peut faire des progrès continuels vers le bonheur parfait. De plus, dès qu'on ſuppoſe que l'ordre & l'arrangement du Monde eſt l'ouvrage d'un Etre infiniment ſage & puiſſant, il eſt impoſſible que cet Etre n'ait agi conformément aux régles de l'ordre & de la beauté, puisqu'en faiſant les choſes autrement, il auroit agi contre ſoi-même. Cela étant il ne doit point y avoir dans le Monde de défaut réel, ni dans les parties, ni dans le tout. Par conſéquent un eſprit fini ne peut jamais trouver dans le Monde que des défauts apparens. Or, s'il fait des progrès continuels dans la perfection de ſes facultés, il eſt poſſible qu'il vienne un tems, où il verra les choſes comme elles ſont effectivement ; & alors il ne ſera plus ſujet aux peines qui viennent du dehors, & la perfection de ſes facultés le garantiſſant des peines dont la ſource eſt intérieure, il pourra être délivré de toute peine.

Quant au plaiſir, la même ſuppoſition d'un Etre infini, comme cauſe du Monde, nous mene à des concluſions très favorables. On verra ſans difficulté, pour peu qu'on y réfléchiſſe, que toutes les conditions néceſſaires pour le plaiſir peuvent, & doivent même avoir lieu.

De tout ce que je viens de dire, il réſulte : Que, dans la ſuppoſition d'un Etre infini, qui ſoit la cauſe de tout ce qui exiſte, il eſt non ſeulement poſſible, mais auſſi probable, que tous les êtres finis parviennent par la ſucceſſion des tems à un état, où à l'abri de toute

peine ils paſſeront continuellement d'un ſentiment agréable à l'autre. Ce ſeroit alors que tout être doué de ſentiment & d'intelligence jouïroit d'un bonheur parfait, & qu'on ne verroit plus dans le Monde qu'ordre, harmonie, & beauté.

C'eſt ici que ſe préſente une queſtion importante, & digne de toute notre attention : S'il eſt poſſible, que le Monde parvienne à ce degré de perfection, l'Etre infini n'auroit-il pû abréger ce terme ? N'auroit-il pû épargner aux êtres intelligens ce paſſage plein d'épines par lequel ils parviennent au bonheur parfait ? N'auroit-il pû créer le Monde dans le même état de perfection, auquel il pourra arriver dans la ſuite des tems ? Falloit-il néceſſairement, que les Etres finis paſſaſſent par tant de foibleſſes, par tant d'erreurs, par tant de miſéres, pour arriver au but de leur Création ? Voilà des queſtions auxquelles les Philoſophes n'ont certainement pas aſſez penſé. Si le ſaut de la non-exiſtence à cette exiſtence heureuſe eſt poſſible, ſans que les êtres intelligens y perdent, il paroit très digne du choix de l'Etre ſouverainement bon. Il me ſemble donc très naturel de conclurre, qu'il n'a pas été poſſible, puiſqu'il n'a pas eu lieu.

Mais cette impoſſibilité ſeroit-elle fondée dans la nature de l'Auteur, ou dans celle de l'Ouvrage ? Le ſageſſe & la bonté de l'Etre infini l'auroient-elles empêché d'épargner tant de maux aux êtres intelligens finis ; ou bien la nature même de ces êtres auroit-elle rendu impoſſible ce bonheur ſans aucun mêlange de mal ? J'oſe dire que les Philoſophes qui ont penſé à ces queſtions, ont trop legèrement décidé. En effet il ſemble d'abord, que Dieu ayant donné l'exiſtence à tous les êtres finis, il a pû accommoder leur nature & leurs propriétés à ſon gré, & qu'il ne doit avoir trouvé aucun obſtacle de la part des créatures. Il auroit donc pû les créer de façon à les rendre infaillibles, & parfaitement bonnes, ſans aucun mélange de mal. D'où l'on conclut, que puiſqu'il ne l'a pas fait, c'eſt ſa propre nature, ſa maniere de penſer, (ſi j'oſe m'exprimer ainſi,) qui l'a empêché de le faire. Après avoir tiré cette concluſion, on a voulu chercher parmi les attri-

attributs de l'Etre infini, ceux qui l'ont empêché de bannir le mal du Monde. On trouve que c'eſt la ſageſſe infinie qui a réglé cela, en permettant les maux actuels pour en éviter de plus grands. C'eſt cette ſageſſe infinie, qui, pour obtenir le plus grand bien poſſible, a permis tous les maux qui ont lieu dans le Monde.

En examinant bien ce raiſonnement, on trouvera que, quoiqu'il attribue les maux à la permiſſion de la ſageſſe divine, il ſuppoſe réellement qu'ils ſont néceſſaires par la nature des êtres finis, puiſqu'on ne fait agir la ſuprême ſageſſe, que pour diminuer ces maux autant qu'il eſt poſſible. Si un Monde où tous les êtres intelligens euſſent été parfaitement heureux avoit été poſſible, la ſageſſe ſouveraine n'auroit certainement point mis d'obſtacle à la production de ce Monde. Or j'ai prouvé qu'un tel Monde eſt poſſible, dans la ſuppoſition que l'Etre infini auroit pû créer les êtres intelligens doués de la même perfection d'eſprit & de cœur, qu'ils acquierent ſucceſſivement, après une certaine ſuite d'années, ou de ſiècles, doués, dis-je, de ces mêmes perfections dès le premier moment de leur exiſtence. Si l'on veut ſoutenir, que c'eſt la ſageſſe divine qui n'a pû permettre ce ſaut, on eſt obligé de prouver quel mal il auroit produit. Cela n'étant certainement pas poſſible, il ne nous reſte qu'à dire que ce ſaut n'étoit pas poſſible par la nature même des êtres finis. Ce n'eſt qu'après cette concluſion qu'on voit clairement que tout le mal vient uniquement de la nature des êtres finis, de manière qu'il étoit abſolument impoſſible, (ces êtres exiſtans,) de l'empêcher par aucun arrangement.

Il eſt donc prouvé que ce ne ſont pas les attributs de l'Etre infini, mais la nature même des êtres finis, qui rend impoſſible leur bonheur parfait. Cette impoſſibilité conſiſte proprement en ce que la nature d'un être fini ne permet pas qu'il parvienne au degré de perfection, que le bonheur parfait ſuppoſe, ſans avoir paſſé par un grand nombre de degrés intermédiaires, remplis tantôt d'agrément, tantôt de desagrément. C'eſt donc le ſort commun, non ſeulement du gen-

genre humain, mais de tous les êtres intelligens finis, qu'ils ne peuvent parvenir au bonheur parfait, ſans avoir éprouvé des peines & des chagrins.

Les argumens ſur lesquels nous avons établi cette importante propoſition, ſont tirés, en partie de l'expérience, qui nous aſſure, que les êtres finis que nous connoiſſons n'ont pas encore atteint le plus haut degré poſſible de leur bonheur; en partie des attributs de Dieu, qui ne nous permettent pas de ſuppoſer, que les choſes ayent été autrement poſſibles, qu'elles ſont. Il y a encore un autre moyen de s'aſſurer de la vérité de cette propoſition. C'eſt de faire voir par l'eſſence même d'un être fini, qu'il eſt impoſſible qu'il devienne tout d'un coup, c'eſt à dire, ſans ſucceſſion, ce qu'il peut devenir par la ſuite des tems. C'eſt ſurtout cet argument qui n'a été touché, que je ſache, par aucun Philoſophe. C'eſt ce qui acheveroit de détruire entièrement tous les doutes contre la bonté ſouveraine de Dieu, & contre la perfection du Monde. Car Dieu ne pouvant pas changer l'eſſence des choſes, il ne pouvoit rien faire contre l'impoſſibilité eſſentielle du bonheur parfait des êtres finis.

J'avoüe qu'il ne me paroit pas facile de prouver démonſtrativement notre propoſition par la nature des êtres finis. Toutefois il me ſemble qu'on en peut aſſez dire pour entrevoir ſa vérité, & pour affoiblir les doutes. Je me hâte donc de propoſer mes réflexions ſur ce ſujet; eſpérant que la nouveauté, & la difficulté du ſujet m'excuſeront ſur ce qui ſera un peu obſcur, & mal énoncé, dans ce que je vais dire.

Qu'il me ſoit permis de faire une remarque générale ſur les raiſonnemens que j'aurai à faire pour prouver ma propoſition. Il eſt d'abord clair, qu'une diſcuſſion parfaite de cette queſtion ſuppoſe une connoiſſance très diſtincte, très exacte, & complette, de la nature des êtres intelligens finis. Car, pour juger ſi une choſe eſt poſſible ou non, il faut connoitre à fond l'eſſence de la choſe, puisqu'on ne peut juger poſſible ou impoſſible que ce qu'on voit clairement compatible

ou

ou incompatible avec l'eſſence du ſujet dont il s'agit. Or nous n'avons pas cette connoiſſance diſtincte & complette de l'eſſence des Etres intelligens. Il eſt par conſéquent inévitable qu'il ne nous reſte quelque incertitude ſur ce qui eſt poſſible par rapport à ces êtres.

Cette remarque ne tend pas uniquement à excuſer ce qu'il y aura d'incomplet dans les raiſonnemens ſuivans ; elle doit ſervir en même tems à rendre circonſpects ceux qui croyent avoir trouvé des objections contre la bonté ſouveraine de Dieu. Il ne leur eſt point permis de trop appuyer ſur ces doutes, à moins qu'ils ne ſoyent en état de démontrer d'une maniere ſatisfaiſante, qu'il a été poſſible à Dieu de mener les êtres intelligens au bonheur par un chemin plus court. Il ne ſuffit pas de ſuppoſer comme une propoſition évidente d'elle-même, que la choſe eſt poſſible. Pour en être abſolument aſſuré, il faudroit des connoiſſances infiniment plus étenduës que ne ſont celles que nous avons actuellement. Rien n'eſt plus ordinaire aux hommes, que de critiquer le gouvernement général du monde, & rien n'eſt plus difficile que d'en juger avec connoiſſance de cauſe. Dans une matière auſſi épineuſe & auſſi ſublime que celle-ci, je marcherai avec toute la timidité & toutes les précautions néceſſaires pour me garantir des faux pas.

Je commencerai par remarquer, *qu'aucun être intelligent fini ne peut devenir capable de jouïr d'un bonheur parfait, qu'après une ſucceſſion d'idées diſtinctes.* Il y a longtems qu'on a prouvé, que c'eſt un caractère diſtinctif de l'Etre infini, d'être tout-à-la-fois ce qu'il peut être, & que l'être fini ne peut devenir que ſucceſſivement, ce qu'il peut être. On peut prouver cela particulièrement pour les cas dont il s'agit ici. Nous avons vû plus haut, que le bonheur ſuppoſe des connoiſſances étenduës, des idées diſtinctes ; & par conſéquent tout ce qui eſt abſolument néceſſaire pour acquérir ces connoiſſances & ces idées. Or, en réfléchiſſant ſur la nature de l'Etre fini, nous voyons que, pour acquérir des connoiſſances, il lui faut néceſſairement du tems. Car ces connoiſſances ſuppoſent un très grand nombre

d'idées, & bien des idées diſtinctes. Suppoſons qu'un Etre intelligent fini ait toutes les idées poſſibles à la fois au premier moment de ſon exiſtence, c'eſt à dire, qu'il ait l'idée du Monde entier d'une manière que nos Philoſophes appellent intuitive. Cette idée totale du monde ſera néceſſairement très confuſe. Car, pour être diſtincte, il faudroit que l'Etre fini embraſſât d'un ſeul acte d'entendement tout ce qui exiſte, & ſa manière d'exiſter; il faudroit qu'il connût très diſtinctement toute l'eſſence du monde avec tout ce qui en dépend. Mais c'eſt juſtement la prérogative de l'Etre infini, qui n'eſt point borné. L'être fini, qui ne peut pas embraſſer tout à la fois, a beſoin de pluſieurs differens actes de l'entendement pour pouſſer ſa connoiſſance intuitive juſqu'à la clarté néceſſaire. Ne pouvant pas par ſa nature apporter une attention égale à tout ce que l'idée totale du monde renferme de particulier, il faut néceſſairement, qu'il dirige ſon attention ſucceſſivement d'un point à l'autre. De cette manière il lui faudra du tems pour connoître diſtinctement les differentes idées particulières qu'une idée complexe renferme, quelle que ſoit d'ailleurs la force de ſon eſprit.

De plus l'être fini n'étant pas capable d'avoir une connoiſſance diſtincte de l'eſſence du Monde, il ne peut bien connoître les événemens actuels & les effets des cauſes, que par l'expérience, qui ſuppoſe encore la ſucceſſion & le tems.

Enfin, ſi nous conſidérons attentivement le ſeul moyen poſſible d'acquérir des connoiſſances diſtinctes, qui reſte à l'être fini, nous trouverons qu'il ſuppoſe abſolument pluſieurs actes réïtérés & ſi différens l'un de l'autre, qu'ils ne ſauroient avoir lieu en même tems; l'attention, la réflexion, la mémoire, l'abſtraction, la combinaiſon, l'oppoſition, &c. ſont differens actes néceſſaires pour parvenir à des connoiſſances diſtinctes: & il ne paroit pas poſſible, qu'un Etre fini puiſſe exercer tous ces actes en même tems.

Tout cela prouve aſſez clairement, ſi je ne me trompe, qu'aucun être fini ne peut acquérir des connoiſſances étenduës & ſolides ſans beau-

beaucoup de tems, & qu'il eſt par conſéquent impoſſible, que Dieu eut créé ces êtres doués de toutes les connoiſſances néceſſaires au bonheur parfait. Je ſais bien qu'on ſuppoſe ordinairement, que la puiſſance infinie pourroit d'un ſeul acte de ſa volonté éclairer l'ame la plus ſtupide. Mais il ne ſuffit pas de s'imaginer de pareilles choſes. Un ignorant s'imagineroit que rien ne ſeroit plus facile à un Geométre que de faire un triangle, qui eut deux angles droits, choſe contradictoire. La ſuppoſition dont je viens de parler étant contraire à l'eſſence de l'être fini, quoique cela ne paroiſſe pas d'abord, elle devient impoſſible par là même, puiſque Dieu ne peut pas donner à l'être fini les attributs de l'être infini.

J'ai remarqué plus haut, & je l'ai prouvé ailleurs, que plus les connoiſſances de l'être intelligent ſont étendues & ſolides, plus toutes ſes facultés ſont parfaites, & plus il ſera capable de ſe garantir de toute ſorte de déplaiſir, & de jouïr des différentes eſpeces de plaiſir. De là il ſuit que, (les autres conditions étant égales,) plus la ſucceſſion a été longue, plus l'être intelligent ſera parfait, & par conſéquent plus ſon bonheur ſera grand. C'eſt donc du tems que l'être fini doit attendre ce que ſa nature bornée ne lui permet pas d'avoir d'abord. Quiconque a une idée de ce qu'on nomme connoiſſance & vérité, s'appercevra ſans peine que l'empire de la vérité & des connoiſſances eſt infiniment vaſte. C'eſt un Océan ſans bornes, dans lequel les êtres finis puiſeront éternellement de nouvelles idées, de nouvelles connoiſſances, & de nouveaux plaiſirs; ils ne ceſſeront jamais de croitre en connoiſſance & en perfection.

Tirons de tout cela une concluſion qui commencera à diſſiper l'épais nuage qui couvre la raiſon humaine par rapport aux queſtions ſur les voyes impénétrables de la Divinité. Si tout eſt néceſſairement ſucceſſif dans l'être fini, il eſt impoſſible qu'un tel être puiſſe être parfaitement heureux dès le premier moment de ſon exiſtence. Il ſort des mains du Créateur doué de tout ce qu'il lui faut pour le devenir ſelon ſon état, ou le rang qu'il occupe dans l'échelle infinie des êtres.

Mais c'eſt au tems à développer ſes facultés. Le commencement de ſon exiſtence eſt abſolument obſcur & foible. Peu à peu il acquiert des idées, qui d'abord ne ſont que confuſes. Ces idées excitent en lui des ſentimens foibles. Chemin faiſant la lumière entre peu à peu dans cette ame par l'exercice de ſes facultés innées. Les plaiſirs augmentent peu à peu en nombre & en intenſité, & on peut prévoir qu'ils augmenteront de même à l'infini; de ſorte que cet être, qui au moment de ſa création n'étoit qu'une Monade ſtupide & indolente, devient par la ſucceſſion des tems un génie puiſſant, qui approchera de l'Etre infini autant que l'être fini en peut approcher. Telle eſt ſa nature immuable.

Après avoir établi cette propoſition préliminaire, que le bonheur des êtres finis ne peut devenir parfait, que par la ſucceſſion des tems, je viens à l'examen de la queſtion principale; ſi ces êtres ne pourroient pas y parvenir ſans paſſer par des ſentimens desagréables? Ici il me ſemble qu'on doit d'abord prévoir que cet examen décidera pour la négative. Car, en conſidérant bien toutes les ſources de la peine, on trouve que l'imperfection des êtres intelligens y entre presque toujours comme cauſe. Or, tous les êtres finis étant néceſſairement imparfaits, ils ſont par leur nature expoſés aux peines, & n'en pourront être exempts, que lorsqu'ils ſeront parvenus au degré de perfection dont nous avons parlé plus haut, ce qui ne peut arriver que longtems après le commencement de leur exiſtence. Mais il eſt à propos d'entrer dans un examen plus particulier de cette queſtion.

Nous avons vû plus haut qu'une des conditions néceſſaires pour éviter toute peine, c'eſt que les deſirs, les ſouhaits, & les projets des êtres intelligens ſoyent dans un accord parfait avec les événemens du Monde. En effet les événemens du Monde contraires à nos deſirs, ſont la cauſe la plus ordinaire des peines. Il eſt donc ſurtout néceſſaire de bien examiner, s'il eſt poſſible, qui les êtres finis puiſſent être garantis de ces peines.

Le

Le Monde eſt un ſyſtème produit & arrangé par l'Etre infini ; (ce n'eſt au moins que d'après ce principe que nous raiſonons ici.) Toutes ſes parties ſont donc tellement liées enſemble, ſoit dans la ſimultaneité, ſoit dans la ſucceſſion, qu'elles forment un tout régulier, où tout doit être rangé conformément aux loix générales de la beauté & de la perfection, qui ſont l'eſſence de ce ſyſtème. Il ne faut qu'une legère attention pour voir, que toute autre idée du Monde eſt incompatible avec la notion d'un Créateur infiniment parfait. Cela étant, chaque événement du Monde tient au ſyſtème entier, & pour juger ſi telle choſe doit arriver dans le Monde, il faut avoir une idée diſtincte du Tout.

Maintenant il eſt clair, que chaque être intelligent à part ne peut former de deſſeins, ni concevoir de ſouhaits, qui ne ſoyent une ſuite naturelle & néceſſaire de ſes propres idées, parce que ces deſſeins & ces ſouhaits ſont des effets néceſſaires des idées qui les produiſent. Si, par exemple, telle choſe me paroit bonne, il eſt impoſſible que je ne ſente un deſir de la poſſeder ; comme d'un autre côté il eſt impoſſible, que j'aye de deſir rélatif à une choſe dont je n'ai point d'idée. De là il eſt clair que chaque être intelligent ne ſentira que des deſirs & des ſouhaits, qui ſont des effets néceſſaires de ſes propres idées. Or ces idées ſont néceſſairement conformes au rang & à la place que cet être occupe dans l'Univers, de même que proportionées à ſes facultés & au tems pendant lequel il a exiſté. Ces idées ſeront donc pendant aſſez long-tems très bornées, étant ſeulement priſes de cette partie du ſyſtème entier, que a été à la portée de l'être intelligent ; qui, comme nous l'avons déjà prouvé, n'eſt pas capable de voir d'abord diſtinctement l'état du Monde entier. De là il s'enſuit, qu'il n'eſt pas poſſible, que l'être fini puiſſe toujours être d'accord dans ſes deſirs avec les événemens, qui ſont les réſultats des loix du ſyſtème entier de l'Univers. Il eſt clair que cet accord parfait ne peut avoir lieu que dans la ſuppoſition, que l'être fini ait une idée diſtincte de l'Univers entiers, & de tous les reſſorts qui produiſent les événemens. Ce ſeroit alors qu'il

verroit toujours ce qui doit arriver, qu'il ſentiroit que tout arrive conformément aux loix de l'ordre & de la perfection, & qu'il ſeroit par conſéquent content de tout ce qui arrive.

Nous voyons effectivement, que plus un être intelligent avance dans la connoiſſance du Monde, moins il eſt ſujet à ſe tromper dans l'attente de ce qui doit arriver, & moins il aſpire à des choſes impoſſibles. L'idée du Monde entier eſt infiniment compoſée. On ne l'a d'abord que très confuſément : peu à peu elle ſe dévelope, & plus on fortifie ſa raiſon, plus les idées deviennent conformes au véritable état des choſes. D'où il eſt clair que les peines dont nous parlons, doivent diminuer de plus en plus. Les êtres intelligens croiſſent également en perfection & en bonheur. Et ſi ce Monde n'eſt pas infini, il eſt poſſible qu'un être fini puiſſe devenir parfait au point d'avoir une idée diſtincte du Monde entier ; & alors ces peines doivent entièrement ceſſer. Perſpective raviſſante, & capable d'inſpirer à tout être penſant le deſir de l'immortalité !

Il me paroit donc aſſez clair par tout ce que je viens de dire, *qu'il n'eſt pas poſſible, qu'un être fini puiſſe être exempt des peines, qui viennent de la contrarieté des ſes inclinations & de ſes deſirs avec les événemens du monde.*

Ce que je viens de remarquer peut aiſément être appliqué à une autre ſource de peines, qui eſt le desaccord des ſentimens, des actions, & en général du caractère moral d'un être intelligent avec les loix éternelles de l'ordre moral, qui fait le caractère moral du Monde. Un être intelligent, en entrant dans le Monde, ne peut en connoitre le caractère qu'après une longue expérience & beaucoup de réflexion. L'Etre ſuprême ne peut pas même le diſpenſer de cet apprentiſſage, parce qu'il eſt impoſſible, comme je l'ai prouvé plus haut, que l'être fini ſache tout à la fois. Pendant le tems que cet être ignore, ſoit en tout, ſoit en partie, les loix de l'ordre moral, de l'équité, & de la bonté, il eſt impoſſible qu'il agiſſe & penſe toujours en conſéquence de ces loix. Il ne juge que de la partie infiniment petite du monde qu'il

qu'il connoit le mieux ; & ſe connoiſſant ſoi-même le premier, ſes actions ne ſeront que rélatives à lui-même, & très ſouvent contraires aux loix générales. Pour entrer parfaitement dans ces idées, on n'a qu'à conſidérer le cas, où l'homme eſt en contradiction avec lui-même ; cas très frequent & très connu. Il lui faut beaucoup de tems avant qu'il connoiſſe même ſuperficiellement ſa propre nature ; & lorsqu'il la connoit, il lui faut un long exercice pour avoir cette idée toujours diſtincte devant les yeux. Or ſans cela il lui arrivera ſouvent d'agir contre ſoi-même, comme l'expérience ne le prouve que trop.

Je conclus donc, que chaque être intelligent fini eſt au commencement de ſon exiſtence néceſſairement ſujet à agir quelquefois contre les loix morales, & à contracter même des ſentimens & des affections contraires à ces loix, puisqu'il ne ſauroit être que foible par état, & très borné dans les motifs de ſes actions & dans les principes de ſes ſentimens. Cela étant, il eſt impoſſible de le garantir des peines qui viennent de cette imperfection. Car cela demanderoit que l'être fini ne s'appercût jamais de ſes défauts moraux. Mais comme la connoiſſance claire de ſon état & de ſon caractère eſt abſolument néceſſaire pour le bonheur, il ſeroit par là même privé d'une partie du plaiſir. Tel eſt le cas des bêtes, dont les actions ſont ſouvent contraires à l'ordre moral du Monde, & qui commettent des desordres fort ſemblables à ceux qui procédent des hommes. Mais elles n'ont aucun déplaiſir moral, parce qu'elles ſont incapables de réfléchir ſur leurs actions ; & par là même elles ne ſont pas ſuſceptibles non plus du plaiſir moral. D'où l'on voit, (pour le remarquer en paſſant,) qu'il ne faut pas ſe laiſſer tromper par les faux argumens de certains Philoſophes déclamateurs, qui élevent la condition des bêtes au deſſus de celle des hommes, par la raiſon qu'elles ſont exemptes d'une infinité de peines qui tourmentent l'homme. Il eſt vrai, que les bêtes dans leur état préſent ont moins de peine que les hommes ; mais le bonheur d'une bête eſt-il comparable à celui d'un être doué de ſentiment de raiſon & de réflexion ?

Il paroit donc réſulter clairement de tous ces raiſonnemens ; *qu'aucun être intelligent fini ne peut parvenir au ſuprême degré de bonheur dont il eſt capable, qu'en paſſant par toute ſorte de peine & de chagrin ; & qu'en voulant lui épargner les peines, il faudroit le priver de ce qui ſeul peut faire ſon bonheur.* Vérité capable de diſſiper le doutes inquiètans, qui ont été formés de tout tems contre la bonté ſouveraine de l'Etre infini, & de nous tranquilliſer entièrement ſur le bonheur à venir. En effet ſi aucune intelligence finie, quelque parfaite qu'elle ſoit, ne peut arriver au parfait bonheur, ſans paſſer par un état qui l'expoſe à toute ſorte de ſentimens desagréables, on n'a pas raiſon de s'étonner, ni de s'embaraſſer, de voir qu'un être tel que l'homme, très éloigné d'occuper le premier rang parmi les êtres finis, ſoit ſujet à paſſer par un état de miſère pour arriver au ſupreme degré de bonheur. Il eſt vrai, que nos connoiſſances ſont trop bornées pour voir en détail la néceſſité indiſpenſable de tous les maux, dont les uns affligent tous les hommes ſans exception, & les autres ne tombent que ſur quelques particuliers. Mais ſachant que les maux ſont en général indiſpenſables, nous devons nous repoſer entièrement ſur la bonté infinie de l'Etre ſuprême de ce qui en regarde la diſpenſation particulière. L'expérience ne nous montre de notre érat que le commencement, une partie infiniment petite. Car qu'eſt-ce qu'un ſiècle comparé à l'éternité ? Si par les cris d'un enfant nouveau né on vouloit mal augurer pour toute ſa vie, ce ſeroit une conjecture très déraiſonnable. La vie préſente de l'homme n'eſt que le premier inſtant de ſon exiſtence, qui très certainement ne peut pas être abſolument parfait ; mais l'imperfection de ce premier inſtant ne donne aucun lieu de s'imaginer que ſa condition eſt malheureuſe. Au contraire, plus nous examinons la nature des êtres intelligens, plus nous faiſons attention à ce que l'expérience même nous apprend, plus nous voyons, que toutes leurs facultés tendent d'un plus bas degré de perfection à un autre, & plus nous nous convainquons, qu'à l'avenir leur bonheur ſera parfait.

D'un

D'un côté nous voyons une bonté ſans bornes dans l'Intelligence qui a choiſi les êtres deſtinés à exiſter ; d'un autre côté nous voyons la nature même de ces êtres, qui les porte à ſe perfectionner de plus en plus. Le bonheur parfait ne pouvant avoir lieu, que lorsque la perfection de la nature eſt accomplie, tous nos ſoins doivent être dirigés à nous perfectionner. Auſſi longtems que nous ſentons notre propre imperfection, nous devons être aſſurés, que notre bonheur ne ſauroit être complet. A' meſure que nous avancerons en perfection, nous verrons diminuer le nombre de nos maux, & augmenter celui de nos plaiſirs. L'aſſurance que la perfection & le bonheur peuvent s'accomplir par la ſuite des tems, doit nous engager à fournir avec gayeté la carrière qui nous eſt ouverte, & nous pénétrer d'amour & de reſpect pour l'Etre infiniment bon, qui du néant a appellé tous les êtres à la felicité la plus complette, dont leur nature ſoit capable.

DEUX PIECES
EN FORME D'ESSAIS,

CONCERNANT,

L'UNE *LE PRINCIPE DE LA RAISON SUFFISANTE*,
ET L'AUTRE *LA LOI DE CONTINUITE'*;

PAR M. DE PREMONTVAL.

Je joins ici, Meſſieurs, deux pieces que j'ai compoſées il y a déjà fort longtems, & je vous les donne telles que je les couchai pour lors ſur le papier. J'ai traité depuis ces deux ſujets avec une toute autre force, & dans l'étendue qui leur convient : ce qui concerne *la raiſon ſuffiſante* dans un diſcours *ſur la nature, la réalité & les effets du hazard*, & ce qui concerne *la loi de continuité* dans ma *théologie mathématique*. L'une & l'autre de ces pieces vous étoient deſtinées, ainſi qu'il paroît par la forme ; ce ſont des diſcours où j'ai l'honneur de vous porter la parole. Mais leur longueur & quelques autres inconvéniens m'ont fait prendre un autre parti. Je ſupprime l'une pour quelque tems, & je me hâte de mettre l'autre en état de paroître au jour, (la piece ſur le *Hazard*). En attendant j'ai été bien aiſe de ſoumettre ici à votre jugement, dans ces legers eſſais, ce qui fait le fond de ma penſée.

PRE-

PREMIERE PIECE.

EXAMEN DE LA DÉMONSTRATION QUE M. WOLF DONNE, §. 70. DE L'ONTOLOGIE, DU PRINCIPE *DE LA RAISON SUFFISANTE.*

Voici le paragraphe.

„ *Rien n'eſt ſans une raiſon ſuffiſante, pourquoi il eſt plûtôt que* „ *de n'être pas*, c'eſt-à-dire, *ſi l'on ſuppoſe que quelque choſe eſt, il* „ *faut auſſi ſuppoſer quelque choſe, d'où l'on conçoive pourquoi il eſt* „ *plûtôt que de n'être pas.* Car, ou rien n'eſt ſans une raiſon ſuffi- „ ſante, pourquoi il eſt plûtôt que de n'être pas ; ou quelque choſe „ peut être ſans une raiſon ſuffiſante, pourquoi il eſt plûtôt que de „ n'être pas. Suppoſons que A ſoit ſans une raiſon ſuffiſante, pour- „ quoi il eſt plûtôt que de n'être pas. Donc il ne faut rien ſuppo- „ ſer (*) d'où l'on conçoive pourquoi eſt A. On admet donc que „ A eſt, parce que l'on prend le rien : (**) ce qui étant abſurde, rien „ n'eſt ſans une raiſon ſuffiſante ; ou, ſi l'on ſuppoſe que quelque cho- „ ſe eſt, il faut admettre auſſi quelque choſe, d'où l'on conçoive pour- „ quoi il eſt.

Pour le plus ſûr voici l'original.

„ Nihil eſt ſine ratione ſufficiente, cur potius ſit, quam non „ ſit, hoc eſt, ſi aliquid eſſe ponitur, ponendum etiam eſt ali- „ quid, unde intelligitur, cur idem potius ſit, quam non ſit. Aut „ enim nihil eſt ſine ratione ſufficiente, cur potius ſit, quam non „ ſit ; aut aliquid eſſe poteſt absque ratione ſufficiente, cur potius ſit, „ quam non ſit (§. 53.). Ponamus eſſe A ſine ratione ſufficiente,

(*) Ou bien, *Donc il faut ſuppoſer le rien.* Dans l'original, *Ergo nihil ponendum eſt.*]

(**) Ou bien, *parce qu'on ſupoſe que le rien eſt.* Dans l'original, *propterea quod nihil eſſe ſumitur.*]

„ cur potius ſit, quam non ſit. Ergo NIHIL PONENDUM EST, unde „ intelligitur, cur A ſit (§. 56.). Admittitur adeo A eſſe, prop- „ terea quod NIHIL ESSE ſumitur : quod cum ſit abſurdum (§. 69.), „ absque ratione ſufficiente nihil eſt ; ſeu, ſi quid eſſe ponitur, ad- „ mittendum etiam eſt aliquid, unde intelligitur, cur ſit. „

Ce n'eſt ici rien moins que la baſe fondamentale de la philoſophie Wolfienne, & le plus beau titre de ſa ſupériorité ſur la Leibnitzienne, qui n'a fait que propoſer comme un prétendu axiome, ce qu'on entreprend de démontrer ici en rigueur par le principe de contradiction. Je ne puis donc admirer aſſez l'étrange négligence d'expreſſion, qui s'y remarque, & qui ſeroit à peine ſupportable dans la ſcholie la moins importante. Au lieu de *rien n'eſt ſans une raiſon ſuffiſante*, que l'auteur eût mis, *tout a ſa raiſon ſuffiſante*, il évitoit le conflict embaraſſant de cinq *rien*, (nihil) pris trois fois dans un ſens, & deux fois dans un autre, en ſi peu de lignes. La clarté, la netteté du ſtile, ſont-ce donc des attentions indignes d'un philoſophe ?

Il y a plus. Quoique cette démonſtration ſoit conçue en aſſez peu de lignes, elle ne laiſſe pas au fond d'être très verbeuſe. Je le prouve en la réduiſant à ſa juſte étendue.

„ *Tout a ſa raiſon ſuffiſante pourquoi il eſt plûtôt que de n'être* „ *pas*, c'eſt-à-dire, *que ſi l'on ſuppoſe que quelque choſe eſt, il faut auſſi* „ *ſuppoſer quelque choſe d'où l'on conçoive pourquoi il eſt.* Car ſi A „ eſt ſans une telle raiſon, c'eſt donc *le rien* qu'il faut poſer pour con- „ cevoir pourquoi eſt A. On admet donc l'être de A, parce qu'on „ poſe l'être de *rien.* Ce qui étant abſurde, il faut dire que tout a ſa „ raiſon pourquoi il eſt. „

Je débaraſſe l'argument du conflict de ces *rien.* Je le débaraſſe de ce dilemme préliminaire, & très inutile ; *ou rien n'eſt ſans une raiſon ſuffiſante, pourquoi il eſt plûtôt que de n'être pas ; ou quelque choſe peut être ſans une raiſon ſuffiſante, pourquoi il eſt plûtôt que n'être pas.* Je le débaraſſe encore deux fois de cette ritornelle ennuyeuſe

yeuſe, *ſans une raiſon ſuffiſante pourquoi il eſt plûtôt que de n'être pas*, répétée ſix fois en tout, aſſurément ſans raiſon ſuffiſante. Enfin j'épargne la peine de relire à la concluſion la theſe entiere, au bout d'une carrière ſi courte. Mais oſeroit-on dire que j'énerve le moins du monde la penſée de notre philoſophe ? ou plûtôt ne faut-il pas avouer qu'il n'eſt pas poſſible de la rendre avec plus de préciſion & de clarté? Oui : mais peut-être auſſi n'eſt-ce pas là ce qui lui convient. On a peine à croire que quatre lignes toutes ſimples renferment des choſes ſi importantes. L'étalage impoſe bien mieux. Voyons donc ce qu'enferme l'étalage même.

Toute cette prétendue démonſtration porte ſur une équivoque que l'analiſe profonde de notre philoſophe n'a pas été capable de lui faire éviter. Il ſupoſe, (choſe incroyable!) il ſupoſe, que de dire, *que* RIEN *ne ſert à concevoir pourquoi* A *eſt plûtôt que de n'être pas*, c'eſt dire *que* LE RIEN *eſt ce qui ſert à faire concevoir pourquoi* A *eſt plûtôt que de n'être pas.*

„ Ergo *nihil ponendum eſt*, unde intelligitur cur A ſit. Admit„ titur adeo A eſſe, propterea quod nihil eſſe ſumitur. „

Il eſt encore plus formel dans la ſcholie.

Voici un arbre. S'il n'y a point de raiſon ſuffiſante pourquoi il eſt là plûtôt que de n'y être pas, il faut donc ſupoſer, ou que LE RIEN *s'eſt changé en cet arbre, ou que* LE RIEN *a produit là cet arbre, ou qu'il l'a transporté d'ailleurs.*

„ Aut ponendum erit, nihilum in arborem eſſe converſum, aut „ nihilum ibi locorum arborem produxiſſe, vel alibi natam illo in loco „ plantaſſe. „

Eſt-il poſſible d'abuſer du langage à ce point là ? Eſt-ce la même choſe de dire par exemple, *que rien n'a donné à Dieu ſes perfections*, ou de dire, *que c'eſt le rien qui a donné à Dieu ſes perfections ?* Comment donc peut-il venir à l'eſprit d'un homme, que de dire *que rien ne rend raiſon de l'exiſtence de* A, c'eſt prétendre, *que le rien eſt*

ce qui rend raiſon de l'exiſtence de A ; que c'eſt prendre le rien à cet uſage ; que c'eſt réaliſer le rien ? NIHIL ESSE SUMITUR ! Mais ne voit-on pas au contraire que celui qui aſſure *que* A *eſt ſans raiſon quelconque de ſon exiſtence*, bien loin de réaliſer le rien pour en faire la raiſon de A, exclud le rien même réaliſé, de ce qui pouroit être la raiſon de A ; comme il n'y a perſonne qui en diſant *que rien n'a donné à Dieu ſes perfections*, n'exclud le rien, réaliſé même par impoſſible, de ce qu'on voudroit ſupoſer avoir donné à Dieu ſes perfections ? Et de même en une infinité de phraſes pareilles. Oh trés certainement ! dire *que rien n'a ébranlé cet arbre*, n'eſt pas dire *que le rien l'a ébranlé !* dire *que rien n'a ſervi à Dieu de matiere pour créer* le monde, n'eſt pas dire *que le rien eſt une matiere dont Dieu s'eſt ſervi pour créer le monde.* Notre langue françoiſe a ici une clarté, & une netteté, que n'a point du tout la langue latine.

J'avouë que je n'imagine pas une mépriſe, & plus grande, & plus inconcevable, & d'une conſéquence plus terrible pour la philoſophie qui porte ſur un tel vuide. Ainſi donc voilà à quoi une logique ſi analiſée & ſi volumineuſe a conduit un des plus forts Penſeurs de notre ſiecle. Voilà la baſe triomphante de tant de traités qui viennent enſuite. Exemple acablant de la foibleſſe de l'eſprit humain, dans un des plus beaux génies & des plus attentifs ! Exemple qui aprend plus qu'à d'autres, à celui qui a le triſte honneur de le relever, combien il faut ſe méfier du terrein ſur le quel on entreprend de bâtir, ſurtout de ſi vaſtes édifices ; & combien il faut être circonſpect à proportion qu'on ſe ſent l'eſprit de ſyſtème ! Avec cet eſprit très eſtimable en ſoi, on enfante d'autant plus de chimeres, ſi l'on a le malheur que dès les principes il ſe ſoit gliſſé quelque faux. Je ne prétens pas au reſte que le principe de la raiſon ſuffiſante ſoit abſolument faux ; mais il l'eſt dans le ſens de beaucoup trop étendu que lui donnent M. Wolf & ſes diſciples. Et tant mieux après tout, puiſque, ces philoſophes ont beau dire, ce ſeroit l'introduction d'une fatalité, ou néceſſité, qui pour être hypothetique, & non tout-à-fait abſoluë, ſi l'on veut, n'en

ſe-

ſeroit pas moins *la ruine de toute imputation morale*, ainſi que je me fais fort de le prouver. Je dis que je m'en fais fort : car malgré ma défiance, je me ſens fort en effet, quand il s'agit d'établir des vérités d'une ſi grande importance pour le bien des hommes.

Avant de paſſer à la ſeconde piece, je vous prie, Meſſieurs, de me permettre d'inſerer ici, en forme de proteſtation de ma ſincere eſtime pour la mémoire de M. Wolf que le public vient de perdre, (*) ce que je dis de ce grand homme dans le diſcours que j'ai anoncé cy-deſſus. (**) C'eſt à l'occaſion d'une autre méprife pour le moins auſſi palpable, & que presque toute l'école Leibnitzienne, auſſi bien que lui, a fidélement copiée de Leibnitz.

„ Pour moi j'ai peine à me perſuader d'un génie tel que Leibnitz, „ qu'il y ait autre choſe ici qu'une pure inatention, J'en voudrois „ pouvoir dire autant de ſes illuſtres diſciples ; mais il n'eſt que trop „ vrai que le reſpect, l'atache, la tendreſſe, une exceſſive docilité, les a „ plus d'une fois fait ériger en doctrine formelle ce que ce grand hom- „ me eût déſavoué pour peu qu'il y eût pris garde. Qu'oſerons- „ nous donc prononcer de leur infatigable chef, M. le Baron Wolf, „ ſi longtems l'objet de leur vénération, depuis peu celui de leurs re- „ grets ? Il n'eſt plus : ou, pour parler plus philoſophiquement, „ auſſi-bien que plus chrétiennement, il a quité ce ſéjour d'erreur ; il „ eſt dans la gloire, duë à ſes vertus, & à ſon amour pour la vérité.

„ Candidus inſuetum miratur limen Olympi,
„ Sub pedibusque videt nubes & ſidera Daphnis ;

„ devons-nous croire, avec infiniment plus d'aſſurance, que Leibnitz „ ne le préſume de Baile à la tête de la Théodicée. Du ſein de cette lu- „ miere pure dont M. Wolf eſt éclairé, dépouillé, avec la condition „ mortelle, de cette ſenſibilité trop vive, que les philoſophes même les „ plus vertueux ne peuvent s'empécher d'avoir pour leurs opinions, il „ per-

(*) Ces pieces ont été lues le 16 Mai 1754.]
(**) Sur la nature, la réalité & les effets du Hazard.]

„ permettra que je m'explique avec franchiſe. Si mon cœur eſt ou-
„ vert à ſes yeux, il y voit ce ſoulagement qu'au moins me cauſe ſa
„ mort . . . . ſa mort, qui étant un bonheur pour lui n'eſt pour ſes
„ amis au bout d'une ſi longue carierre qu'un malheur qu'ils aten-
„ doient, ... ce ſoulagement de n'avoir point à empoiſoner les
„ derniers jours d'un vieillard reſpectable, par des obſervations, &
„ des critiques, d'autant plus fâcheuſes qu'elles ne ſont que trop bien
„ fondées. Puiſſent ſes diſciples, par ce motif-là-même, perdre avec
„ lui un peu de cette ſenſibilité qu'on leur reproche! Puiſſent-ils
„ n'oublier jamais ce qu'il a démontré ſi au long, & avec une com-
„ plaiſance marquée, dans un des derniers volumes de ſa morale;
„ *qui diſſentientem odio habet, ſtultus eſt!* Oui, il faut être privé de
„ raiſon, & encore plus, d'humanité, pour haïr ceux qui ont le mal-
„ heur de penſer autrement que nous, en matiere de religion.
„ Qu'eſt-ce donc en matieres purement philoſophiques? Qu'ils ché-
„ riſſent, qu'ils vénerent ſa mémoire! . . . . Ses ſolides vertus, ſon
„ mérite, ſes travaux, les perſécutions qu'il a aſſuyées, l'acharnement
„ de gens que rien ne conſole de la ſupériorité de ſa réputation; toutes
„ ces choſes les attachoient avec raiſon à ſa perſonne. Mais qu'ils diſtin-
„ guent d'indignes railleries, ou des invectives atroces, d'avec une
„ critique dont la vivacité n'inſulte qu'à la foibleſſe générale de l'eſprit
„ humain; jamais à des génies qui en ſont la gloire dans leur force,
„ & le déſeſpoir dans leur foibleſſe.„

SECONDE PIECE.

REMARQUE SUR LA *LOI DE CONTINUITE'*.

Entre tous les principes chéris du grand Leibnitz, l'un des plus ſpécieux eſt celui qu'il appele *la loi de continuité*. Selon lui la nature n'admet jamais de ſauts ; jamais de paſſages brusques d'un état à un autre ; tous les changemens ſont amenés d'une façon imperceptible. C'eſt ce qu'il explique merveilleuſement par l'exemple des ſéries, & ſurtout par celui des courbes, où les bizareries les plus étranges, & les changemens les plus brusques en apparence, ſont toujours en effet préparés par des paſſages imperceptibles, & aſſujettis à des loix conſtantes. Je me pique d'être un des plus zélés admirateurs de Leibnitz : cependant je ne puis voir ici qu'une pure erreur ; erreur où il a ſu attacher tout le ſublime de ſon génie, mais qui pour cela n'en eſt pas moins ce qu'elle eſt, une pure erreur.

Après en avoir été ébloui quelque tems comme les autres, un peu plus de réflexion m'a fait reconnoître enfin, que la loi de continuité eſt fauſſe en infiniment plus de cas qu'elle n'eſt vraie, même dans le genre mathématique. Que ſera-ce du moral qui eſt le plus important objet ? Pour le phiſique je ne le conſidere point ici.

Je trouve la loi de continuité démentie dès le premier pas de la premiere & de la plus ſimple de toutes les ſéries, celle des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. Ce que je vais dire demande un peu d'attention, à cauſe d'un air de paradoxe qui d'abord révolte. N'importe. Qui s'effraie de paradoxes, doit être renvoyé chez le peuple ; je ne le tiens pas digne de la qualité de philoſophe.

Examinons de près cette ſérie, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. Je dis que tant s'en faut que tous les changemens y ſoient nuancés, qu'au contraire il y a dès le premier pas un ſaut des plus étranges. On s'imagine que la différence qui eſt entre 1 & 2, eſt la même que celle qui eſt

entre 2 & 3; & que cette différence ne conſiſte qu'en une unité de part & d'autre, & rien de plus. Point du tout. Je ſoutiens, & l'on en va convenir, qu'il y a entre 1 & 2 une différence, ou ſi l'on veut, une diſparité infiniment plus grande à certains égards, non ſeulement que celle qui eſt entre 2 & 3, mais même que celle qui eſt entre 2 & 4, entre 2 & 5, entre 2 & 6, entre 2 & 10, entre 2 & 1000, entre 2 & un million, entre 2 & tel nombre ſi grand qu'il ſoit, fût-il infini. Voici pourquoi. C'eſt que 2 a de commun avec 3, avec 4, avec 5, avec 1000, avec mille millions, avec tel nombre que ce ſoit, l'idée de pluralité; idée qui n'eſt point commune à 1 & 2. Mais cela me ſuffit-il pour établir la diſparité infinie dont je parle? Oui; & j'en juge par un effet, où ce que cette diſparité a d'infini frappe avec toute l'évidence poſſible.

Je mets deux billets A & B dans un baſſin, je les balote & tire au hazard. Je gage de tirer A: il y a pari égal, un contr'un, que je réüſſis. Je mêle A avec B & C. Il n'y a dans ce cas qu'un à parier contre deux que je tirerai A; mais ſi l'on me permet de m'y reprendre à deux fois, il y a pari égal. Je mêle A avec B, C, D. Il n'y a qu'un à parier contre trois que je tirerai A; mais en trois coups, pari égal. Enfin je mêle A avec cent mille millions de billets. Alors la probabilité de tirer A eſt bien petite; il n'y a qu'un à parier contre cent mille milions: mais en cent mille milions de repriſes l'égalité revient. Quelque grand que ſoit un nombre, quelque exorbitant, & au delà de toute imagination, en répétant les repriſes un pareil nombre de fois, l'égalité du pari reviendra donc toujours infailliblement, ni plus ni moins qu'au nombre 2, ſecond terme de la ſérie. Il n'en eſt pas de même de 1, le premier terme. Ne mettez que le ſeul billet A dans le baſſin, & tirez; il n'eſt pas poſſible que vous ne tiriez A; ce n'eſt point une probabilité, c'eſt une certitude, & une certitude du plus haut degré, une néceſſité. Quoique la diſtance ſoit ſi petite entre le terme 1 de la ſérie des nombres naturels & le terme 2, il y a donc là une différence incomparablement plus grande, qu'entre le terme 2 & le terme cent mille millions, ſi éloignés l'un de l'autre. Il y a là une

diffé-

différence de nature, une diſparité infinie, une vraie ligne de ſéparation, qui ne ſe trouve point entre les autres termes, par deſſus laquelle il ſe fait un ſaut des plus réels, & des plus ſinguliers, dans une ſérie où tout ſemble procéder d'une façon ſi uniforme.

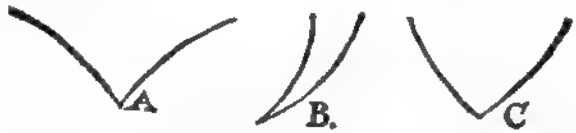
Mais outre cette diſparité il y en a bien d'autres, très eſſentielles, quoique moins conſidérables. Ce ſont alternativement des nombres pairs & impairs. Il eſt vrai qu'il y a dans cette alternative-là-même une uniformité : mais ce n'en eſt pas moins une alternative de petits ſauts du pair à l'impair, c'eſt-à-dire d'une nature à une nature fort différente. Enſuite il y a des nombres primitifs, des nombres quarés, des nombres cubes, des nombres q̃ui ſont enſemble quarés & cubes, des nombres triangulaires &c. Ne ſont-ce point là des différences de nature plus ou moins grandes, & plus grandes qu'il ne ſembleroit devoir réſulter de l'addition uniforme & continuelle de l'unité? Le nombre 4 ſemble n'avoir de plus que le nombre 3 qu'une unité, de même que 3 à l'égard de 2 : mais il y a une différence de nature bien plus grande ; il eſt quaré, au lieu que 2 & 3 ne le ſont point. Le terme 5 qui ſuit n'eſt point quaré, non plus que 6 & 7. Enſuite 8 qui n'eſt point quaré non plus, eſt cube ; & 9 qui n'eſt point cube, eſt quaré, &c. Je demande où la loi de continuité ſe trouve dans tout cela. Ce qu'il y a à dire, c'eſt qu'il y a continuité en un ſens, & qu'il n'y a pas continuité en un autre ſens, ou plûtôt en une infinité d'autres ſens. Vû qu'ici rien n'eſt contingent, il n'y a point de termes poſſibles entre deux termes qui ſe ſuivent : mais deux termes qui ſe ſuivent different ſouvent plus, que ne different deux termes entre leſquels il y en a d'autres poſſibles ; ce qui ſuffit pour renverſer toute la réalité, & par conſéquent tout l'uſage de ce grand principe, à l'égard des choſes qu'on avoue être contingentes.

La loi de continuité, diſent les Leibnitziens, exclud le vuide de la nature. Je ne ſuis point partiſan du vuide, mais cette raiſon de l'exclure ne laiſſe pas de me paroître fort mauvaiſe. Qu'entre deux corps, c'eſt-à-dire entre deux portions d'étendue matérielle, il y eût

une portion d'étendue différente, y auroit-il, (à la contingence près) un ſaut plus grand que celui que j'ai démontré entre 1 & 2, ou ſeulement que celui qui ſe trouve dans les trois nombres, 12, 13, 14, dont 13 eſt impair & primitif, tandis que 12 & 14 ne ſont ni l'un ni l'autre, natures ſi différentes? Enſuite vient 15 qui eſt impair ſans être primitif, & ainſi de ſuite avec une bizarerie infinie. Il eſt vrai que chaque eſpece de nombres, les primitifs, les pairs, les impairs, les quarés, les différences des quarés, les cubes, les différences des cubes, les triangulaires, quadrangulaires, pentagonaux, forment diverſes ſéries particulieres aſſujetties à des loix conſtantes, conues, excepté les primitifs dont les bizareries n'ont encore pû être aménées à aucune formule. Mais qui oſeroit dire que dans le ſyſtème phyſique du monde l'alternative du plein & du vuide ſeroit plus irréguliere & plus bizare, que l'alternative des nombres primitifs & des ſecondaires dans le ſyſtème arithmétique. Il y a cette différence que dans l'alternative du plein & du vuide, c'eſt la contingence qui eſt bizare, à qui il apartient de l'être; au lieu que c'eſt la néceſſité qui l'eſt dans la ſucceſſion des nombres. Oh! ſi la néceſſité eſt bizare, comment la contingence ne le ſeroit-elle pas?

Je vais plus loin. Je ſoutiens que ces courbes dont les Leibnitziens ſont un uſage ſi ſpécieux, ſuffiſent ſeules pour ruiner leur principe de continuité. Ce qui eſt ſuſceptible de plus ou de moins de leur propre aveu eſt réductible à la *minimité*, d'où il n'y a plus qu'un pas à la *nullité*. Certes l'uniformité eſt moindre dans les élipſes que dans les cercles, moindres dans les paraboles & les hyperboles, que dans les élipſes, & beaucoup moindres encore dans ces courbes étranges à diverſes branches qui ſe coupent, à nœuds, à feuilles, à points de rebrouſſement & d'inflexion, & ſurtout à points iſolés. Cependant ce n'eſt point là deſſus que je preſſerai. Je conſens que la loi de continuité ſoit des plus exactes dans chaque courbe: mais, je vous prie, leurs diametres, leurs ordonnées, leurs tangentes, &c. ne ſont-ce point des choſes qui ſoient dans la nature? Or, où donc eſt la loi de con-

continuité dans l'angle mixte formé par ces lignes & par les portions de la courbe ? De ces trois ſortes d'angles curvilignes formés par des portions de courbes,



tous les géometres ont admis la premiere ſans conteſtation ; on a fort diſputé ſur la ſeconde, & il n'y a qu'une voix pour rejetter la troiſième comme *batarde ;* c'eſt leur terme. Cela n'eſt-il pas plaiſant ? Dites que cette troiſième eſpece n'eſt pas exprimable par une formule algébrique, & appelez cela batardiſe, ſi vous voulez : mais ne dites pas que cette eſpece n'eſt point dans la nature. Comment ? Eſt-ce que le papier que je tiens, & l'encre avec laquelle j'ai tracé cette figure C, ne ſont point dans la nature ? L'un & l'autre y ſont aſſurément, auſſi bien que vos courbes les plus parfaites. En quelque genre que ce ſoit, ce qu'on appelle batardiſe eſt d'inſtitution humaine, & la nature ne le connoît point. Toutes les courbes qu'il vous plait d'appeler *batardes*, parcequelles ſe refuſent à vos calculs, & les figures les plus bizares qui ſe puiſſent tracer, ne fût-ce qu'un ſimple griſonage, ſont donc de la nature & dans la nature ; & par conſéquent tout ce qui ſe peut conclure de la continuité qui ſe trouve dans les courbes qu'on nomme *algébriques*, c'eſt qu'il y a quelquefois continuité dans la nature. Qu'il y ait toujours continuité, cela eſt faux & infiniment faux. En un mot il en eſt de la continuité comme de l'uniformité. Il y a une uniformité conſtante dans la courbure des cercles : mais celui qui en voudroit conclure que toutes les autres courbes où la courbure varie n'appartiennent point à la nature, ſeroit ridicule. Il y a des courbes où la loi de continuité ſe trouve conſtamment obſervée malgré les bizareries les plus frappantes : mais il eſt ridicule de prétendre que la nature ne connoît que de pareilles courbes, tandis qu'elle frappe de toutes parts nos yeux d'une infinité de traits & de figures qui n'ont rien de continu, & que ſans aller ſi loin, un ſeul angle rectiligne eſt le démenti de cette prétendue loi.

Pour ce qui eſt d'appliquer à toute la ſuite de la vie humaine, & même plus loin, à la durée de nos ames immortelles, cette grande loi de continuité, c'eſt quelque choſe de plus dangereux ſelon moi qu'il n'eſt ingénieux. La naiſſance eſt un développement, la vie une petite portion de courbe fort bizare dans ſon peu d'étendue, pleine de nœuds, de rebrouſſemens, d'inflexions; la mort eſt une de ces inflexions, mais plus ſenſible que toutes les autres, laquelle devient l'origine d'une branche infinie & uniforme, qui eſt l'éternité à venir: le tout aſſujéti à une loi ſi conſtante, qu'un algébriſte qui auroit les données ſuffiſantes, en pouroit dreſſer la formule & aſſigner l'équation. Tout cela eſt fort ſublime; mais il eſt viſible que c'eſt introduire jusque dans la morale la fatalité mathématique. C'eſt établir une deſtinée au pied de la lettre. J'avouë qu'il m'a paru longtems que tout entraînoit à cette doctrine. Mon eſprit a eu de la peine à s'en défendre, mais mon cœur s'eſt roidi & ſe roidira toujours contre ce torrent. Leibnitz & ſes diſciples ſe ſont aucontraire roidis contre le hazard; & en effet il n'y a point de milieu, il faut ou hazard ou fatalité dans le monde. La fatalité détruit la liberté, anéantit la morale, fait de l'être ſuprême une piece, ou mépriſable par ſon inutilité, ou déteſtable à force d'être néceſſaire (*). Le hazard, comme je l'entens, eſt fils de la liberté, & il en eſt le pere. Avec la liberté eſſentielle à l'homme je concilie la juſtice & la bonté dans Dieu. J'en reviens donc à mon *apophtegme* favori: *S'il y a un Dieu, il y a un hazard; s'il n'y a point de hazard, il n'y a point de Dieu.* (**) Mais ce ha-

(*) Je penſois cela avant d'avoir lu l'excellent ouvrage de M. *Thourneiſer*, & je le penſe encore après l'avoir lu & relu.]

(**) En d'autres termes: *S'il a un Dieu, il n'y a aucune ſorte de fatalité dans nos actions; s'il y a quelque fatalité dans nos actions, il n'y a point de Dieu.* En d'autres termes encore: *S'il y a un être infiniment bon & juſte, nos actions, criminelles ſurtout, n'ont point une raiſon ſuffiſante, une raiſon complete, antérieurement, dans l'eſſence même de notre être ou dans la connexion des choſes; ſi nos actions criminelles ont une raiſon ſuffiſante, une raiſon complete, antérieurement, dans l'eſſence même*

hazard que j'admets, n'eſt point en Dieu. Jamais, jamais il n'approche de l'infinie ſageſſe ; il ne réſulte que des actions libres des créatures. De même que dans le mathématique, où tout eſt néceſſaire, pour une ligne ou une ſérie aſſujettie à une formule, il y en a une infinité qui ne le ſont point ; je veux à plus forte raiſon que dans le moral, où tout eſt contingent, la plupart des ſéries d'actions ne ſoient rien moins que ſoumiſes à de pareilles loix. L'éternel géometre ne calcule que ce qui peut être calculé, & n'applique point ſes formules à ce qui ſe refuſe à des formules.

Vous retrouvez ici, Meſſieurs, pluſieurs traits que vous avez vu plus approfondis dans mes *Penſées ſur la Liberté*, & qui le ſeront encore davantage dans mon *Traité ſur le Hazard*. En voici un autre que j'ai déjà pareillement touché, ſur lequel je ne puis trop vous conjurer de réfléchir. Je finis par là en peu de mots.

En conſéquence du principe de la raiſon ſuffiſante & de la loi de continuité, l'état actuel de l'univers dépend des états qui ont précédé, au point ; que, quand l'univers d'une étenduë ſans bornes renfermeroit une infinité d'infinités d'êtres, ſi cet univers étoit anéanti & recréé dans l'état où il étoit il y a ſix mille ans, il n'arriveroit à aucun de ces êtres, infiniment infinis en nombre, quoi que ce ſoit en ſix mille ans, que ce qui leur eſt arrivé ; & cela, quand l'alternative d'anéantiſſement & de création, puis de durée pendant ſix mille ans, ſe réïtéreroit une infinité d'infinités d'infinités de fois. Si ce n'eſt pas là le fatalisme le plus cruel, je n'en ai point d'idée. Je ne ſai ce que c'eſt qu'une poſſibilité qui en pareilles rencontres ne ſeroit jamais réduite à l'acte. Il n'y a point d'homme, s'il n'a la tête embaraſſé de ſiſtème, point d'homme gui-

même de notre être ou dans la connexion des choſes, il n'eſt point vrai qu'il y ait un être infiniment bon & juſte. Mais ſi nos actions n'ont point une pareille *raiſon* qui les *détermine* à être plûtôt qu'à n'être point, il s'y mêle donc quelque choſe de *fortuit*. Donc il y a un *hazard*, s'il y a un *Dieu*.

[Voyez mon Traité *du Hazard ſous l'empire de la Providence.*]

guidé par le ſimple bon ſens, qui ne ſoit convaincu que dans chaque action particuliere, où il a bien ou mal fait, il n'ait pu faire toute autre choſe, en ſorte que s'il s'agiſſoit d'être remis pluſieurs fois préciſément dans les mêmes conjonctures, il ne craignît tout de bon de ne pas ſi bien faire, ou n'eſpérât ſérieuſement de faire mieux, ſinon la premiere fois, du moins en dix, du moins en cent, probablement en mille, plus que probablement en un milion, très certainement en une infinité de fois, & plus qu'infalliblement s'il s'agit d'une infinité d'êtres remis une infinité de fois à une pareille épreuve. Cependant il n'en eſt rien : ce ſeroit toujours la même choſe, ſelon la philoſophie Leibnitzienne. Voilà le vrai fatalisme, Meſſieurs, & non chez moi, qu'on en accuſe pour avoir découvert la plaie cachée, & y avoir porté une ſonde douloureuſe dans l'eſpérance de la guérir. J'y réüſſirai. Ecoutez bien ce que j'ai l'honneur de vous dire. J'en ai pour garant, avec la bonté de la cauſe, mes bonnes intentions & l'opiniâtreté de mon travail. Mais il faut encore des cris, & des tortures. . . . Veuille celui de qui procede tout heureux ſuccès ſeconder des efforts qui ſans lui ſeroient ſuperflus !

APPENDICE.

Le principe de la raiſon ſuffiſante, & la loi de continuité, ſont deux chaînes dont la philoſophie Wolfienne accable les êtres libres : mais ces chaînes ſe tiennent de façon, que la premiere rompue l'autre tombe d'elle-même. On ne ſauroit donc trop inſiſter ſur l'invalidité du principe, ni mettre en un trop grand jour la ſinguliere preuve qu'en donne M. Wolf. Ses diſciples ſe ſont extrémement tourmentés pour trouver à cette preuve des tours plus heureux. Ils ont beau faire; c'eſt toujours le même vice radical. Pourquoi ? C'eſt qu'avec tout le génie du monde on ne peut rien dire de raiſonnable ſur un principe qui eſt également ſimple & faux. La fauſſeté amene le faux, & la ſimplicité un faux palpable. Il n'y a que la prévention que cauſe l'eſprit de parti, qui puiſſe tenir contre une évidence de cette nature.

Un des plus illuſtres défenſeurs de cette preuve, M. le Profeſſeur Baumgarten, l'exprime en cette ſorte, §. 20. de ſa métaphyſique.

„ Toute choſe poſſible a une raiſon, ou non. Si elle a une rai-
„ ſon, *quelque choſe* eſt ſa raiſon. Si elle n'en a point, *rien* eſt ſa rai-
„ ſon. Donc la raiſon de toute choſe poſſible eſt *quelque choſe* ou *rien*.
„ Si rien étoit la raiſon de quelque choſe, *rien* ſeroit *quelque choſe*.„

C'eſt ſous un autre tour l'équivoque malheureuſe de M. Wolf. *Rien n'eſt la raiſon de A ;* ou *rien eſt la raiſon de A :* c'eſt fort différent. Le dernier porte effectivement *que rien eſt quelque choſe qui eſt la raiſon de A ;* l'autre en aucune façon. *Rien n'a fait ce qui n'eſt pas fait.* Eſt-ce prétendre *que rien eſt quelque choſe qui a fait ce qui n'eſt pas fait ?* Tout de même. *Rien n'eſt la raiſon de A qui n'a point de raiſon.* Eſt-ce donc prétendre *que rien eſt quelque choſe qui eſt la raiſon de A qui n'a point de raiſon ?* Je défie qu'on ſe tire de là.

Je ne connoiſſois que la ſeconde édition de la métaphyſique de M. Baumgarten, quand je fis cette remarque qui n'eſt que l'abrégé de ce qu'on vient de lire contre la preuve de M. Wolf. On m'a fait voir

depuis une préface ajoutée à ſa troiſième édition, où l'on croit qu'il répond à cette remarque : mais la difficulté à quoi l'illuſtre Profeſſeur tâche de répondre, eſt très différente de la mienne, & très juſte. Il eſt eſſentiel d'en établir la différence. Ce ſont deux coups pour un que reçoit la même erreur.

On a fait un raiſonnement parallele à la preuve de M. Wolf, ſous le tour même que lui donne M. Baumgarten.

„ Toute choſe poſſible a une étendue, ou non. Si elle a une „ étendue, *quelque choſe* eſt ſon étendue. Si elle n'en a point, *rien* eſt „ ſon étenduë. Donc l'étendue de toute choſe poſſible eſt *quelque* „ *choſe* ou *rien*. Si rien étoit l'étendue de quelque choſe, *rien* ſe- „ roit *quelque choſe*. „

L'on voit qu'il n'y a que le mot *étendue* ſubſtitué au mot *raiſon*. Qu'on ſubſtitue de même *figure*, *couleur*, *poids*, *mouvement*, *&c.* on aura une infinité de rétorſions qui aboutiſſent à des fauſſetés viſibles. M. Baumgarten en convient : „ mais, dit-il, cette derniere propo- „ ſition, & les ſemblables qu'on pouroit faire ; *ſi rien étoit l'étendue* „ *de quelque choſe, rien ſeroit quelque choſe* : ne peuvent pas être prou- „ vées avec la même évidence, que j'ai prouvé, moi, ma derniere „ propoſition ; *ſi rien étoit la raiſon de quelque choſe, rien ſeroit quel-* „ *que choſe*. C'eſt là l'écueil. *Hoc opus, hic labor.* „ L'écueil n'eſt pas dangereux, ni le travail digne d'Hercule. La preuve que l'illuſtre Profeſſeur a jugé à propos d'ajouter à ſa derniere propoſition, eſt celle-ci.

„ Si *rien étoit la raiſon* de quelque choſe poſſible, *rien* ſeroit ce „ d'où l'on pouroit *concevoir* pourquoi cette choſe eſt poſſible. Or „ ce d'où l'on peut *concevoir* pourquoi une choſe eſt poſſible, cela „ même peut être *conçu*. Donc c'eſt *quelque choſe*. Donc *ſi rien* „ *étoit la raiſon &c.* „

En voici la pareille en autant de termes pour la rétorſion. Je demande ce qui y manque.

„ Si

„ Si *rien étoit l'étendue* de quelque choſe poſſible, *rien* ſeroit ce „ d'où l'on pouroit *concevoir* dans cette choſe les vérités géométri- „ ques. Or ce d'où l'on peut *concevoir* quelque choſe, cela même „ peut être *conçu*. Donc c'eſt *quelque choſe*. Donc *ſi rien étoit l'é-* „ *tendue &c.* „

Chicanera-t-on ſur ce que *ce d'où l'on pouroit concevoir dans une choſe les vérités géométriques*, n'eſt pas la définition de *l'étendue d'une choſe*, de même que *ce d'où l'on pouroit concevoir pourquoi une choſe eſt poſſible*, eſt la définition *de la raiſon de cette choſe*. Il ſufit que l'uſage de *faire concevoir* ſoit également inconteſtable, pour que la rétorſion ſoit triomphante. Au reſte ce n'eſt pas mon afaire. Ma remarque eſt toute autre choſe. C'eſt ſi bien autre choſe qu'elle ne ſe peut rendre ni en latin, ni en allemand. Elle tient à la différence très ſenſible de ces expreſſions, que les étrangers ſeuls peuvent confondre ; *rien n'eſt la raiſon*, ou *rien eſt la raiſon*. Tant la propriété des langues influe ſur la maniere de penſer ! L'énorme paralogiſme où s'opiniâtrent ici des perſonnes de beaucoup de mérite, & ſur quoi ils bâtiſſent des édifices immenſes, ne leur ſeroit pas même venu à l'eſprit ſi dans cette occaſion ils euſſent *penſé en langue françoiſe* (*). Mais ils ont penſé en allemand ou en latin ; & le malheur veut qu'il y ait là, un tour qui les trompe, d'autant plus aiſément qu'il s'accomode à leur beſoin.

„ Omne poſſibile, aut habet rationem, aut minus. Si habet „ rationem, aliquid eſt ejus ratio. „

(*) Bien entendu qu'en d'autres rencontres la langue françoiſe a ſes déſavantages : je ſuis fort éloigné de la croire ſupérieure, en particulier à la latine, pour la préciſion & la netteté. Qu'on eſſaye de traduire, par exemple, la métaphyſique de M. Baumgarten, que je tiens un chef-d'œuvre à ces deux égards. J'en avois eu le deſſein ; mais j'ai trouvé que notre langue s'y refuſe abſolument. Tout ce que je veux donc dire ici ; c'eſt qu'il y a telle erreur où l'on tombe parce que l'on penſe en une langue, & où l'on n'auroit pas été dans le moindre risque de tomber ſi l'on eût penſé dans une autre. Se méfier de toutes eſt le plus ſûr.]

Soit. Cela ne pèche que par être trop vrai ; de beaucoup trop vrai, comme je le ferai voir en finiſſant.

L'on continue. „ Si non habet, nihil eſt ejus ratio. „

J'arête. Traduiſez-moi en françois, *nihil eſt ejus ratio.*

„ Volontiers : *rien . . . . eſt ſa raiſon.* „

Parlez françois, je vous prie. De grace, c'eſt du françois que je demande. Nous diſons, nous ; *rien . . . n'eſt*, & non pas, *rien . . . eſt.* Or de *rien n'eſt la raiſon*, qui eſt très vrai, je vous défie de conclure, autrement qu'en plaiſantant, & en ſtile burlesque, *que la raiſon d'une choſe eſt quelque choſe ou rien.* A parler ſérieuſement, cela ſignifie *qu'une choſe a une raiſon, ou qu'elle n'en a point ; & que ſi elle n'en a point, elle n'en a point.* Vous n'êtes pas après votre détour plus avancé qu'auparavant.

Mais vous obſtinez-vous à traduire comme vous avez fait, & à prétendre en vertu du tour de phraſe, *que rien . . . eſt la raiſon de ce qui n'a point de raiſon ?* Je vous le nie tout net, & vous oblige de le prouver. C'eſt à quoi vous n'avez pas penſé. *Rien . . . eſt* n'eſt donc qu'un piege où vous vous prenez vous même, ou bien où vous voulez prendre les autres ; comme ſi ce tour feſoit *de rien quelque choſe.*

Vous concluez : *ſi rien étoit raiſon, rien ſeroit quelque choſe.* Je vous le nie encore, au lieu que la rétorſion précédente l'accorde. Je vous dis que dans l'étrange langage où l'on ſouffre cette propoſition ; *rien eſt la raiſon de ce qui n'a point de raiſon ;* ce *rien* pour cela ne devient pas *quelque choſe*, puisque c'eſt bien une raiſon, mais une raiſon qui eſt *rien* & non *quelque choſe.*

Allons. Vous faites un nouvel effort. Vous vous retranchez d'une preuve ultérieure, que ceux qui vous combatoient ne ſongeoient point à vous demander. Vous inſiſtez ſur ce que, qui dit *raiſon*, dit *ce d'où l'on peut concevoir pourquoi une choſe eſt poſſible.* Pour rendre ce retranchement ſans uſage, je diſtingue. Car puisqu'il vous plaît de jouer ſur les termes, on peut vous imiter. Je diſtingue donc. Oui, quand

quand *raiſon eſt quelque choſe :* mais quand *raiſon eſt rien*, ou que *rien eſt raiſon*, c'eſt le contraire. C'eſt *ce d'où l'on ne conçoit point ; ce qui n'eſt point non plus à concevoir ;* ce qui *n'eſt rien*, ou ce qui *eſt rien*, comme vous voudrez. A-peu-près, comme lorsqu'en mathématiques une quantité négative oblige à prendre tout à rebours ; ou mieux, lorsqu'une quantité imaginaire montre une abſurdité cachée dans la queſtion.

Somes-nous aſſez loin de compte ? C'eſt à quoi ſe réduit le raiſonnement ; à un jeu de mot, mais qui ne paroît bien tel qu'en françois : circonſtance tout-à-fait digne de l'attention des philoſophes, vû la gravité du cas & celle des ſuites ; ce qui me donnera lieu quelque jour à d'importantes remarques.

L'eſſentiel chez moi conſiſte dans la juſteſſe de ces tours.

Dire *que rien n'a ſervi à Dieu de matiere pour faire le monde*, ce n'eſt point dire *que rien eſt une matiere dont Dieu s'eſt ſervi pour faire le monde.*

Dire *que rien n'a donné à Dieu l'exiſtence & la ſouveraine perfection*, ce n'eſt point dire *que rien eſt ce qui a donné à Dieu l'exiſtence avec ſa ſouveraine perfection.*

Cela ne tombe ſeulement pas dans l'eſprit de quelqu'un qui *penſe en françois ;* en mots & en tours françois. Mais on nie en général, de *rien* comme de *quelque choſe* & de *quelque choſe* comme de *rien*, qu'il ait donné à Dieu ſes perfections, & lui ait ſervi de matiere pour faire le monde.

Enfin ; & il y a encore ici plus de juſteſſe ; dire *que rien n'a fait ce qui n'eſt pas fait*, ce n'eſt point dire *que rien eſt quelque choſe qui a fait ce qui n'eſt pas fait.* De même donc, dire *que rien n'eſt la raiſon de A qui n'a point de raiſon*, ce n'eſt point dire *que rien eſt quelque choſe qui eſt la raiſon de A qui n'a point de raiſon.* C'eſt dire expreſſément que A n'a pour raiſon, *ni rien ni quelque choſe.* C'eſt ſoutenir le contraire de ce que demande la démonſtration de M. Wolf & de ſes diſciples, & de ce qu'accorde l'excellente rétorſion qu'on affectoit de confondre avec mes remarques.

Voilà bien du diſcours & bien des peines, dira-t-on, pour peu de choſe. Je répons que la réputation de M. Wolf, le mérite de ſes diſciples, & celui d'une nation, dont les progrès risquent d'être reculés, par ſon trop d'eſtime pour un ſyſtème, grand, merveilleux, mais fondé, au pied de la lettre . . . ſur RIEN ; tout cela juſtifie les efforts que je fais ici, & ailleurs, & qui pouroient paroître ſuperflus à nos françois, & chez les nations qui ne ſont point aſſez au fait. Je ne ceſſerai de le répéter avec plaiſir : les philoſophes Wolfiens ſont dignes & très dignes qu'on les déſabuſe. Mais, duſſent-ils me ſavoir tout le mal poſſible ; j'ajouterai, avec franchiſe, qu'ils en ont autant de beſoin pour le moins qu'ils en ſont dignes.

Avec la logique profonde dont ils ſe piquent, & dont ils ne ceſſent de reprocher l'ignorance à leurs antagoniſtes, que ſignifie, par exemple encore, le beau dilemme, très vrai & trop vrai, qui ſert de début à la preuve de M. Wolf, & à celle de ſon illuſtre diſciple, & de pluſieurs autres ? „ Toute choſe a une raiſon, ou elle n'en a point. Si „ elle a une raiſon, quelque choſe eſt ſa raiſon. Si elle n'en a point, „ rien n'eſt ſa raiſon. „ C'eſt ce que j'ai promis de toucher en finiſſant, & ce n'eſt qu'un mot ? Vit-on jamais prendre pour dilemme la propoſition *niée* avec ſa contradictoire ; puis deux propoſitions conditionelles, chacune abſolument identique ? Il n'y a point de démonſtration qu'on ne pût commencer de la ſorte, ſi l'on vouloit : mais que gagne-t-on ? Des paroles, des phraſes qui ne vous avancent de rien ; ſi ce n'eſt que c'eſt être fort avancé pour bien des gens, que d'avoir parlé.

„ Les trois angles d'un triangle ſont égaux à deux droits, ou „ non. S'ils ſont égaux à deux droits, ils ne valent ni plus ni moins. „ S'ils n'y ſont pas égaux, ils valent plus ou moins. „

„ Il y a un Dieu, ou il n'y en a point. S'il y a un Dieu, quel- „ que choſe eſt Dieu. S'il n'y en a point, rien n'eſt Dieu. „

Eh bien ! Quoi ? Où cela va-t-il ? . . . Point de débouché . . . . Mais entend-on myſtere dans *rien eſt* au lieu de *rien n'eſt*,

n'eſt, c'eſt pis que cela. La ſeconde conditionelle n'eſt plus identique qu'en apparence. Elle eſt fauſſe, inſoutenable. Alors voici ce que c'eſt.

„ Il y a un Dieu, ou il n'y en a point. S'il y a un Dieu, *quel-*
„ *que choſe* eſt Dieu. S'il n'y en a point, *rien* . . . eſt Dieu. Donc
„ *quelque choſe* ou *rien* eſt Dieu. Si c'eſt rien, *rien eſt quelque choſe ;*
„ rien eſt la ſuprême puiſſance, la ſuprême ſageſſe, la ſuprême bonté.
„ Or *rien* n'eſt pas tout cela. Donc ce n'eſt pas *rien* qui eſt Dieu.
„ Donc c'eſt *quelque choſe.* Donc il y a un Dieu. „

Qui empêchera d'ajouter „ que quand ce ſeroit *rien* qui ſeroit
„ Dieu, *rien* dès lors étant *quelque choſe*, ce ſeroit toujours quelque
„ choſe qui ſeroit Dieu, & que par conſéquent, que ce ſoit *quelque*
„ *choſe* ou *rien*, il y a toujours quelque choſe qui eſt *Dieu ;* & que
„ de même, ſur-ce *rien*, il y a toujours quelque choſe qui eſt la *rai-*
„ *ſon ſuffiſante* de M. Wolf. „

O merveilleuſe propriété du *Rien* qui va tout prouver ; ce qu'il y a de plus vrai, comme ce qu'il y a de plus faux !

Cette eſpece de rétorſion-ci ſur une propoſition vraie eſt infiniment plus propre que celle qu'on a vue cy-deſſus à montrer combien la philoſophie Wolfienne coute cher aux meilleurs eſprits qui entreprennent de l'établir.

REMARQUE
SUR CETTE DEFINITION DE M. WOLF
DU MOT *ALIQUID*;
Aliquid eſt cui aliqua notio reſpondet.
§. 54. de l'Ontologie, p. 41.

PAR M. DE PREMONTVAL.

J'ai aſſez montré, ici, Meſſieurs, & ailleurs, mon profond reſpect pour la perſonne de M. Wolf & de ſes illuſtres diſciples, & aſſez déclaré que ce reſpect, tout ſincere qu'il eſt, n'empêcheroit pas que je ne m'élevaſſe avec force contre une philoſophie que je crois fauſſe & dangereuſe. Un des vices les plus eſſentiels que j'y trouve, eſt celui des définitions. Je ne veux vous en donner qu'un échantillon aujourd'hui, avec promeſſe de produire, quand on voudra, un grand nombre d'exemples de même nature, tirés de ſa métaphyſique.

Je dois vous dire d'abord, que de zélés partiſans de la philoſophie Wolfienne à qui je propoſois mon doute ſur ce ſujet, m'ayant renvoyé à l'étude de la logique, & ſurtout indiqué le paragraphe 214. de celle de M. Wolf comme contenant un principe que j'ignorois, je ne manquai pas d'y courir ſur le champ avec un deſir ſincere de m'inſtruire. Que vis-je? *Que toute définition eſt une propoſition identique.* En vérité je le ſavois déjà; & ce n'eſt point, comme on ſe l'imaginoit, ce que je reproche à la définition: *Aliquid eſt cui aliqua notio reſpondet.* Il faudroit être en effet extrêmement neuf en ces matieres, pour ne pas ſavoir qu'une définition eſt une propoſition identique: mais autre choſe eſt d'être *identique*, & autre choſe d'être *circulaire*. Je définis A par B, parce que ce dernier eſt plus connu. Rien de mieux. L'identité de B connu & de A inconnu eſt juſtement ce qui fait connoître A. Mais je définis A par B, puis B par C, puis C par D, & enfin ce D par

par A. Voilà un cercle impardonable; une maniere de procéder qui choque les plus ſimples regles de la logique, & de la logique même de M. Wolf, §. 169. & 170. Veut-on un exemple particulier? On me définit le triangle rectangle *une figure qui a trois angles dont l'un eſt droit.* Paſſe. *Une figure qui a trois angles dont l'un eſt droit*, & *le triangle rectangle*, c'eſt la même choſe. Par cette identité même la définition eſt recevable. Mais ſi l'on me définit le triangle rectangle, *un triangle dont le quarré de l'hypoténuſe eſt égal aux quarés des deux côtés :* Je demande: *qu'eſt-ce qu'hypoténuſe ?* On me répond; *c'eſt le côté oppoſé à l'angle droit dans le triangle rectangle.* Oh! vous m'expliquez donc l'idée de triangle rectangle par celle d'hypoténuſe, & l'idée d'hypoténuſe par celle de triangle rectangle. Cercle vicieux, s'il en fut jamais.

Je dis que la définition: *Aliquid eſt, cui aliqua notio reſpondet*, eſt pis que cela.

C'eſt un principe de logique qui m'a été inculqué de fort bonne heure, mais dont je ne vois pas que la philoſophie Wolfienne faſſe grand uſage, *de ne manquer jamais à ſubſtituer les définitions aux définis.* Ainſi perpétuellement je ſubſtitue aux mots les définitions qu'on m'en a données, remontant toujours de la ſorte de termes en termes, & de définitions en définitions, le plus haut qu'il m'eſt poſſible. C'eſt là mon analyſe. C'eſt la pierre de touche avec laquelle je démêle le plus facilement du monde dans les raiſonnemens, ambiguités captieuſes, logomachies, pétitions de principe, duplicité de termes moyens, &c. Et j'avoue que j'en ſuis encore à trouver une philoſophie aſſez exacte pour qu'elle ait pû tenir conſtament contre cette méthode. Voyons ici, où cela nous conduira.

Aliquid eſt, cui aliqua notio reſpondet. Je demande d'abord ſi *aliqua* n'eſt pas la même choſe qu'*aliquid.* C'eſt le féminin dont l'autre eſt le neutre. Je demande ſi *cui* n'eſt pas la même choſe qu'*aliquid cui.* C'eſt un relatif qui ſupoſe l'antécédent. Mais ce n'eſt rien que cela : je vais plus loin. Je demande; qu'eſt-ce que *notio?* On me répond que c'eſt *repreſentatio alicujus rei in mente*, Log. §. 34. Bon! Je demande enſuite; mais qu'eſt-ce que c'eſt que *res?* On me répond en propres termes, Ontol. §. 243; *id quod eſt aliquid.* A merveille!

Ainſi donc, *Aliquid eſt, cui aliqua notio reſpondet;*
c'eſt-à-dire, *Aliquid eſt aliquid, cui aliqua repreſentatio alicujus quod eſt aliquid, reſpondet.*

Pour ce qui eſt de *repreſentatio* & de *reſpondere*, termes métaphoriques, termes qui pris même au ſimple, mériteroient beaucoup plus qu'*aliquid* d'être définis, (ſurtout dans une philoſophie qui en fait un ſingulier uſage,) je ne les trouve, ni définis, ni expliqués, nulle part chez M. Wolf. Et s'ils l'étoient, je ne doute pas qu'avec la tirade de mots par où il faudroit paſſer, nous n'euſſions à l'aide de la méthode précédente dans la définition d'*aliquid*, toute la déclinaiſon de ce mot par ſes genres, nombres & cas : ce qui ſeroit curieux. Et puis le mot de *mens* que nous avons laiſſé de côté dans la définition de *notio*.

Enfin en deux mots, voici le ſujet de mon ſcandale. Ce n'eſt point l'*identité* de la définition ; c'eſt ſa *circularité*, ſi je puis parler ainſi : c'eſt qu'*aliquid* ſoit défini par des termes leſquels ſont eux-mêmes définis par *aliquid :* c'eſt qu'on m'explique A par B, B par C, C par D, & D par A. C'eſt qu'en bon françois, *Quelque choſe* eſt *quelque choſe*, à quoi répond *quelque choſe*, qui repréſente *quelque choſe* qui eſt *quelque choſe*.

Je remarque au ſujet de cette définition, Meſſieurs, & de quantité d'autres de M. Wolf, qui ont le même défaut, qu'il ſeroit très utile, & tout-à-fait digne de l'attention des plus grands philoſophes, de voir *à former une liſte raiſonnée des mots qui ne peuvent abſolument point être définis*. Le nombre devroit être le plus petit qu'il ſeroit poſſible ; & cependant il faudroit tâcher d'être bien ſûr de n'en point omettre, comme de n'en admettre aucun qui ne fût dans le cas. Je crois que ce nombre ne devroit gueres monter qu'à vingt-cinq ou trente ; & c'eſt ce qu'on pourroit appeller à juſte titre *l'alphabet des penſées humaines*. Ouvrage eſſentiel, qui manque à la perfection du raiſonnement ; mais dont l'exécution eſt ſans comparaiſon plus difficile qu'on ne s'imagine. Je l'ai tenté pluſieurs fois, & j'ai toujours été rebuté. Je ne ſuis pas même éloigné de croire qu'il demande les ſoins d'une ſociété ſavante. Je n'oſe vous propoſer ce travail. Mais je ſuis perſuadé, Meſſieurs, que qui voudroit l'entreprendre, & réuſſiroit à former une liſte également exacte & complete, mériteroit en une ſeule brochure une gloire que de gros volumes ne ſurpaſſeroient pas.

Multum & verè laudis, quamvis uno libro. QUINTIL.

Mémoi-

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* * *

*

ELOGE
DE MONSIEUR
DE MONTESQUIEU. (*)

Ce n'eſt point l'uſage de faire dans cette Académie l'éloge des Académiciens Etrangers que nous perdons : ce ſeroit en quelque ſorte uſurper ſur les droits des Nations auxquelles ils ont appartenu. Mais il eſt des hommes ſi fort au deſſus des hommes de chaque nation, qu'aucune n'a plus de droit que les autres de ſe les approprier, & qu'ils ſemblent n'avoir été donnés qu'à l'Univers.

Nous reclamerons donc ici un bien commun, dont une partie nous appartient : ſi quelque choſe pouvoit nous empêcher d'entreprendre l'éloge de M. *de Montesquieu*, ce ne ſeroit que la grandeur du ſujet & le ſentiment de notre inſuffiſance. Toutes les Académies qui ont eu l'honneur de le poſſéder, ne manqueront pas de rendre le même hommage à ſa mémoire, & s'en acquitteront mieux que nous ; mais nous avons cru qu'on ne ſauroit trop parler, ni parler dans trop de lieux, d'un homme qui a tant fait d'honneur à la ſcience & à l'humanité ; qu'on ne ſauroit trop préſenter l'image de M. *de Montesquieu*, dans un ſiècle ſur-tout où tant de gens de Lettres paroiſſent ſi indiffé-

(*) *Cet éloge a été lû dans l'Aſſemblée publique de l'Académie Royale des Sciences de Berlin, le 5 Juin 1755.*

rens ſur les mœurs : où ils ont voulu perſuader, & n'ont peut-être que trop perſuadé, que les qualités de l'eſprit & celles du cœur devoient être ſéparées, ſi même elles n'étoient pas incompatibles. Qu'ils ſe retracent M. *de Montesquieu :* quand ils verront tant de vertus réünies dans l'homme dont l'eſprit fut le plus juſte & le plus ſublime, quand ils verront les mœurs les plus pures jointes aux plus grandes lumières, ils penſeront peut-être que les vices ne ſont que la ſuite de l'imperfection de l'eſprit.

Charles de Secondat, Baron de la Brede & de Montesquieu, naquit dans le Château de la Brede, à trois lieues de Bourdeaux, le 18. Janvier 1689. d'une ancienne famille noble de Guyenne. Son troiſième ayeul, Jean de Secondat, ſieur de Roques, avoit été Maître d'Hôtel de Henry I. Roi de Navarre. Jeanne, fille de ce Roi, Reine de Navarre, & épouſe d'Antoine de Bourbon, par un acte du 2 Octobre 1561. fait préſent à Jean de Secondat, pour récompenſe de ſes ſervices, d'une ſomme de dix mille livres, pour acheter la Terre de Montesquieu.

Jacob de Secondat, fils de Jean, fut Gentilhomme ordinaire de la Chambre de Henry II. Roi de Navarre, qui fut Henry IV. Roi de France. Ce Prince érigea en Baronnie la Seigneurie de Montesquieu; „ Voulant, dit-il, reconnoître les bons, fideles & ſignalés ſervices „ qui nous ont été faits par lui & par les ſiens. „

Jean-Gaſton de Secondat, ſecond fils de Jacob, fut Préſident à Mortier au Parlement de Guyenne.

Son fils, Jean-Baptiſte, un des plus beaux génies de ſon temps, & un des plus grands Magiſtrats, poſſéda cette charge après lui. Il perdit un fils unique, & laiſſa ſes biens & ſa charge à ſon neveu *Charles de Secondat, Auteur de l'Eſprit des Loix.* Paſſons rapidement ſur toutes ces anecdotes, dont la mémoire de M. de Montesquieu a ſi peu de beſoin, & venons à lui.

Le pére de Charles, qui après avoir ſervi avec diſtinction, avoit quitté le ſervice, ſe donna tout entier à l'éducation de ſon fils.

Ce

Ce fils qui eſt M. de Montesquieu, dès ſa plus tendre jeuneſſe avoit fait une étude immenſe du Droit Civil ; & ſes talens perçant de tous côtés, avoient produit un ouvrage dans lequel il entreprenoit de prouver que l'idolâtrie de la plupart des Payens ne méritoit pas un châtiment éternel. M. de Montesquieu, auteur avant le temps d'un ouvrage rempli d'eſprit, eut encore avant le temps la prudence de ne le point laiſſer paroître.

Il fût reçu Conſeiller au Parlement le 24 Février 1714. & Préſident à Mortier le 13 Juillet 1716. Se trouvant à Paris en 1722, il fut chargé de préſenter les Remontrances que le Parlement de Bourdeaux faiſoit à l'occaſion d'un nouvel impôt ſur les vins. M. de Montesquieu ſe fit écouter favorablement, mais après ſon départ l'impôt ſupprimé reparut bientôt ſous une autre forme.

En 1725. il fit l'ouverture du Parlement par un Diſcours dont l'éloquence & la profondeur firent voir de quoi il étoit capable dans ce genre. Mais une autre Compagnie l'attiroit à elle ; une Académie nouvellement fondée à Bourdeaux n'avoit eu garde de laiſſer échapper M. de Montesquieu. Il y étoit entré dès 1716. & avoit réformé cette Compagnie dès ſa naiſſance, en lui marquant des occupations plus dignes que celles que ſon établiſſement lui avoit deſtinées.

Tout grand qu'eſt l'exercice de la magiſtrature, dont M. de Montesquieu étoit revêtu, il s'y trouvoit reſſerré : il falloit une plus grande liberté à ſon génie. Il vendit ſa charge en 1726. & l'on ne pourroit le juſtifier ſur ce qu'il faiſoit perdre par-là, ſi en quittant une place où il interprétoit & faiſoit obſerver les Loix, il ne ſe fût mis en état de perfectionner les Loix mêmes.

En 1728. M. de Montesquieu ſe préſenta pour la place de l'Académie Françoiſe, vacante par la mort de M. de Sacy. Ses Lettres Perſanes, qui avoient paru dès 1721. avec le plus grand ſuccès, étoient un aſſez bon titre ; mais la circonſpection avec laquelle s'accordent les places dans cette Compagnie, & quelques traits trop hardis de cet ouvrage, rendoient le titre douteux : M. le Cardinal de Fleury

Fleury effrayé de ce qu'on lui en avoit rapporté, écrivit à l'Académie, que le Roi ne vouloit pas qu'on y admît l'Auteur des Lettres Perſanes. Il falloit renoncer à la place, ou déſavouer le livre. M. de Montesquieu déclara qu'il ne s'en étoit jamais dit l'Auteur, mais qu'il ne le déſavoueroit jamais. Et M. le Maréchal d'Eſtrées s'étant chargé de faire valoir cette eſpèce de ſatisfaction, M. le Cardinal de Fleury lut les Lettres Perſanes, les trouva plus agréables que dangereuſes, & M. de Montesquieu fut reçu. (*)

Quelques mois après M. de Montesquieu commença ſes voyages, & partit avec Milord Waldgrave, ſon intime ami, Envoyé d'Angleterre à la Cour de Vienne. Il y fit aſſidument ſa cour au Prince Eugène; l'un jouiſſoit de la vue du plus grand guerrier du ſiècle, l'autre de la converſation de l'homme du ſiècle le plus ſpirituel & le plus aimable.

De Vienne il parcourut la Hongrie, partie de l'Europe qui a ſi peu tenté la curioſité des voyageurs, & qui par-là n'en mérite que plus l'attention d'un voyageur philoſophe : M. de Monteſquieu écrivit un Journal exact de cette partie de ſes voyages.

Il rentra dans le monde par Veniſe, où il trouva le Comte de Bonneval, cet homme ſi célebre par ſes avantures, par ſes projets, & par ſes malheurs ; ſpectacle digne d'un tel obſervateur.

Prenant ſa route par Turin, il arriva à Rome, où il vit avec les yeux d'un homme de goût, que la Nature n'a accordé que rarement aux Philoſophes, les merveilles de l'antiquité, & celles qui y ont été ajoutées par les Michel Anges, les Raphaëls, les Titiens. Mais plus curieux de voir les grands hommes que les prodiges de l'art, il ſe lia étroitement avec le Cardinal de Polignac, alors Ambaſſadeur de France (**), & avec le Cardinal Corſini, depuis Pape ſous le nom de Clement XII.

M.

(*) *Le 24 Janvier 1728.*

(**) Il fut toujours ami de M. le Cardinal de Polignac, & rendit juſtice à ſes talens avec cette critique délicate qui ne bleſſe point, parce que l'eſtime y domine. Voici ce qu'il m'écrivoit :

L'*Anti-*

M. de Monteſquieu revenant par la Suiſſe, ſuivit le cours du Rhin ; & après s'être arrêté quelque temps en Hollande, paſſa en Angleterre. C'étoit là proprement le terme de ſes voyages, c'étoit là qu'il devoit trouver tant de grands hommes : à la tête deſquels nous mettrons cette Reine digne de la converſation de *Newton* & de *Locke*, & qui ne trouva pas moins de plaiſir dans celle de Monteſquieu. Ce fut là qu'en méditant ſur les reſſorts de ce gouvernement qui réunit à la fois tant d'avantages qui paroiſſent incompatibles, M. de Monteſquieu trouva ce qui pouvoit lui manquer de matériaux pour les grands ouvrages que contenoit ſon eſprit.

Dès qu'il fut de retour en France, il ſe retira à la Brede pour jouir du fruit de ſes travaux ; & bien plus encore des richeſſes de ſon propre fonds. Là pendant deux ans ne voyant que des livres & des arbres, plus à lui-même, & par conſéquent plus capable de tout, il écrivit ſes *Conſidérations ſur les cauſes de la grandeur des Romains & de leur décadence*, qui parurent en 1733. Il avoit eu deſſein d'y joindre un livre ſur le gouvernement d'Angleterre qui étoit fait alors ; quelques réflexions l'en détournerent ; & ce livre, excellent par-tout, a trouvé cependant une place encore plus convenable dans l'Eſprit des Loix.

Le ſuccès du livre ſur les Romains ne pouvoit manquer d'encourager encore un homme rempli de tant de grandes choſes. M. de Monteſquieu ne voyoit plus qu'un ouvrage à faire ; mais quelqu'étendue qu'euſſent ſes lumières & ſes vues, elles lui ſembloient s'y per-

*L'Anti-Lucrece du Cardinal de Polignac paroît, & il a eu un grand ſuccès ; C'eſt un enfant qui reſſemble à ſon père ; il décrit agréablement & avec grace, mais il décrit tout & s'ennuſe par-tout. J'aurois voulu qu'on en eût retranché environ deux mille vers ; mais ces deux mille vers étoient l'objet du culte de *** comme les autres, & on a mis à la tête de cela des gens qui connoiſſoient le latin de l'Enéide, mais qui ne connoiſſoient pas l'Enéide. N. eſt admirable ; il m'a expliqué tout l'Anti-Lucrece, & je m'en trouve fort bien. Pour vous, je vous trouve encore plus extraordinaire ; vous me dites de vous aimer, & vous ſavez que je ne puis faire autre choſe.*

perdre : il ne ſe croyoit point capable de l'exécuter. Ses amis, qui connoiſſoient mieux ce qu'il pouvoit que lui-même, le déterminerent. Il travailla à l'Eſprit des Loix ; & en 1748. cet ouvrage parut. J'ai remis juſqu'ici à parler des ouvrages de M. de Monteſquieu, parce que les autres n'ont été, pour ainſi dire, que le commencement de celui-ci : c'étoient comme les degrés de ce magnifique temple qu'il élevoit à la félicité du genre humain. Quel bonheur qu'un homme ſi propre à porter la lumière par-tout, ſe ſoit uniquement appliqué à la ſcience la plus utile de toutes !

Nous ne craindrons point de regarder ici comme appartenant à cette ſcience, le premier ouvrage de M. de Monteſquieu, quoique bien des gens ne l'aient pris d'abord, & ne le prennent peut-être encore aujourd'hui, que pour un ouvrage d'agrément. Il eſt ſans doute rempli d'agrément, mais ce n'eſt pas là ce qui en fait le prix, ni ce que l'Auteur s'y eſt propoſé : ç'a été de peindre l'homme dans deux points de vue des plus oppoſés. Un Perſan à Paris frappé de nos vices & de nos ridicules, les expoſe à ſes amis en Perſe, les compare à ce qu'il croit de plus raiſonnable dans les mœurs de ſon Pays ; & le lecteur n'y trouve que des vices & des ridicules différens.

Quoique cet ouvrage porte ſur les mœurs en général, l'Auteur ſemble s'être étendu ſur l'amour au-delà de ce qu'exigeoit le plan de ſon livre. Le Perſan ne développe-t-il point avec trop de fineſſe les ſentimens de l'amour d'Europe ? Ne peint-il point avec des traits trop enflammés l'amour d'Aſie dans ſes plaiſirs, dans ſes fureurs, & juſques dans ſon anéantiſſement ? Les gens ſenſibles ſe plairont dans ces peintures, peut-être trop vives : le lecteur ſévère les pardonnera dans un premier ouvrage : le Philoſophe trouvera peut-être que la paſſion la plus violente de toutes, celle qui dirige preſque toutes les actions des hommes, n'occupe point trop de place dans un livre dont l'homme eſt l'objet.

Malgré la préférence que M. de Monteſquieu donnoit à cette ſcience des mœurs ſur les autres ſciences, on trouve dans ſon livre des réflé-

réfléxions philoſophiques qui font juger de quoi l'Auteur eût été capable, s'il eût voulu ſe borner à ce genre. Avec quelle clarté, avec quelle préciſion il explique dans une lettre les grands principes de la Phyſique moderne ! Avec quelle profondeur expoſe-t-il dans une autre les ſpéculations de la Métaphyſique ! Il n'appartient qu'aux plus grands génies de ſaiſir toujours juſte les principes de toutes choſes : un eſprit qui ne voit pas pour ainſi dire tout, tout à la fois, n'y ſauroit jamais parvenir. Lors même qu'il aura acquis beaucoup de connoiſſances dans quelque partie, comme ſes connoiſſances ne ſeront pas toutes au même degré, il s'engagera ſans le vouloir dans des détails qu'il ignore, & s'y trouvera au dépourvû. Les Philoſophes qui ont fait les ſyſtèmes les plus heureux n'y ſont parvenus qu'après une multitude de phénomènes laborieuſement raſſemblés & comparés les uns aux autres : un génie aſſez vaſte par une eſpece de ſens philoſophique, franchiſſant les détails, ſe trouve tout d'un coup aux grands objets, & s'en rend maître. *Newton* ni *Leibnitz* reſſerrés dans un même nombre de pages que M. de Monteſquieu, n'en auroient pas dit davantage, & ne ſe ſeroient jamais mieux exprimés. Combien en cela M de Monteſquieu differe-t-il de ces Auteurs, qui par une paſſion ridicule de prétendre à tout, ayant chargé leur eſprit d'études trop fortes pour eux, & affaiſſé leur imagination ſous des objets trop étrangers pour elle, nous ont donné des ouvrages où l'on découvre à tout moment les lacunes de leur ſavoir, tombent ou bronchent à chaque pas ?

Quant au ſtile des Lettres Perſanes, il eſt vif, pur, & étincelant par-tout de ces traits que tant de gens regardent aujourd'hui comme le principal mérite dans les ouvrages d'eſprit ; & qui, s'il n'eſt pas leur principal mérite, cauſe du moins leur principal ſuccès. Jamais on ne vit tant de ſageſſe avec tant d'agrémens, tant de ſens condenſé dans ſi peu de mots. Ce n'eſt pas ici un bel eſprit qui après les plus grands efforts n'a été qu'un Philoſophe ſuperficiel ; c'eſt un Philoſophe profond qui s'eſt trouvé un très-bel eſprit.

Après avoir conſidéré les effets des paſſions dans l'homme pour ainſi dire iſolé, M. de Montesquieu les conſidéra dans ces grandes collections d'hommes qui forment les nations, & choiſit pour cela la nation la plus fameuſe de l'Univers, les Romains. S'il eſt ſi difficile de découvrir & de ſuivre l'effet des paſſions dans un ſeul homme ; combien l'eſt-il encore davantage de déterminer ce qui réſulte du concours & de l'oppoſition des paſſions de tout un peuple ; ſur-tout ſi, comme il eſt néceſſaire, l'on conſidère la réaction des autres peuples qui l'environnent ! L'eſprit, à quelque degré qu'il ſoit, ne ſuffit point pour cela ; le raiſonnement y a continuellement beſoin de l'expérience : il faut une connoiſſance parfaite des faits, ce ſavoir laborieux, ſi rarement joint à la ſubtilité de l'eſprit.

Pour un Ecrivain qui ne s'attacheroit qu'aux faits les plus ſinguliers, ou qui contraſtent le plus avec les autres ; qui ſe permettroit d'en faire un choix, de les joindre, de les ſéparer à ſon gré ; enfin de ſacrifier au frivole avantage de ſurprendre ou d'amuſer, la dignité & la vérité de l'hiſtoire ; pour un tel Ecrivain il n'y a point de ſyſtème qui ne ſoit poſſible : ou plutôt il n'a qu'à imaginer ſon ſyſtème, & prendre dans l'hiſtoire de quoi le ſoutenir. M. de Montesquieu étoit bien éloigné de ce genre de Roman : une étude ſuivie & complette de l'hiſtoire l'avoit conduit à ſes réfléxions ; ce n'étoit que de la ſuite la plus exacte des événemens qu'il tiroit les conſéquences les plus juſtes. Son ouvrage ſi rempli de raiſonnemens profonds, eſt en même temps un abrégé de l'hiſtoire romaine, capable de réparer ce qui nous manque de Tacite, ou ce qui manquoit dans Tacite. En transpoſant les temps de ces deux grands hommes, & les accidens arrivés à leurs ouvrages, je ne ſais ſi Tacite nous auroit auſſi bien dédommagé de ce qui nous manqueroit de Montesquieu.

M. de Montesquieu dans ſon premier ouvrage peignit l'homme dans ſa maiſon, ou dans ſes voyages. Dans le ſecond, il fit voir les hommes réunis en ſocietés ; comment ces ſocietés ſe forment, s'élévent, & ſe détruiſent. Ces deux ouvrages le conduiſoient à un troiſième, le plus impor-

important de tous ceux qu'un Philoſophe peut entreprendre, à ſon traité de l'*Eſprit des Loix*. Non que je croye que M. de Monteſquieu, lorſqu'il écrivit ſes Lettres Perſanes, ſe fût propoſé cette gradation ; mais c'eſt que l'ordre des choſes & le caractére de ſon eſprit l'y portoient. Un tel génie qui s'attache à un objet, ne ſauroit s'arrêter à une ſeule partie ; il eſt entraîné par la connexion qu'elle a avec les autres, à épuiſer le tout : ſans effort, & peut-être ſans s'en appercevoir, il met dans ſes études l'ordre même que la Nature a mis dans le ſujet qu'il traite.

L'homme, ſoit qu'on le ſuppoſe ſeul, ſoit qu'on le conſidére en ſociété, n'a pour but que ſon bonheur. Mais l'application de ce principe univerſel eſt bien différente dans l'un ou dans l'autre de ces deux états. Dans le premier, le bonheur de l'homme ſe bornant à lui ſeul, lui ſeul conſidère ce qui peut le rendre heureux ou malheureux ; & le cherche ou le fuit, malgré tout ce qui peut s'y oppoſer : dans le ſecond, le bonheur de chaque homme ſe trouvant combiné avec celui des autres, il ne doit plus chercher ou fuir que dans cette combinaiſon ce qui peut le rendre heureux ou malheureux.

Nous ne parlerons point des loix que devroit ſuivre un homme ſeul ſur la terre ; elles ſeroient bien ſimples, & ſe rapporteroient immédiatement & uniquement à lui : ni de celles que chaque homme devroit ſuivre là où il n'y auroit aucune ſociété ; les loix alors ne différeroient guères de celles que devroit ſuivre l'homme ſuppoſé ſeul. Chacun alors ne devroit conſidérer les autres hommes que comme des animaux dont il auroit peu d'avantage à retirer, & beaucoup à craindre. Toute la différence de ſa conduite dans l'un & dans l'autre de ces deux cas, ne viendroit que du plus grand nombre de périls auxquels il ſeroit expoſé. Ces deux cas heureuſement n'exiſtent point. Dès qu'il y a eu des hommes, il y a eu des ſociétés ; & les peuples les plus ſauvages que nous connoiſſions, ne ſont point des bêtes féroces ; ils ont leurs loix, qui ne différent de celles des autres peuples que par le plus ou le moins de ſageſſe de leurs Légiſlateurs : tous ont ſenti que

chaque particulier doit une partie de ſon bonheur au bonheur de la ſociété qu'il forme. Mais cette partie qu'il cede peut être plus grande ou plus petite par rapport à l'avantage qu'il en retire lui-même, & par rapport à ce qui en réſulte pour le bonheur public : elle pourroit être telle que le particulier perdît beaucoup, ſans que le bonheur public fût accru. Il y a mille manières de faire cette diſtribution : la maxime de ſacrifier le plus petit nombre au plus grand a des exceptions & des régles. Si le tort que ſouffriroit chaque partie d'une république pour procurer au chef ou aux chefs de plus grandes commodités, eſt capable de rendre un gouvernement vicieux, le tort que ſouffriroit le petit nombre, & même un ſeul homme, pourroit être tel qu'il ne faudroit pas à ce prix acheter la commodité de tous. On peut conſidérer le bonheur & le malheur comme les Géometres conſidérent la quantité, qu'ils diſtinguent en poſitive & négative ; & dire que le bonheur réel de la ſocieté eſt la ſomme qui reſte après la déduction faite de tous les malheurs particuliers.

Par cette expoſition du principe que nous regardons comme le fondement de toutes les loix, nous ſommes obligés de laiſſer voir que nous oſons différer du ſentiment de M. de Montesquieu : & cette crainte nous auroit impoſé ſilence, ſi la différence qui eſt entre nous s'étendoit plus loin qu'à la ſeule ſpéculation : mais tout ce qui ſuit de ſon principe, ſuit également du nôtre, nous ne différons que dans l'ordre de nos idées. Il eſt parti d'un principe établi par pluſieurs grands hommes pour fondement de toutes les loix, tant politiques que civiles ; d'un certain rapport d'équité, que nous ſentons peut-être mieux que nous ne pourrions le définir. Sans examiner ſi ce rapport d'équité ſe trouve primordialement gravé dans nos ames ; ou ſi, comme de célébres Philoſophes l'ont prétendu, il n'y eſt entré que par l'éducation & par l'habitude de loix déjà établies, il me ſemble que, dans l'un ni dans l'autre cas, ce n'eſt point ce qu'on doit prendre pour le principe fondamental des loix ; ce principe eſt trop obſcur, trop ſuſceptible de différentes interprétations, & laiſſeroit trop d'arbitraire au

Légis-

Législateur. Et quand même le rapport d'équité auroit été mis dans la plus grande évidence, ce principe pour déterminer les hommes auroit-il jamais la force de celui que nous avons posé, de celui du plus grand bonheur ? Celui-ci, quand il ne seroit pas antérieur à tous les autres, ne seroit-il pas toujours le plus puissant & le véritable motif de toutes les actions des hommes ? Nous reconnoissons tous une Providence : & dès qu'il en est une, il faut que la révélation, l'équité naturelle, & le principe du plus grand bonheur, conduisent à la même législation. Une dispute plus longue sur la priorité des motifs seroit vaine.

Ce principe du plus grand bonheur est si universel, que non seulement il devroit régler le sort de chaque partie d'une même république, mais il devroit encore être la régle de toutes les républiques prises ensemble : ce qu'on appelle le *Droit des gens*. Le genre humain n'est qu'une graude société dont l'état de perfection seroit, que chaque société particulière sacrifiât une partie de son bonheur pour le plus grand bonheur de la société entière. Si aucun homme n'a jamais eu un esprit assez vaste ni une puissance assez grande pour former cette société universelle dans laquelle se trouveroit la plus grande somme de bonheur, le genre humain y tend cependant toujours : & les guerres & les traités ne sont que les moyens dont il se sert pour y parvenir. Vraisemblablement ces moyens seront toujours les seuls : ce sera ainsi que la Nature aura soin du bonheur de la totalité du genre humain : c'est assez pour le Législateur, s'il peut pourvoir au bonheur de la petite partie qui lui en est confiée.

D'ailleurs chaque peuple, chaque nation qui a sa forme de gouvernement, ses loix & ses mœurs, est naturellement portée à les préferer à toutes les autres. Il semble donc que, pour le plus grand bonheur même du genre humain, chaque Législateur ne doive avoir en vue que d'assurer à son pays l'état plus constant & le plus durable ; de le mettre également à l'abri de la crainte de se voir entamer, & de la tentation de s'aggrandir.

Le

Le problème que le Législateur a donc à réſoudre eſt celui-ci : *Une multitude d'hommes étant raſſemblée, lui procurer la plus grande ſomme de bonheur qu'il ſoit poſſible.* C'eſt ſur ce principe que doivent être fondés tous les ſyſtèmes de législation.

Dieu ayant donné les premieres loix aux hommes, ces loix ſans doute étoient celles qui devoient répandre dans la ſociété la plus grande ſomme de bonheur. Et malgré tous les changemens arrivés dans l'état du Monde, ces loix ſont encore néceſſaires pour le procurer, & ſe retrouvent dans toutes les législations raiſonnables. Mais ce petit nombre de loix, faites pour un peuple ſimple qui venoit de ſortir de la main de Dieu, ne ſuffiroient plus pour des hommes qui ſe ſont aujourd'hui tant écartés de ce premier état. Les vices multipliés, les ſociétés différemment formées, ont rendu néceſſaires des loix nouvelles : & il s'eſt trouvé dans chaque nation des hommes aſſez ſupérieurs aux autres pour entreprendre de leur preſcrire ces loix : quoique, ſi l'on examine celles que les Législateurs les plus célébres ont propoſées, on les trouve ſouvent bien défectueuſes.

Toutes les formes de gouvernement ſe réduiſent d'abord à deux principales ; à la Monarchie, qui eſt le gouvernement d'un ſeul, & à la République, qui eſt le gouvernement de pluſieurs. Mais chacune de ces premières diviſions reçoit tant de modifications, qu'on peut dire qu'il y a autant de différentes formes de gouvernement, qu'il y a de gouvernemens ; on y trouve tous les degrés poſſibles, depuis le Deſpotisme abſolu juſqu'à la Démocratie parfaite. Pour chaque Etat cependant il y aura toujours deux ſortes de Loix. Les unes regardent le gouvernement même conſidéré comme individu, & ſont ce qu'on appelle *le Droit Politique :* les autres regardent les citoyens, aſſurent leur état, réglent leurs devoirs, & forment *le Droit Civil.* Dans la multitude & la variété infinie des différentes formes de gouvernemens, qui pourroit entreprendre de trouver les loix politiques qui formeroient le meilleur gouvernement de tous ? Dans chaque gouvernement, il ne ſeroit peut-être pas plus facile de preſcrire les loix civiles qui

qui rendroient les ſujets les plus heureux. M. de Montesquieu étoit trop éclairé pour ſe croire capable de remplir entierement l'un ou l'autre de ces objets : là où la nature de la choſe le permettoit, il a donné des principes : ailleurs il s'eſt borné aux réflexions, & à approcher le plus qu'il étoit poſſible d'un but auquel il n'eſt pas permis d'atteindre.

Entre toutes les nuances poſſibles qui ſe trouvent dans les différentes ſortes de gouvernement, il en faut diſtinguer trois principales : la Démocratie, où le pouvoir eſt partagé également entre tous ; la Monarchie, où le pouvoir eſt réuni dans un ſeul, mais modéré & réglé par les loix ; & le Deſpotisme, où le pouvoir eſt réuni dans un ſeul, ſans loix & ſans bornes. Chacun de ces gouvernemens inſpire aux citoyens un certain eſprit, un certain genre de motifs qui lui eſt propre, qu'on peut appeller le reſſort de l'Etat. Dans la Démocratie, ce reſſort eſt la vertu ; dans la Monarchie, c'eſt l'honneur ; ſous le Deſpotisme, c'eſt la crainte. Ces trois motifs ſe modifieront les uns avec les autres dans toutes les formes de gouvernemens intermédiaires : mais chaque motif y dominera plus ou moins, ſelon que l'Etat approchera plus ou moins de celle des trois conſtitutions à laquelle il appartient. C'eſt de là que M. de Montesquieu tire toutes les régles applicables à chaque nature de gouvernement ; la ſolution de ce qui dans chacune pourroit ſurprendre ; la connoiſſance de ſes avantages, de ſes défauts, des ſes reſſources. Cette ſeule remarque eſt plus lumineuſe & plus utile que pluſieurs gros livres que nous avons ſur le Droit Politique & ſur le Droit Civil.

Depuis la première page du livre de M. de Montesquieu jusqu'à la dernière, on voit le caractère de ſon ame, l'amour de l'humanité, le deſir de ſon bonheur, le ſentiment de ſa liberté. La ſeule peinture qu'il fait du Deſpotisme Aſiatique, de cet affreux gouvernement où l'on ne voit qu'un maître & des eſclaves, eſt peut-être le meilleur remède ou le meilleur préſervatif contre un tel mal. On voit la même ſageſſe dans ſes conſeils pour préſerver la Démocratie de cette licence à laquelle tend une trop grande égalité.

On peut conſidérer M. de Montesquieu comme un de ces ſages qui ont donné des loix aux peuples ; & cette comparaiſon ne fera tort ni aux Solons ni aux Lycurgues. Mais il paroît encore ici comme Magiſtrat de ces derniers temps : où la complication des Loix a rendu l'exercice de la Juriſprudence ſi embarraſſée, qu'il ne ſeroit peut-être pas plus difficile de former une législation nouvelle, que de bien obſerver les loix telles qu'elles ſont aujourd'hui. Ces ſeroit une belle entrepriſe que de faire ſeulement un bon choix des différentes Loix que les différens temps, les différens lieux, les différens progrès dans le bien & dans le mal, ont fait naître. La ſeule Juriſprudence des François eſt aujourd'hui un mêlange des anciennes loix gauloiſes, de celles des Francs, de celles des Romains : mais chaque Province de ce grand Royaume ayant appartenu à différens maîtres, a fait différemment ce mêlange ; & de là réſultent encore mille variétés dans la Juriſprudence de chacune. Les Rois, en réuniſſant ces Provinces ſous leur obéiſſance, n'ont point voulu les priver d'une législation à laquelle elles étoient accoutumées, & dont elles regardoient la conſervation comme leur plus grand privilège. On ne voyoit point aſſez clair que la législation à laquelle on auroit pû les ſoumettre fût préférable à la leur.

Indépendamment de ce qu'on pourroit faire de nouveau, il y auroit un choix à faire entre toutes ces loix, qui formeroit un corps de législation le meilleur de tous. Nos plus grands hommes en ont trop ſenti les difficultés pour l'entreprendre : ils ſe ſont contentés d'apporter des remèdes particuliers aux défauts de chaque loi, à meſure qu'ils les découvroient. Le temps & le cours naturel des choſes ont fait à peu près ici ce qu'ils font dans tous les arts : ce qui étoit défectueux ou même barbare dans ſon origine, a été perfectionné par l'expérience ; les loix d'un ſyſtème de législation qui ne quadroient point avec celles du ſyſtème dans lequel on les transportoit, s'en ſont rapprochées ; les loix faites pour prévenir & punir les déſordres, ont été corrigées par les déſordres mêmes.

La

La complication des loix a néceſſairement compliqué la forme judiciaire : & dans quelques pays de l'Europe cette forme eſt devenue ſi importante, qu'on peut dire qu'elle fait une partie de la Loi même. On ne ſent que trop les inconvéniens qui doivent naître de tant de formalités : le moindre eſt le délai dans l'exercice de la Juſtice ; elles ruinent ſouvent le plaideur, & abſorbent toujours une partie de la capacité du Juge : il ſeroit ſans doute à ſouhaiter qu'on pût les retrancher, ou les rendre plus ſimples : & c'eſt une des premières idées qui ſe préſente au Légiſlateur. Mais ces formalités conſidérées ſous un autre aſpect, conſervent la liberté du citoyen, & par là deviennent reſpectables. Si l'on y change quelque choſe, ce ne doit donc être qu'avec la même circonſpection qu'on toucheroit aux loix mêmes. M. de Montesquieu, dans l'exercice de la Magiſtrature d'un grand Royaume, avoit reconnu cet effet des formalités ; au prix duquel les délais, & les dépenſes, & tous les inconvéniens qu'elles entraînent, ne lui paroiſſoient rien. Lorsqu'il s'agit de conſerver ou de faire perdre au citoyen ſa vie, ſon honneur ou ſes biens, l'excès des précautions ſuperflues eſt moins à craindre que l'omiſſion d'une ſeule précaution néceſſaire.

S'il étoit poſſible de former le meilleur ſyſtème de législation, quels talens ne faudroit-il pas voir réunis dans ceux qui entreprendroient un pareil ouvrage ! La ſcience univerſelle des loix, la connoiſſance de leur effet, l'expérience de la manière dont on les obſerve, dont on les élude, dont on les viole : tout cela encore ſeroit inutile, ſi le plus grand fonds d'eſprit philoſophique n'en faiſoit uſage. Mais ſi un tel ſyſtème étoit jamais formé, ce ſeroit à l'autorité d'en faire la loi univerſelle ; de faire comprendre l'avantage de cette nouvelle législation, ou en tout cas de la faire obſerver. Il eſt des occaſions où le Souverain peut voir ſi évidemment le bonheur d'un peuple, qu'après avoir voulu l'éclairer, il doit le faire obéir.

Comme le plan de M. de Montesquieu renfermoit tout ce qui peut être utile au genre humain, il n'a pas oublié cette partie eſſentiel-

le qui regarde le Commerce, les Finances, la *population ;* ſcience ſi nouvelle parmi nous, qu'elle n'y a point encore de nom C'eſt chez nos voiſins qu'elle eſt née : & elle y demeura jusqu'à ce que *M. Melon* lui fit paſſer la mer. Ce n'eſt point dans ce moment l'amitié qui m'aveugle, ni la mémoire d'un ami qui eſt mort entre mes bras ; mais je ne craindrai point de mettre ſon *Eſſai Politique ſur le Commerce* au rang de ce qu'ill y a de mieux en ce genre dans le livre de *l'Eſprit des Loix.* Cette ſcience négligée, ou plutôt entierement omiſe par les anciens, eſt une de celles qui demandent le plus de pénétration & le plus de juſteſſe, & eſt ſans contredit une des plus utiles : ſes problèmes plus compliqués que les problèmes les pluc difficiles de la Géométrie & de l'Algèbre, ont pour objet la richeſſe des Nations, leur puiſſance, & leur bonheur. Le même amour du bien public qui fit entreprendre à M. de Montesquieu ſon ouvrage, avoit porté M. Melon à donner le ſien ; des lumières égales lui avoient aſſuré les mêmes ſuccès. Ces deux hommes eurent le même genre d'étude, les mêmes talens, les mêmes agrémens de l'eſprit, vécurent dans les mêmes ſociétés ; & malgré tout cela furent toujours amis.

Si l'ouvrage de M. de Montesquieu n'eſt pas ce ſyſtème de légiſlation qui rendroit les hommes les plus heureux, il contient tous les matériaux dont ce ſyſtème devroit être formé. Pluſieurs y ſont contenus : ils y ſont, non comme les métaux & les pierres précieuſes ſe trouvent dans leurs mines, ſéparés & mêlés de matières hétérogenes : ici tout eſt pur, tout eſt diamant, ou or. Ce qu'on y pourroit déſirer, ce ſeroit un ordre plus exact, qui formât de toutes ces parties un tout ; qui ne laiſſât pas quelques unes briller hors de leur place ; qui les appropriât toutes à l'ouvrage. Mais ce ſeroit alors ce ſyſtème parfait de légiſlation qui ne ſauroit être l'ouvrage des hommes.

Cette diſperſion de matière fit dire à une perſonne de beaucoup d'eſprit, que *l'Eſprit des Loix* n'étoit *que de l'eſprit ſur les loix.* Je ne ſais ſi le titre que M. de Montesquieu a donné à ſon livre, eſt celui qui

qui lui étoit le plus propre ; mais ce livre ſera toujours celui qui contient ce qu'on pouvoit dire de mieux ſur les loix.

Il eſt tel ouvrage compoſé dans les Univerſités, auquel un enchaînement de propoſitions a donné un air de profondeur & de méthode, qui ne vaut pas un ſeul chapitre du livre de l'Eſprit des Loix : où après avoir traité longuement & péſamment des matières que M. de Montesquieu a épuiſées, en ne paroiſſant que les effleurer, on ne les a qu'à peine effleurées. Et quant à ce prétendu ordre que ces Auteurs ont cru mettre dans leurs ouvrages, ce n'eſt le plus ſouvent que parce qu'ils ne voyoient pas ſi bien que M. de Montesquieu, qu'ils ont lié des choſes qu'il a laiſſé ſéparées.

Nous ne diſſimulerons point qu'il nous ſemble que M. de Montesquieu, pour expliquer les cauſes des variétés qu'on obſerve dans les mœurs des différens peuples, dans leurs loix, dans leurs formes de gouvernement, dans leur Religion même, avoit trop donné au climat, au degré de chaleur, à l'air qu'on reſpire, aux alimens dont on ſe nourrit, & que quelques raiſonnemens ſur leſquels il veut appuyer ſes explications, n'avoient pas la force qu'il leur ſuppoſe. Ce qu'il y a de certain, c'eſt que ce principe phyſique a lieu juſqu'à un certain point : & que quand M. de Montesquieu en auroit étendu l'influence au delà de ſes véritables limites, il n'a jamais mérité certains reproches qu'on a voulu lui faire. Une fauſſe Philoſophie, actuellement trop commune, met en danger les Philoſophes les plus ſages : elle veut les attirer à elle en rapprochant ſes opinions des leurs ; ou les rendre odieux, en tenant les dévots tellement en garde contre elle, qu'ils croyent l'appercevoir là où elle n'eſt pas.

M. de Montesquieu avoit fait peu de cas des critiques philoſophiques & littéraires ; la raiſon étoit aſſez forte pour le défendre. Il ne pouvoit pas tant compter ſur elle contre ce nouveau genre de cenſure. Il en connoiſſoit la valeur, lorſqu'elle porte à faux ; mais il en craignoit les effets. Il étoit l'homme qui ne devoit pas même être ſoupçonné : il eut ſur cela des inquiétudes dont j'ai été le témoin & le dépoſi-

taire : il n'étoit pas menacé de moins que de voir condamner ſon livre, & d'être obligé à une rétractation, où à des modifications toujours fâcheuſes. Cependant après bien des menaces, un long examen, & des réflexions plus judicieuſes, la Sorbonne le laiſſa tranquille : comment auroit-elle pû perſuader que celui qui faiſoit tant de bien à la ſociété, pût nuire à la Religion ?

Ce ſera un opprobre éternel pour les Lettres, que la multitude des critiques qui parurent contre *l'Eſprit des Loix*. Il fut presque toujours attaqué avec injuſtice, mais quelquefois avec indécence. Après qu'on eût manqué à ce qu'on devoit à la raiſon, on manqua aux égards dûs à l'homme le plus reſpectable. M. de Montesquieu fut déchiré par ces vautours de la Littérature, qui ne pouvant ſe ſoutenir par leurs productions, vivent de ce qu'ils arrachent des productions des autres : il éprouva auſſi les traits cachés de cette eſpece d'ennemis qu'un autre motif rend plus cruels & plus dangereux, qui ne ſauroient voir le mérite ſans envie, & que la ſupériorité de M. de Montesquieu déſeſperoit. Le ſort ſingulier d'une critique de l'Eſprit des Loix mérite qu'on en parle. L'Auteur s'étoit donné beaucoup de peine pour compoſer contre M. de Montesquieu un gros ouvrage qui alloit paroître. Ses amis lui conſeillerent de retirer l'Eſprit des Loix : il le lut ; la crainte & le reſpect le ſaiſirent, & ſon ouvrage fut ſupprimé.

Quelques plumes excellentes prirent la défenſe de M. de Montesquieu ; & quand il n'auroit pas trouvé de défenſeurs, il étoit en droit de mépriſer : il daigna répondre. Quoiqu'il n'ait point avoué une *Défenſe de l'Eſprit des Loix* qui parut, on ne ſauroit l'attribuer à un autre qu'à lui, parce qu'elle eſt digne de lui. (*)

Il

(*) Il ne me cacha point qu'il en étoit l'Auteur. Voici ce qu'il m'écrivoit :

Madame d'Aiguillon m'envoya demander pour vous ma Défenſe de l'Eſprit des Loix, & ne m'ayant donné pour cela qu'un quart d'heure, je n'ai pû vous envoyer qu'un exemplaire broché, &c.

Il n'eût pas été moins facile à reconnoître dans un Dialogue entre *Sylla* & *Eucrate ;* dans ſon Lyſimaque ; & dans ſon Temple de Gnide: ouvrage d'un genre différent, mais rempli de tant de charmes, qu'il ſemble compoſé ſur l'Autel de la Déeſſe : ſorti de la plume de M. de Montesquieu, il prouve que la ſageſſe ne proſcrit point la volupté.

Il ſeroit trop tard pour nous excuſer de nous être tant étendus ſur ces ouvrages ; peut-être même trouveroit-on que nous n'avons pas beſoin d'excuſe. Un excellent Ecrivain a dit que la vie des Philoſophes ne devoit être que l'hiſtoire de leurs travaux : je n'excepte que celle de ces hommes qui nous ont donné des exemples de vertu, auſſi précieux que leurs ouvrages.

Auſſi-tôt que Sa Majeſté Pruſſienne m'eût confié l'adminiſtration de ſon Académie, je crus ne pouvoir rien faire de plus propre à augmenter ſon luſtre que d'y propoſer M. de Montesquieu. L'Académie ſentit ce qu'elle gagnoit dans une telle acquiſition, & M. de Montesquieu reçut cette diſtinction avec la plus vive ſenſibilité ; pour moi je tâchois encore de m'acquitter d'une obligation. Je lui devois l'honneur que l'Académie Françoiſe m'avoit fait de m'admettre : ſans l'illuſion que ſon amitié pour moi lui avoit cauſée, & ſans celle qu'elle m'avoit cauſée à moi-même, je ne me fuſſe jamais préſenté pour entrer dans une Compagnie, dont ma médiocrité, & le genre de mes études, me tenoient également éloigné. Quelle différence donc ſe trouvoit ici ! M. de Montesquieu m'avoit fait obtenir une véritable grace ; je ne pouvois lui procurer qu'une juſtice qui lui étoit dûe.

Il regarda cependant ſon aſſociation à notre Académie comme une faveur, & comme une faveur des plus précieuſes, par l'admiration qu'il avoit pour le Monarque qui la protège & qui l'anime. Voici comme il m'exprimoit ſes ſentimens : une lettre de M. de Montesquieu, fût-elle la plus familière & la plus négligée, eſt une pièce qu'on ſera toujours bien aiſe de trouver par-tout.

„ Mon-

„ Monſieur, mon très-cher & très-illuſtre Confrère,

„ Vous aurez reçu une lettre de moi datée de Paris. J'en reçus „ une de vous datée de Potzdam; comme vous l'aviez adreſſée à Bour- „ deaux, elle a reſté plus d'un mois en chemin, ce qui m'a privé très- „ long-tems du véritable plaiſir que je reſſens toujours lorsque je re- „ çois des marques de votre ſouvenir; je ne me conſole point de ne „ vous avoir point trouvé ici, & mon cœur & mon eſprit vous y „ cherchent toujours. Je ne ſaurois vous dire avec quel reſpect, „ avec quels ſentimens de reconnoiſſance, &, ſi j'oſe le dire, avec „ quelle joie j'apprends par votre lettre la nouvelle que l'Académie „ m'a fait l'honneur de me nommer un de ſes Membres : il n'y a que „ votre amitié qui ait pû lui perſuader que je pouvois aſpirer à cette „ place. Cela va me donner de l'émulation pour valoir mieux que je „ ne vaux; & il y a longtemps que vous auriez vû mon ambition, ſi „ je n'avois craint de tourmenter votre amitié en la faiſant paroître. „ Il faut à préſent que vous acheviez votre ouvrage, & que vous me „ marquiez ce que je dois faire en cette occaſion; à qui, & comment „ il faut que j'aye l'honneur d'écrire, & comment il faut que je faſſe „ mes remercimens : conduiſez-moi, & je ſerai bien conduit. Si „ vous pouvez dans quelque converſation parler au Roi de ma recon- „ noiſſance, & que cela ſoit à propos, je vous prie de le faire. Je ne „ puis offrir à ce grand Prince que de l'admiration, & en cela même „ je n'ai rien qui puiſſe presque me diſtinguer des autres hommes.

„ Je ſuis bien fâché de voir par votre lettre que vous n'êtes pas „ encore conſolé de la mort de Monſieur votre père. J'en ſuis vivement „ touché moi-même; c'eſt une raiſon de moins pour nous pour „ eſpérer de vous revoir. Pour moi, je ne ſais ſi c'eſt une choſe que „ je dois à mon être phyſique, ou à mon être moral; mais mon ame „ ſe prend à tour. Je me trouvois heureux dans mes terres, où je ne „ voyois que des arbres, & je me trouve heureux à Paris, au milieu „ de ce nombre d'hommes qui égalent les ſables de la mer; je ne de- „ mande autre choſe à la terre que de continuer à tourner ſur ſon cen-

„ tre;

„ tre ; je ne voudrois pourtant pas faire avec elle d'auſſi petits cercles „ que ceux que vous faiſiez quand vous étiez à *Torneâ*. Adieu, „ mon cher & illuſtre ami. Je vous embraſſe un million de fois. A „ Paris, ce 25 Novembre 1746. „

M. de Montesquieu n'étoit pas ſeulement un de ces hommes dont les talens honorent une Académie ; ſes vertus, & la conſidération qu'elles lui avoient attirée, l'y rendoient encore plus utile. Lorsque l'Académie Françoiſe eut à remplir la place de M. l'Archevêque de Sens, tous les ſuffrages s'alloient réunir pour un homme qui avoit donné les plus fortes preuves du mérite académique : mais dans cent ouvrages excellens, il s'en étoit trouvé un ſeul, fruit malheureux de la jeuneſſe de l'Auteur : ce n'étoit cependant point un de ces écarts phrénétiques, où l'on oſe attaquer la Divinité, ou déchirer les hommes. C'étoit un petit Poëme que Horace & Perrone auroient avoué, mais dans lequel les mœurs étoient trop peu reſpectées. M. de Montesquieu, alors Directeur de l'Académie, reçut ordre de ſe rendre à Verſailles ; & le Roi lui dit qu'il ne vouloit point que Piron fût élû. M. de Montesquieu en rendit compte à l'Académie : mais en même temps il inſtruiſit une Dame protectrice des talens, parce qu'elle les poſſède tous, du mérite & de la mauvaiſe fortune de celui que l'Académie ne pouvoit plus ſonger à admettre. Dans une lettre qu'il écrivit à Madame la Marquiſe de Pompadour, il en fit une peinture ſi vive, que deux jours après M. Piron reçut une penſion de cent piſtoles, dont la bonté du Roi conſoloit le mérite, que ſa juſtice ne lui avoit pas permis de récompenſer autrement.

Cette conſidération ſi juſtement acquiſe dont jouiſſoit M. de Montesquieu, faiſoit, qu'ayant abdiqué la Magiſtrature, & s'étant par ſon genre de vie éloigné des affaires, ſon cœur toujours citoyen, & ſa vaſte connoiſſance des Loix, lui faiſoient toujours prendre un vif intérêt à tout ce qui regardoit la gloire ou la félicité de ſa nation, & donnoient un grand poids à ſes ſentimens. Il franchiſſoit alors les opinions particulières des Compagnies dont il avoit été membre, & voyoit les

choſes en homme d'Etat. En 1751. lorsqu'il fut queſtion des immunités eccleſiaſtiques, il ne crut point qu'il fallût ôter au Clergé un privilège qu'il regardoit comme l'ombre reſpectable d'un droit autrefois commun à toute la nation. Il faiſoit beaucoup de cas d'un petit livre qui parut alors ſur la conſervation de ce privilège dans les Provinces d'Etats. Il croyoit que les déciſions dogmatiques du Clergé, munies de l'autorité du Souverain, méritoient encore plus de reſpect : que la Conſtitution étoit reçue ; qu'il falloit empêcher qu'on en abuſât.

Si tout cela fait voir l'étendue de l'eſprit de M. de Montesquieu, il ne peint pas moins ſon caractère. Toujours porté à la douceur & à l'humanité, il craignoit des changemens dont les plus grands génies ne peuvent pas toujours prévoir les ſuites. Cet eſprit de modération avec lequel il voyoit les choſes dans le repos de ſon cabinet, il l'appliquoit à tout, & le conſervoit dans le bruit du monde & dans le feu des converſations. On trouvoit toujours le même homme avec tous les tons. Il ſembloit encore alors plus merveilleux que dans ſes ouvrages : ſimple, profond, ſublime, il charmoit, il inſtruiſoit, & n'offenſoit jamais. J'ai eu le bonheur de vivre dans les mêmes ſociétés que lui ; j'ai vû, j'ai partagé l'impatience avec laquelle il étoit toujours attendu, la joie avec laquelle on le voyoit arriver.

Son maintien modeſte & libre reſſembloit à ſa converſation ; ſa taille étoit bien proportionnée ; quoiqu'il eût perdu presque entierement un œil, & que l'autre eût toujours été très foible, on ne s'en appercevoit point ; ſa phyſionomie réuniſſoit la douceur & la ſublimité.

Il fut fort négligé dans ſes habits, & mépriſa tout ce qui étoit au delà de la propreté : il n'étoit vêtu que des étoffes les plus ſimples, & n'y faiſoit jamais ajouter ni or ni argent. La même ſimplicité fut dans ſa table, & dans tout le reſte de ſon œconomie : & malgré la dépenſe que lui ont coûté ſes voyages, ſa vie dans le grand monde, la foibleſſe de ſa vûe, & l'impreſſion de ſes ouvrages, il n'a point entamé le médiocre héritage de ſes pères, & a dédaigné de l'augmenter, malgré toutes les occaſions qui ſe préſentoient à lui dans un pays

&

& dans un ſiècle où tant de voies de fortune ſont ouvertes au moindre mérite.

Il mourut le 10 Février de cette année, & mourut comme il avoit vécu, c'eſt-à-dire ſans faſte & ſans foibleſſe, s'acquittant de tous ſes devoirs avec la plus grande décence. Pendant ſa maladie, ſa maiſon fut remplie de tout ce qu'il y avoit en France de plus grand & de plus digne de ſon amitié. Madame la Ducheſſe d'Aiguillon qui me permettra de la citer ici, (la mémoire de M. de Montesquieu y perdroit trop, ſi je ne la nommois pas) ne le quitta point, & recueillit ſes derniers ſoupirs. Ce fut chez elle que je le vis pour la première fois, & ce fut alors que ſe forma cette amitié, dans laquelle j'ai trouvé tant de délices : c'eſt d'elle que je tiens les circonſtances de ſa mort (*). Ces derniers momens d'un bien que nous allons perdre ſemblent devenir les plus précieux ; & ſont en effet les plus beaux d'une

 ne

(*) La douceur de ſon caractère (c'eſt Madame la Ducheſſe d'Aiguillon qui parle) s'eſt ſoutenue juſqu'au dernier moment. Il ne lui eſt pas échappé une plainte, ni la moindre impatience. *Comment eſt l'eſpérance à la crainte*, diſoit-il aux Médecins ? Il a parlé convenablement à ceux qui l'ont aſſiſté : *J'ai toujours reſpecté la Religion ; la morale de l'Evangile eſt une excellente choſe, & le plus beau préſent que Dieu pût faire aux hommes.* Les Jéſuites qui étoient auprès de lui, le preſſant de leur remettre les corrections qu'il avoit faites aux Lettres Perſanes, il me remit & à Madame Dupré ſon manuſcrit, en nous diſant : *Je veux tout ſacrifier à la raiſon & à la Religion, mais rien à la ſociété ; conſultez avec mes amis, & décidez ſi ceci doit paroître.* Il étoit bien aiſe de voir ſes amis, & prenoit part à la converſation, dans les intervalles où ſa tête étoit libre. *L'état où je ſuis eſt cruel*, me diſoit-il, *mais il y a auſſi bien des conſolations ;* tant il étoit ſenſible à l'intérêt que le public y prenoit, & à l'affection de ſes amis. J'y paſſois les jours & presque les nuits : Madame Dupré y étoit auſſi très-aſſidue ; M. le Duc de Nivernois, M. de Bucley, la famille de Fitz-James, le Chevalier de Jaucourt, &c. La maiſon ne deſempliſſoit pas, & la rue étoit embarraſſée. Les ſoins ont été auſſi inutiles que les ſecours. Il eſt mort le treizième jour de ſa maladie, d'une fièvre inflammatoire qui attaquoit également toutes les parties.

ne belle vie, lorsque l'ame prête à quitter la terre, & déjà débarraſſée du corps, ſe montre dans toute ſa pureté.

M. de Montesquieu s'étoit marié en 1715. & avoit épouſé le 30. Avril Demoiſelle Jeanne de Lartigue, fille du ſieur Pierre de Lartigue, Lieutenant-Colonel au Régiment de Maulevrier; il en a eu un fils & deux filles. M. de Secondat, célèbre par ſon goût & par ſes connoiſſances dans les Mathématiques & la Phyſique, a été choiſi par cette Académie pour y remplir la place de ſon père : c'eſt une conſolation de retrouver parmi nous un nom ſi cher dans un Confrère capable de le ſoutenir. M. de Châteaubrun, qui a rétabli ſur notre Théâtre cette ſimplicité grecque que la molleſſe des mœurs & la décadence du goût en avoient bannie, a eu ſa place dans l'Académie Françoiſe : & l'Académie de Cortone l'a remplacé par M. de la Condamine, qui recueille cet héritage d'un ami à qui il étoit digne de ſuccéder.

DISSER-

DISSERTATION

SUR LES FRÉQUENTES ALIENATIONS DE LA MARCHE DE BRANDEBOURG, DANS LE QUATORZIE'ME ET QUINZIE'ME SIECLE, ET SUR LE BAS PRIX POUR LEQUEL ON PRÉTEND QU'ELLE A ÉTÉ VENDUE.

PAR M. DE HERTZBERG.

Il y a peu de païs, qui ayent ſi ſouvent changé de Maitre que l'Electorat de Brandebourg en changea dans le quatorzième & quinziéme ſiecle; ce qui donna lieu au proverbe : *Marchia Dominos mutavit ſæpe ſuos.*

L'Empereur Charles IV. Roi de Boheme de la maiſon de Luxembourg, acquit la Marche de Brandebourg en 1373. d'Otton de Baviere, pour 200000. florins & quelques Villes du Haut Palatinat, ſelon l'opinion commune. Wenceslas, Fils de l'Empereur, l'ayant cedée en 1378. à ſon Frére Sigismond, celui-ci qui avoit beſoin d'argent pour les guerres d'Hongrie, hypothequa en 1381. le Brandebourg à ſes Couſins, Joſſe & Procope, Margraves de Moravie. Joſſe, auſſi mauvais économe que Sigismond, l'engagea pendant quelque tems à Guillaume, Marggrave de Misnie, duquel il le racheta pourtant. La mort de Joſſe fit retourner la Marche à Sigismond, qui la vendit enfin entiérement en 1415. à Fréderic de Zollern, Bourggrave de Nuremberg, pour la ſomme de 400000. florins d'Hongrie, pour m'exprimer ſelon l'opinion vulgaire.

On eſt ſurpris de voir ainſi de ſi vaſtes Etats devenir un objet de commerce, entre les mains de leurs Princes, qui les vendent & les reven-

dent avec la même facilité, & à un prix, auquel on acheteroit aujourd'hui un bon Village. Des événemens ſi oppoſés à la façon de penſer d'aujourd'hui frappent l'imagination de ceux qui ne connoiſſent pas la conſtitution des Etats dans les tems reculés, ni le génie particulier qui caractériſe les hommes de chaque Siecle.

De là réſultent les jugemens téméraires, qu'on porte ordinairement de ces deux révolutions, qui ont fait paſſer l'Electorat de Brandebourg de la maiſon de Baviere à celle de Luxembourg, & de la derniere à la maiſon de Zollern. Les Ducs de Baviere reprocherent à l'Empereur Sigismond, que ſon Pére Charles IV. en achetant la Marche, *n'avoit pas payé les ſeules cordes des cloches du païs.* Ce bon mot a paſſé en proverbe ; & des gens également ignorans & malins ont oſé l'appliquer à la Maiſon qui régne glorieuſement.

Ces erreurs viennent en partie de la ſtérilité qui régne dans nos Annales, ſurtout durant l'époque de la maiſon de Luxembourg. Je tâcherai d'y ſuppléer en quelque façon, & de rectifier les idées vulgaires, à la faveur des anciens monumens. Mon but ſera de conſtater autant qu'il eſt poſſible les véritables circonſtances, qui ont accompagné l'acquiſition que Charles IV. fit de la Marche. L'événement qui a fait paſſer cet Electorat à la Maiſon de Zollern, étant mieux connu, il me ſuffira d'en tirer quelques réfléxions, pour détruire les fauſſes idées qu'on s'en fait.

Pour en venir au premier point, les Hiſtoriens n'en diſent rien de précis ; & ils ſe contentent de rapporter, que Charles IV. acheta la Marche d'Otton de Baviere. Voici comment la choſe ſe paſſa, ſelon les anciens Documens, qui ſont aux Archives. On ſait, que Charles IV. attentif à tous les moyens capables d'agrandir ſon Royaume de Boheme, fut ſurtout fort heureux à acheter des Villes, & des Provinces entieres. Comme il avoit marié ſa Fille Eliſabeth à Otton de Baviere, Marggrave de Brandebourg, il ſçut engager ce Prince, auſſi bien que ſon Frère Louis le Romain, à ſigner en 1363. une convention, par laquelle les deux Marggraves aſſurerent la ſucceſſion à l'Electorat

torat de Brandebourg, à Wenceslas Fils de l'Empereur, en cas qu'eux-mêmes vinsſent à mourir ſans héritiers mâles. Wenceslas fut d'abord inveſti de la Marche de Brandebourg, il en prit les armes & les titres, les Etats lui prêterent le ſerment éventuel, & ſe firent confirmer par lui leurs privileges. Depuis ce tems là Charles IV. commença à ſe mêler beaucoup du Gouvernement de la Marche. Ayant remarqué que le Marggrave Otton travailloit ſous main à éluder la convention, pour faire paſſer ſa ſucceſſion à ſes couſins les Ducs de Baviere, il entra l'an 1373. avec une Armée dans la Marche, & força le Marggrave Otton à ceder de ſon vivant, à ſes fils, la poſſeſſion de toutes les Marches. On ne trouve plus l'Acte de ceſſion d'Otton ; mais il exiſte encore une Chartre de Wenceslas, qui, autant que je peux le ſavoir, n'eſt pas encore publiée, & dans laquelle ce Prince rapporte : qu'Otton lui avoit cedé, de ſon vivant & de bon gré, toute la Marche de Brandebourg, à l'exception de la dignité electorale & de l'Office d'Archi-Chambellan, qu'il s'étoit réſervé pour ſa vie ; qu'en échange il cedoit à Otton pour lui & ſes héritiers mâles, les villes de Floſs, Hirſchau, Sultzbach, Rotenberg, Buchberg, Lichtenſtein, Lichtenek, Lauffen, & quelques autres places ſituées dans le Haut Palatinat, ſous condition, que ſi Otton ne laiſſoit point d'heritiers mâles, il ſeroit libre aux Rois de Boheme, de racheter ces Villes pour la ſomme de 100000. florins. En outre il promet, que ſi Otton laiſſoit des filles qui ſe mariaſſent, les Rois de Boheme donneroient à chacune une dot de dix mille Schock de gros de Prague.

Telles ſont les véritables circonſtances de cet achat prétendu, qui a fait tant de bruit, & ſur lequel j'aime mieux m'en rapporter à un acte auſſi authentique que le diplome de Wenceslas, qu'au récit des Hiſtoriens, qui ne parlent que ſur un oui-dire, & dont les uns prétendent, qu'Otton reçut pour payement la ſomme de 200000. florins, pendant que d'autres veulent, qu'il eut, outre les villes du Haut Palatinat, une ſomme de ſix mille florins, qu'il avoit depuis conſumée dans la crapule avec la femme d'un Meunier.

On

On juge ſans peine par les circonſtances de cette affaire, qu'il n'y eut point un contrat de vente paſſé entre Charles IV. & Otton; mais le dernier ayant fait des tentatives pour ſe départir des engagemens pris en faveur des enfans de Charles IV. celui-ci fit la conquête de la Marche de Brandebourg, & donna à Otton quelques Villes du Haut Palatinat, non comme un prix proportioné à un objet auſſi important que la Marche, mais plutôt pour lui ſervir d'une eſpece d'établiſſement, dont il put tirer ſa ſubſiſtance, pour le reſte de ſes jours. Auſſi ne trouve-t-on pas un mot, ni d'achat, ni de vente, dans l'Acte de Wenceslas; & ce Prince rapporte ſimplement, qu'Otton lui avoit cedé la Marche de Brandebourg, & que, pour lui prouver ſon amitié, il lui cedoit les Villes nommées. Je paſſe ſous ſilence les autres formalités, qui furent obſervées par Charles IV. pour affermir d'autant plus l'acquiſition de la Marche; comme le conſentement de tous les Electeurs, & la renonciation des Ducs de Baviere, Couſins d'Otton: il me ſuffit d'avoir prouvé, que ce ſeroit parler fort improprement, ſi on vouloit ſoutenir, que Charles IV. avoit acheté la Marche pour 100000. ou pour 200000. florins.

On peut dire à plus juſte titre, que Fréderic de Zollern, Bourggrave de Nuremberg, a acheté l'Electorat de Brandebourg. Ce Prince avoit rendu à Sigismond les ſervices les plus importans, il lui avoit procuré la Couronne Impériale, il lui avoit avancé de ſi groſſes ſommes, & il avoit fait de ſi grandes dépenſes pour ſon ſervice, que Sigismond, pour l'en dédommager en quelque façon, & pour rétablir auſſi la Marche de Brandebourg cruellement déchirée par des guerres inteſtines, & fort démembrée par l'avidité de ſes voiſins, n'eut pas d'autre parti a prendre, que d'établir en 1411. le Bourggrave Fréderic Gouverneur général de la Marche, avec la clauſe, que Fréderic, ni ſes héritiers, ne ſeroient pas tenus de ſe déſaiſir de ce Gouvernement, qu'on ne leur eut rembourſé la ſomme de cent mille florins d'Hongrie. Les prétentions de Fréderic s'accrurent conſidérablement, par les fraix qu'il eut à ſupporter, pour remettre le bon ordre dans le Brandebourg; & Sigis-

gismond ſe trouvant de nouveau preſſé de recourir à la bourſe de ce Prince, pour pouvoir faire un voyage en Eſpagne, il céda enfin l'an 1415. l'Electorat de Brandebourg en toute propriété à Fréderic, en ſe reſervant ſeulement, que lui & ſon Frere Wenceslas avec leurs héritiers mâles auroient le droit de racheter la Marche, moyennant la ſomme de 400000. florins d'Hongrie; condition, qui vint pourtant bientôt à tomber par le decès de Wenceslas & de Sigismond ſans héritiers mâles. L'Acte de ceſſion, que Sigismond donna à Fréderic, ne reſſemble guères à un contrat de vente. On n'y trouve point de prix conſtitué, la ſomme de 400000. florins ne faiſant pas le prix de la vente, mais celui du rachat. Les principaux motifs que Sigismond allégue, ſont la difficulté de bien gouverner tant d'Etats, ſon éloignement du Brandebourg, la neceſſité de remplir le nombre des Electeurs, mais ſurtout les grands ſervices de Fréderic. On peut donc dire avec raiſon, que Fréderic a acheté la Marche de Brandebourg, autant par les ſervices importans, qu'il rendit à l'Empereur, que par les ſommes, qu'il lui avoit avancées. Mais on peut encore prouver, qu'indépendament de ces conſidérations, les 400000. florins d'Hongrie faiſoient alors un objet aſſez proportionné à la valeur intrinſeque de la Marche, & aux revenus que l'Electeur en tiroit. En voici la preuve.

On garde dans nos Archives un des plus précieux monumens de ce tems-là, & qui eſt extrémement intéreſſant pour la Marche de Brandebourg; c'eſt le Régitre original, que Charles IV. fit dreſſer lors de l'acquiſition de la Marche, contenant un dénombrement exact de toutes les Villes & de tous les Villages de l'Electorat de Brandebourg, à l'exception de la nouvelle Marche. Il paroit par ce Régitre, que les revenus ordinaires du Marggrave de Brandebourg ne montoient par an qu'à cinq mille marcs d'argent de Brandebourg. On peut poſer en fait, que les revenus de Charles IV. devoient être beaucoup plus conſidérables que ceux de l'Electeur Fréderic I. car le premier poſſéda la Marche en entier, au lieu que le dernier la trouva démembrée de la nouvelle Marche, de l'Uckermarck & du Prignitz,

ſans compter, que la plûpart des Villes & des Domaines étoient hypothéqués à la Nobleſſe. En ſuppoſant donc, quoique gratuitement, que l'Electeur Fréderic I. en ait tiré autant de revenus, que Charles IV. en avoit, Fréderic n'auroit fait que percevoir la rente de ſon Capital à cinq pour cent. Car un marc d'argent de Brandebourg valoit quatre florins d'Hongrie (1), quand ceux-ci étoient au plus haut prix: par conſéquent les 400000. florins conſtitués pour le prix du rachat de la Marche, faiſoient 100000. marcs de capital (2), & les cinq mille

(1) Dans l'Acte, par lequel Sigismond vendit en 1403. la Nouvelle Marche à l'Ordre Teutonique, il dit expreſſément, qu'il comptoit quatre florins d'Hongrie pour un marc de Brandebourg.

(2) Il eſt difficile d'évaluer cette ſomme ſelon l'argent d'aujourd'hui, parce qu'on ne ſait pas au juſte la valeur du marc de Brandebourg. *Muller*, Jurisconſulte Brandebourgeois, avance dans ſa *Practica forenſis* p. 2, qu'un marc de Brandebourg valoit un ecu huit gros d'aujourd'hui. Mais cela ne s'accorde gueres avec l'evaluation de la monnoye Brandebourgeoiſe, qui ſe trouve dans le Régitre ſusmentioné de Charles IV. J'en placerai ici l'eſſentiel en propres termes:

Una marca argenti Brandenburgenſis valet octo groſſos & unam ſexagenam groſſorum.

Quum XVII groſſi pro 1 floreno commutantur, tunc V mille ſexagenorum groſſorum faciunt 17640 flor.

Cum 16 gr. pro 1 floreno. Quum vero unus florenus pro 15 groſſis &c.

Quum una marca argenti Brand. facit quatuor florenos, tunc centum marcæ faciunt 400 floren.

Quum vero 1 quent. minus, tunc eſt ſcire, quod de qualibet defalcantur duo quentin, hoc eſt 1 lot.

Igitur de centum marcis 50 lot, que faciunt 3 marcas & 2 lot.

Il paroit par les derniers mots, *50 lot que faciunt 3 marcas & 2 lot*, que le marc de Brandenbourg étoit de 16 lots, & par conſéquent c'étoit un marc réel & non numéraire. Or, comme le marc vaut aujourd'hui entre 14 & 15 ecus, il s'enſuivroit, que les 100000. ou 400000. florins conſtitués par Sigismond pour le prix du rachat de la Marche de Brandebourg reviendroient à 1400000. ou 1500000. ecus monoye d'aujourd'hui, & que l'Electeur de Brandebourg avoit du tems de Charles IV. environ 75000 ecus de revenus. Ce calcul ne laiſſe pas d'être encore ſujet à des difficultés. Il faut eſpérer, que ceux qui écrivent ſur le problème de l'année 1756. tireront cette matiere au clair.

le marcs de revenus annuels, que Fréderic I. peut avoir eu de la Marche, ſont les intérets à cinq pour cent de 100000. marcs.

Ce calcul, ſi on le ſuivoit avec plus d'exactitude & de préciſion, pourroit ſervir utilement à réſoudre en partie le problème que l'Académie a propoſé pour l'année 1756. & on verroit par là, qu'après une juſte comparaiſon faite de la valeur de l'or & de l'argent, il ne ſe trouveroit point de différence eſſentielle entre les richeſſes de notre Siècle & celles de ce tems-là.

Pour achever de prouver, qu'il n'y avoit rien d'extraordinaire dans l'achat que Fréderic fit de la Marche, & qu'il en paya tout ce qu'elle valoit; je n'ai qu'à choiſir quelques exemples dans la foule de pareilles ventes, qui ſe préſentent dans l'hiſtoire des mêmes ſiecles. Ainſi Louis le Romain, Marggrave de Brandebourg, vendit la Luſace au Marggrave de Miſnie pour 20000. marcs d'argent; & Sigismoud même vendit la nouvelle Marche en 1403. à l'ordre Teutonique pour 62000. florins d'Hongrie. Or ſi la nouvelle Marche ne fut vendue qu'à 62000. florins; on ſent bien, que 400000. florins ne faiſoient pas un prix trop bas pour les autres Marches.

Il eſt vrai que cette facilité, avec laquelle on vendoit alors les pays, doit paroitre fort extraordinaire dans notre ſiecle, qui ne connoit plus de prix pour les Etats ſouverains. Mais il faut conſidérer que, dans ces ſiecles barbares, les Royaumes & les Etats n'étoient pas encore ſi bien conſolidés qu'à preſent. Un Prince partageoit ordinairement ſes Etats entre ſes fils; & ces Princes foibles, n'ayant ni des Finances reglées, ni des Troupes entretenues, ſe trouvoient ſans reſſource au premier revers, & étoient aiſément réduits à des remèdes auſſi extrêmes, que celui de vendre leur pays.

DISCOURS
SUR
L'EXPÉDITION DE CYRUS
CONTRE
LES SCYTHES,

PAR M. PELLOUTIER.

§. I.

Il y a dans Ammian Marcellin un paſſage, qui m'a paru mériter quelque attention. Parlant de la Monarchie des Perſes, il dit (a) *que cette Nation victorieuſe étendit à la vérité ſa Domination, juſqu'à la Propontide & à la Thrace; mais que par l'ambition de ſes Princes, qui ne penſoient qu'à accumuler conquête ſur conquête, elle ſouffrit auſſi pluſieurs échecs. Elle reçût le premier du tems de Cyrus, qui ayant paſſé le Bosphore avec une armée, dont le nombre approche presque de la fable, fut totalement défait, par Tomyris Reine des Scythes, qui vengea cruellement la mort de ſes fils.*

Voſſius parlant de ce paſſage, dit (b) *qu'il ne ſait ce qui étoit venu dans l'eſprit à Ammian Marcellin, pour écrire*, que Cyrus paſſa le

(a) *Satis conſtat hanc gentem regna, populis vi ſuperatis compluribus, dilataſſe ad uſque Propontidem & Thraciam; ſed alte ſpirantium Ducum ſuperbia, licenter graſſantium per longinqua, erumnis maximis imminutam. Primo per Cyrum, quem Boſphori fretum cum multitudine fabuloſa transgreſſum, ad internecionem delevit Tomyris Regina Scytharum, ultrix acerrima filiorum.* Ammian. Marcellin. Lib. XXIII. cap. 6. pag. 367. Edit. Valeſii, Paris 1681.

(b) *Neſcio quid Ammiano Marcellino in mentem venerit, quod ſcribat*, Cyrum Boſphori fretum, cum multitudine fabuloſa transgreſſum &c,. *Araxem transgreſſum fuiſſe Cyrum*

le Bosphore, *tous les Hiſtoriens aſſurant unanimement, qu'il paſſa l'Araxe, pour aller combattre les Maſſagetes, au lieu que perſonne n'a jamais dit, qu'il eut paſſé le Boſphore.*

Il eſt bien vrai, que la plûpart des Hiſtoriens font périr Cyrus, dans une expédition contre des Scythes Maſſagetes, qui demeuroient dans le voiſinage de la Mer Caſpienne. Mais, pour ne pas prendre le change, il eſt bon de faire ici deux remarques. La premiere c'eſt, que l'autorité de cette foule d'Hiſtoriens, que Voſſius oppoſe à Ammian, ſe réduit dans le fond au ſeul témoignage d'Herodote, que les Ecrivains poſtérieurs ont ſuivi, & copié les uns après les autres. La ſeconde, c'eſt qu'Ammian Marcellin, qui fait paſſer le Bosphore à Cyrus, pour attaquer des Scythes établis en Europe, n'a pas inventé cette particularité, comme Voſſius ſemble l'en accuſer. Il écrivoit ſon Hiſtoire ſur la fin du quatrième ſiecle. Philoſtrate avoit dit deux cens ans auparavant, (c) *que Cyrus ayant paſſé le Danube, pour faire la guerre aux Maſſagetes, & aux Iſſedons, fut tué par une femme qui commandoit à ces barbares.* L'Hiſtorien qui avoit fourni ce fait à Philoſtrate, étoit ſelon les apparences le même, duquel Jornandes avoit appris, (d) que Tamyris qui battit Cyrus, étoit Reine des Getes, ou Goths, qui demeuroient au delà du Danube, & que Darius, fils d'Hyſtaſpe, vint attaquer dans leur païs, quelques années après la mort de Cyrus.

Il s'agit donc de ſavoir, ſi Ammian Marcellin qui avoit lû & relû Herodote, n'a pas eu de bonnes raiſons, pour s'écarter ſur cet article de ſon récit ; & s'il ne l'a pas fait ſur la foi de quelque ancien Hiſtorien,

Cyrum, cum Tamyridi, & Maſſagetis bellum inferret, ex omnibus conſtat. Boſphorum vero trajeciſſe, nemo dixit. Voſſius ad Juſtin. Lib. I. cap. 8.

(c) *Profectus enim Cyrus ultra Iſtrum fluvium, adverſus Maſſagetas, atque Iſſedones, Scythicas gentes, a muliere quæ his barbaris imperabat, interfectus eſt, Cyrique caput mulier abſcidit, ut & Threſſæ mulieres Orphei.* Philoſtrat. Heroic. pag. 677. Editio Pariſ. 1608.

(d) Jornandes in Hiſtoria Gothorum cap. X. pag. 624. apud Grotium in Hiſtor. Gothorum, Vandalorum, Longobardorum &c. Amſtelod. 1655.

que nous n'avons plus à la vérité, mais dont le témoignage lui a paru préférable à celui d'Herodote. C'eſt ce que je me propoſe d'examiner dans ce Diſcours. On dit communément, que les ténebres de l'Hiſtoire ancienne commençent à ſe diſſiper ſous le régne de Cyrus. Cela eſt vrai dans un ſens. L'Hiſtoire de ce Prince fournit quelques époques qui paroiſſent ſûres. Mais cela n'empêche pas, qu'il ne régne encore beaucoup d'obſcurité, & d'incertitude, dans ce qui eſt rapporté des guerres, & de la mort de ce fondateur de la Monarchie des Perſes. Les preuves s'en préſenteront en aſſez grand nombre, pour faire conclure à un Lecteur judicieux, qu'au lieu de chercher ici la certitude, il faut ſe contenter le plus ſouvent de la ſimple probabilité; & que le ſentiment le plus reçû, & le plus accrédité, eſt quelquefois le moins probable de tous. Avant toutes choſes, il eſt à propos de donner ici ce que les Hiſtoriens dont les Ouvrages ont échappé aux injures du tems, racontent de l'expédition de Cyrus contre les Scythes.

§. II. Voici en abrégé ce qu'en dit Herodote. (e) *Après avoir ſoumis la Lydie, Cyrus négligea de pouſſer ſes conquêtes du côté de l'Ionie, parce qu'il ſe propoſoit d'attaquer premierement Babylone, les Saces, & les Egyptiens.* (f) *Ayant donc réduit les Babyloniens, & leur ville, il lui prit envie de ſoumettre auſſi les Maſſagetes, que l'on dit être une nation nombreuſe, & vaillante, établie vers l'Orient, au delà de l'Araxe, dans le voiſinage des Iſſédons. Il y en a qui prétendent que ces Maſſagetes ſont un peuple Scythe.* (g) *L'Araxe ſort du païs des Mantieniens, & ſe partage en quarante branches, qui vont ſe perdre dans des marais, à la réſerve d'une ſeule qui ſe décharge dans la mer Caſpienne.* (h) *Cyrus fut pouſſé par beaucoup de puiſſantes raiſons à attaquer les Maſſagetes, qui occupent la plus grande partie d'une vaſte plaine, ſituée à l'Orient de la Mer Caſpienne. La premiere étoit ſa naiſſance, qui ſembloit l'élever au deſſus de la condition humaine. La ſecon-*

(e) Herodot. Lib. I. cap. 153.
(f) ibid. cap. 201.
(g) ibid. cap. 202.
(h) cap. 204.

ſeconde étoit l'heureux ſuccès qu'il avoit eu dans toutes ſes guerres ; de quelque côté qu'il portât ſes armes, il ne trouvoit aucun peuple qui fut capable de lui réſiſter.

(*i*) *Les Maſſagetes qui avoient perdu leur Roi, étoient gouvernés alors par la Reine Tomyris ſa veuve. Cyrus qui ne cherchoit qu'un prétexte pour commencer la guerre, fit demander Tomyris en mariage ; & cette Princeſſe qui comprit qu'il en vouloit moins à ſa perſonne, qu'au Royaume des Maſſagetes, ayant rejetté la propoſition, il marcha d'abord vers l'Araxe avec ſon armée.* (*l*) *Pendant qu'il étoit occupé à élever des tours ſur des bateaux, & à jetter un pont ſur le fleuve, Tomyris lui fit dire par un héraut, qu'il pouvoit s'épargner tous ces préparatifs ; que s'il avoit une ſi grande envie, d'eſſayer ſes forces contre les Maſſagetes, elle offroit de ſe retirer avec ſon armée, juſqu'à la diſtance de trois journées de chemin, afin que les Perſes puſſent paſſer librement le fleuve ; exigeant le réciproque de Cyrus, s'il aimoit mieux que la bataille ſe donnât dans ſes Etats.* (*m*) *Le Roi de Perſe accepta la premiere de ces propoſitions, contre le ſentiment de ſon Conſeil, auquel il préfera l'avis de Creſus, qui lui diſoit, que ſi les Perſes venoient malheureuſement à être battus en decà de l'Araxe, toutes les Provinces de leur Empire ſeroient expoſées aux incurſions des barbares ; au lieu que s'il avoit le bonheur de battre l'ennemi au delà du fleuve, tout le Royaume des Maſſagetes ſeroit à ſa diſpoſition.*

Ce qui ſuit dans Herodote n'eſt ignoré de perſonne, & il ſuffira de l'indiquer en deux mots. (*n*) *Cyrus ayant paſſé l'Araxe avec ſon armée, tira d'abord un avantage aſſez conſidérable, d'un ſtratagême que le même Creſus lui avoit ſuggéré, avant que d'être renvoyé en Perſe avec Cambyſe. Il abandonna le camp qu'il avoit établi à une journée de l'Araxe, n'y laiſſant qu'une très petite garde, & fit mine de retourner avec ſon armée vers le fleuve. Les Maſſagetes ayant enſuite attaqué ce camp, avec la troiſieme partie de leur armée, s'en emparerent facilement,*

(*i*) Herodot. Lib. I. cap. 205. (*l*) ibid. cap. 206.
(*m*) cap. 207. (*n*) Herodot. Lib. I. cap. 211.

ment, & le trouvant rempli de proviſions de toute ſorte, ils ſe gorgerent tellement de viandes & de boiſſon, qu'ils tomberent tous dans un profond ſommeil. Il ne fut pas difficile après cela à Cyrus, qui revint ſur ſes pas, de les ſurprendre, & de les accabler. On en tua un grand nombre ; on fit encore plus de priſonniers, entre leſquels étoit Spargapiſe, fils de la Reine Tomyris, qui avoit commandé le détachement des Maſſagetes. (o) *Ce Prince étant revenu de ſon yvreſſe, & ſe voyant chargé de chaines, fit prier Cyrus de permettre qu'on le déliât, & auſſi tôt qu'il eut les mains libres, il ſe tua lui-même.* (p) *Quelque tems après, les choſes en vinrent à une bataille déciſive, dans laquelle une grande partie de l'armée des Perſes fut détruite. Cyrus lui même y périt, apres avoir regné vingt-neuf ans. Son corps ayant été cherché, & trouvé parmi les morts, Tomyris lui fit couper la tête, qu'elle fit plonger dans un vaiſſeau plein de ſang humain, en diſant ; vous avez fait perir mon fils par un ſtratagème ; & moi je vous raſſaſierai de ſang, comme je vous en avois menacé !* Après avoir ainſi rapporté la défaite de Cyrus, Herodote a la bonne foi d'ajouter, *qu'on raconte à la vérité en pluſieurs manieres la mort de ce Prince, mais qu'il s'en tient à ce qui lui a paru le plus vraiſemblable.* Les Hiſtoriens poſtérieurs, qui ont ſuivi, & le plus ſouvent copié Herodote, ne laiſſent pas avec cela que d'enchérir ſur leur Original. Juſtin par exemple dit, (q) *que Tomyris rendit à Cyrus ſtratagème pour ſtratagème, l'ayant attiré dans un défilé, où il périt avec deux cens mille Perſes, ſans qu'il échappât un ſeul homme de leur armée, qui pût porter dans ſon païs la nouvelle d'une ſi grande défaite.* Oroſe (r) en dit autant. Diodore de Sicile aſſure, (s) *que l'armée des Perſes fut non ſeulement battuë, & taillée en pieces, mais que Cyrus lui-même ayant été fait priſonnier, fut mis en croix par ordre de la Reine.*

Pour revenir à Herodote, le détail de la guerre de Cyrus avec les Maſſagetes lui fourniſſant l'occaſion de dire un mot des mœurs &

(o) ibid. cap. 213. (p) cap. 214.
(q) Juſtin. Lib. I. cap. 8. Lib. XXXVII. cap. 3. (r) Oroſius, Lib. II. cap. 7.
(s) Diodorus Siculus, Lib. II. cap. 44.

& coutumes de ce peuple, il ajoute (*t*). *Les Maſſagetes ſont habillés à la façon des Scythes, & ont auſſi leur maniere de vivre. Ils ſervent à cheval, ayant pour armes l'arc, la lance, & la hache d'armes.* (σαγάρεις) *Ces armes ſont toutes ou d'or, ou d'airain. Ils ſe ſervent de l'airain, pour faire des lances, des carquois, & des haches. Les casques, les cuiraſſes, & ce qui couvre les épaules, ſont enrichis d'or. Leurs chevaux auſſi ſont bardés d'airain ſur le poitrail, mais les brides, & les mors, ſont d'or. Ils ne ſe ſervent ni de fer, ni d'argent, parce qu'il ne s'en trouve point dans leur païs, au lieu que l'or & l'airain y abondent.* (*u*) *A l'égard de leurs coutumes, ils épouſent chacun une femme, mais ils s'en ſervent en commun. Car ce que les Grecs attribuent aux Scythes,* ſur cet article, *eſt propre aux Maſſagetes, & non pas aux Scythes. Quand une femme plait à un Maſſagete,* il n'y cherche point d'autre façon, que de la faire monter ſur ſon chariot, *devant lequel il pend ſon carquois,* pour avertir, *que perſonne ne doit venir le troubler dans les plaiſirs qu'il prend avec elle. Le genre de mort le plus commun parmi eux, c'eſt que quand un Maſſagete eſt accablé de vieilleſſe, tous les parens s'aſſemblent, & l'égorgent avec quelques brebis. Ils font bouïllir enſemble toutes ces chairs, & s'en régalent. Cette ſorte de mort paſſe parmi eux pour la plus heureuſe de toutes. Au lieu de manger ceux qui meurent de maladie, on les enterre, & on les eſtime malheureux de n'être point parvenus à être immolés. Ils n'enſemencent point leurs terres, & vivent tant de leur bétail, que du poiſſon que l'Araxe leur fournit en grande abondance. Le lait eſt leur boiſſon ordinaire. Entre les Dieux, ils ne ſervent que le Soleil, auquel ils immolent des chevaux, eſtimant que le plus rapide des animaux doit être offert au plus rapide de tous les Dieux.*

§. III. Qu'il me ſoit permis préſentement de faire mes réfléxions ſur le long paſſage que je viens de rapporter. Herodote eſt d'accord avec Ammian Marcellin pour le fond même du fait que je me ſuis propoſé d'examiner. Ces Hiſtoriens aſſurent l'un & l'autre, que

(*t*) Herodot. Lib. I. cap. 215. (*u*) ibid. cap. 216.

que Cyrus fut tué dans une bataille qu'il livra à la Reine Tomyris. Mais ils différent ſur trois circonſtances. Premièrement Herodote prétend que Tomyris étoit Reine des Maſſagetes, au lieu qu'Ammian la fait Reine des Scythes. En ſecond lieu Ammian dit, que Cyrus fit périr deux ou pluſieurs fils de Tomyris, qui vengea cruellement leur mort, au lieu qu'Herodote ne fait mention que du ſeul Spargapiſe. Enfin, ce qui eſt le plus eſſentiel, Herodote place le champ de bataille, où ſe donna ce furieux combat, au delà de l'Araxe, au lieu qu'Ammian le transporte en deçà du Boſphore, qu'il fait paſſer à Cyrus pour venir attaquer les Scythes en Europe. Mais au reſte Herodote mérite-t-il beaucoup de foi, dans ce qu'il raconte de cette expédition? J'avoüe que je crois avoir de bonnes raiſons d'en douter. Ce n'eſt pas que je prétende accuſer cet excellent Hiſtorien, ni de menſonge, ni de malignité, comme l'ont fait Cteſias & Plutarque. Il faut lui rendre la juſtice, qu'il étoit plein de probité, & de bonne foi. Il régne dans ſes récits une naïveté qui charme, & qui prouve à tout Lecteur équitable, qu'il ne ſe prévenoit pas tellement en faveur de ſes Heros, & des peuples qu'il affectionnoit, jusqu'à déguiſer leurs défauts, ou à les combler d'éloges aux dépens de la verité. La queſtion ſe réduit uniquement à ſavoir, ſi Herodote a écrit ici ſur de bons Mémoires, s'il étoit inſtruit de ce qui pouvoit regarder les Perſes, & les Scythes, autant qu'il l'étoit des affaires d'Egypte, ou de celles de ſon païs? Strabon ne le croyoit aſſurément point. Voici ce qu'il en dit au Livre XI. de ſa Geographie. (x) *Les anciens Hiſtoriens ont appellé*

(x) *Antiqui Scriptores gentes quæ trans Mare Hyrcanum ſunt, Sacas & Maſſagetas appellarunt, neque vero de iis quicquam potuerunt accurate ſcribere, quanquam Cyri adverſus Maſſagetes bellum narrarent. Sed neque de his quisquam veritatem exacte perbibuit, neque de priſcis Perſarum, Medorum, Syrorum rebus fidem admodum magnam inventerunt ſcriptores, idque ob ipſorum ſimplicitatem, & fabulas edendi ſtudium. Cum enim viderent, in honore eſſe eos, qui e profeſſo fabulas ſcriberent, exiſtimaverunt ſuam quoque ſcriptionem lectoribus jucundam fore, ſi ſub narrationis vera ſpecie, ea dicerent, quæ neque vidiſſent, neque audiviſſent ſaltem, ex iis qui-*

bus

appellé Saces & Maſſagetes, les peuples qui ſont au delà de la Mer Caſpienne ; mais il n'étoit pas poſſible qu'ils en diſſent rien d'exact, quoiqu'ils ſoyent entrés dans un aſſez grand détail de la guerre de Cyrus avec les Maſſagetes. Ils n'ont pas trouvé plus de foi, dans ce qu'ils rapportent des anciennes affaires des Perſes, des Medes, & des Syriens, tant à cauſe de leur ſimplicité, que du plaiſir qu'ils prennent à débiter des fables. Comme ils remarquoient, que les fictions des Poëtes leur faiſoient beaucoup d'honneur, ils ont crû rendre leurs propres écrits plus agréables aux Lecteurs, en donnant pour vrayes des choſes qu'ils n'avoient point vües, ni ſeulement appriſes de perſonnes bien inſtruites. Auſſi ajoutera-t-on foi plus facilement, à un Homere, à un Heſiode, ou aux Poëtes tragiques, dans ce qu'ils diſent de leurs Héros, qu'à un Cteſias, un Herodote, un Hellanicus, & à d'autres Hiſtoriens de cet ordre. Effectivement, les Perſes qui avoient lû les Ouvrages d'Herodote, l'accuſoient de s'être étrangement commis, en avançant ſur leur ſujet des choſes éloignées de la vraiſemblance, autant que de la vérité. (y) *De quel front*, diſoient-ils, *cet Hiſtorien oſe-t-il avancer, que Xerxes tira des fléches contre le Soleil, qu'il fit enchainer la Mer, comme on feroit un criminel ? Ne ſavoit-il donc pas, que nous regardons le Soleil, & la Mer comme des Divinités, & que ce Prince étoit fort attaché à la Religion des Perſes, dont il ſuivit les principes, en d'étruiſant les Temples, & les Statües des Grecs.* Puiſque notre Hiſtorien étoit ſi mal informé, de ce qui s'étoit paſſé parmi les Perſes, preſque de ſon tems, (z) & ſous les yeux de la Grece ; il eſt à préſumer,

 qu'il

bus cognita iſta eſſent, id unum ſpectantes, ut auditio amœna fieret, atque admirabilis : Equidem facilius Heſiodo, & Homero aliquis fidem adhibuerit, cum de heroibus verba faciunt, itemque Poëtis tragicis, quam Cteſiæ, Herodoto, Hellanico, ac eorum ſimilibus. Strabo Lib. XI. pag. 507. 508.

(y) *Herodotum arguunt, qui Magorum Hiſtoriam ſcripſerunt, neque enim jacula in Solem torſiſſe Xerxem, neque compedes mari immiſiſſe, quod hi à Magis Dii ſint traditi; ſigna tamen, & ſtatuas jure ſuſtuliſſe &c.* Diogen. Laërt. Vit. Philoſ. in Proœm. pag. 5.

(z) Les Hiſtoriens placent l'expédition de Xerxes contre la Grece, à la ſeconde année

qu'il n'étoit pas mieux inſtruit des événemens, qui étoient antérieurs au tems de Xerxes d'un demi-ſiecle (*a*), je parle des expéditions & de la mort de Cyrus. Auſſi ne crois je pas me trop avancer, en aſſurant qu'Herodote n'a connu, ni les Maſſagetes, ni la ſituation de leur païs, ni enfin la cauſe, & les ſuccès de la guerre qu'ils eurent à ſoutenir contre Cyrus. Commençons par la ſituation de leur païs.

1°. Nôtre Hiſtorien aſſure donc, que les Maſſagetes avoient leurs établiſſemens, dans une vaſte plaine, qui eſt à l'Orient de la Mer Caſpienne. Il faloit par conſéquent que Cyrus paſſât l'Oxus, ou le Jaxarte, pour aller les attaquer dans leur païs. Au lieu de cela Herodote lui fait paſſer l'Araxe, (*b*) qui ſortant des montagnes de l'Arménie, coule à l'Occident de la Mer Caſpienne, & s'y décharge du même côté. C'eſt une bévüe, qu'on ne peut excuſer, qu'en diſant avec Strabon, qu'on avoit fourni à l'Hiſtorien Grec, de très mauvais Mémoires d'un païs, qui étoit presque inconnu de ſon tems. En voici une nouvelle preuve. Parlant de l'Araxe Herodote dit (*c*) *que ce fleuve ſe partage en quarante branches, qui vont ſe perdre dans des marais, à la réſerve d'une ſeule, qui ſe décharge dans la Mer Caſpienne.* Pour entendre ce paſſage, il eſt bon de remarquer, que les Geographes anterieurs au tems d'Herodote, croyoient que la Mer Caſpienne étoit un Golfe de l'Ocean Septentrional, qui rentroit fort avant dans les terres de ce côté là. Ils croyoient avec auſſi peu de fondement, (*d*) que l'Araxe ſe partageoit en quarante branches, desquelles une ſeule ſe déchargeoit dans

année de la LXXV. Olymiade, 479. avant J. C. Herodote avoit dans ce tems là cinq ou ſix ans.

(*a*) Cyrus mourut, ou fût tué 529 ans avant J. C.

(*b*) Strabo, Lib. XI. p. 491. 501. & 527. fin.

(*c*) Herodotus, Lib. I. cap. 202. ci-deſſus §. 2.

(*d*) *Maſſageta ſuam fortitudinem demonſtraverunt, in bello adverſus Cyrum de quo multi narrationes vulgaverunt, quos audire licet. Hæc quoque de iis dicuntur, alios habitare*

dans la Mer Caſpienne, au lieu que les trente neuf autres avoient leur embouchure dans l'Ocean Septentrional. Herodote étoit un peu mieux informé. Il avoit appris que la Mer Caſpienne (*) étoit un grand Lac, entouré de tous cotés par des terres, qui n'avoit aucune communication avec la Mer Oceane. Il avoit apris auſſi, que l'Araxe n'entroit dans la Mer Caſpienne que par une ſeule embouchure. Mais c'eſt auſſi tout ce qu'il en ſavoit. Ne ſachant que faire de ces trente neuf branches du fleuve, dont les Geographes avoient parlé d'une maniere ſi poſitive, il prend le parti de dire qu'elles vont ſe perdre dans des marais. Peut-être auroit-il mieux fait d'avoüer de bonne foi, que le païs, & le fleuve qu'il décrit, étoient peu connus de ſon tems.

2°. Herodote n'a pas mieux connû les Maſſagetes même, que le païs ou ils étoient établis. Il ignore s'ils étoient un peuple Scythe. *Pluſieurs*, dit-il, *l'aſſurent; ils ont d'ailleurs la même maniere de vivre, & de s'habiller que les Scythes.* Pour lui il n'oſe rien décider; ou plûtot il décide formellement, que les Grecs attribuent mal à propos aux Scythes, ce qui eſt propre & particulier aux Maſſagetes. J'auray cependant occaſion de montrer dans la ſuite, que les Maſſagetes étoient indubitablement un peuple Scythe, qui avoit paſſé d'Europe en Aſie; & par cela même qu'ils étoient Scythes, il faut les décharger de cette odieuſe imputation, *qu'à la verité ils prenoient chacun une femme, mais qu'ils s'en ſervoient en commun.* Herodote convient qu'il n'oſeroit leur attribuer un pareil débordement, s'il étoit certain qu'ils fuſſent Scythes. Effectivement les Loix du Mariage étoient fort ſéveres parmi les Scythes, & l'adultere y étoit ordinairement puni de mort. A l'égard de ce qu'on attribuoit aux Maſſagetes, d'égorger leurs vieillards, pour les manger dans un feſtin funèbre, qu'on célebroit

bitare in montibus, alios in campis; quosdam paludes quas fluvii faciunt, nonnullas inſulas in paludibus ſitas; maxime inundari regionem eorum ab Araxe perhibent, undiquaque diviſo, & reliquis oſtiis in Mare Septentrionale, unico in Sinum Hyrcanum effluente. Strabo, Lib. XI. p. 512. 513.

(*) Herodot. Lib. I. cap. 202. fin.

broit à leur honneur, j'ay montré ailleurs, (*f*) que ce n'étoit ſelon toutes les apparences qu'une pure fable. Il eſt vrai que la plûpart des peuples Scythes avoient la barbare coutume de faire mourir les vieillards décrépits; mais ils ne faiſoient en cela, que ſe rendre aux prières & aux inſtances de ces vieillards, qui demandoient avec le dernier empreſſement, qu'on les tirât de la vie par une mort violente, parce qu'ils étoient dans l'opinion, que les hommes qui mouroient d'une mort naturelle, n'étoient point reçûs dans le *Valhalla*, c'eſt à dire, dans le ſéjour de la gloire & de la félicité. Au reſte il eſt conſtant que ces peuples brûloient leurs morts. Comme les funérailles d'un Scythe, étoient une ſolemnité, où les parens, & les amis du défunt étoient invités, & régalés avec profuſion, pendant pluſieurs jours, il ne faut pas être ſurpris qu'on ait accuſé les Maſſagetes, de s'aſſembler, non pour enſévelir leurs morts, mais pour les dévorer.

3°. Enfin, ce qui eſt le principal, Herodote n'a connu, ni la cauſe, ni le ſuccès de la guerre que Cyrus fit aux Maſſagetes. Il dit que beaucoup de puiſſantes raiſons pouſſerent le Roi de Perſe à entreprendre cette guerre, & il donne pour les deux principales; *premièrement ſa naiſſance, qui ſembloit l'élever au deſſus de la condition humaine; & en ſecond lieu l'heureux ſuccès qu'il avoit eu dans toutes ſes guerres: de quelque côté qu'il portat ſes armes, il ne trouvoit aucun peuple qui pût lui réſiſter.* De ſemblables raiſons pouvoient éblouïr un Alexandre, un jeune étourdi, qui étant dans la vigueur de l'âge, & n'ayant pas encore éprouvé les caprices de la fortune, acquieſcoit à tout ce que ſes adulateurs lui diſoient, des merveilles de ſa naiſſance, & de la force invincible de ſes armes. Mais Herodote place l'expédition de Cyrus contre les Maſſagetes, à la derniere année de ſa vie. Agé de ſoixante & dix ans, ce Prince devoit ſentir, qu'il étoit homme comme tous les autres; & ſa fortune quelque grande qu'elle fût, n'avoit pas été ſans revers. Au reſte nous verrons dans la ſuite, que Cyrus eut une raiſon beaucoup plus forte d'attaquer les Scythes. C'eſt que, depuis un tems immémorial, ces peuples n'avoient pas diſcontinué, de rava-

(*f*) Hiſtoire des Celtes, Livre II. Chap. 3. pag. 234.

ravager les Provinces dont ce Prince venoit de faire la conquête, je parle de la Médie, & des païs qui en dépendoient. Il n'y avoit que quelques années, que les Scythes avoient abandonné la Médie, après s'y être maintenus pendant vingt-huit ans tout entiers. Il étoit donc très naturel que Cyrus, après avoir conquis le Royaume des Medes, penſât auſſi à s'en aſſurer la poſſeſſion, & à le mettre à couvert des incurſions d'un hôte ſi incommode. On ne peut pas douter qu'il n'ait réüſſi dans ſon projet. D'un côté les Perſes avoient une grande fête, où ils célébroient la mémoire de la défaite des Scythes ; de l'autre, depuis le régne de Cyrus les Scythes ſe tinrent en repos, & ne penſerent plus à ravager l'Aſie, comme ils l'avoient fait ſi ſouvent. Je ne disconviens pas que Cyrus n'ait reçu quelque échec dans la guerre qu'il fit aux Scythes; mais je montrerai dans la ſuite qu'il s'en releva, & qu'il n'eſt pas poſſible que les choſes ſe ſoyent paſſées de la maniere qu'Herodote le rapporte.

§. IV. Quoiqu'il en ſoit, puisque cet Hiſtorien avoüe lui-même, qu'on racontoit la mort de Cyrus en pluſieurs autres manieres, dont il n'a pas jugé à propos de faire mention, voyons ſi nous ne pourrions pas découvrir dans les autres Hiſtoriens, ce qu'il a trouvé bon de ſupprimer. Ecoutons pour cet effet ce qu'en diſoit Cteſias, qui avoit écrit une Hiſtoire de Perſe en XXIII. Livres. Son Ouvrage eſt à la vérité perdu depuis quelques Siècles ; mais Photius nous en a conſervé des Extraits aſſez étendus, où l'on trouve en abrégé les principaux événemens de la vie de Cyrus. Je ſai que Cteſias eſt un Auteur fort décrié, & qu'on l'accuſe d'avoir débité ſans aucun jugement les choſes les plus incroyables. Mais outre qu'Herodote n'eſt pas exemt de ce défaut, & qu'il a mérité par là d'être appellé non ſeulement le Pére de l'Hiſtoire, mais auſſi le Pére des Fables, il eſt certain d'ailleurs (g) que ce reproche qu'on fait à Cteſias, tombe principalement

(g) v. Ariſtotel. Hiſtor. Animal. Lib. II. cap. 1. Lib. VIII. cap. 28. De Generat. Animal. Lib. II. cap. 2. Voyez auſſi Photius à la fin de ſon Extrait de l'Hiſtoire de Cteſias.

ment ſur ſon Hiſtoire des Indes, où il rapportoit pluſieurs choſes, ſur la foi de témoins qui lui paroiſſoient dignes de créance, mais qui s'étoient joüés de ſa credulité, ou qui avoient été abuſés les premiers. Je ſai encore qu'on l'a accuſé d'avoir écrit ſon Hiſtoire avec beaucoup de partialité. Mais, ſans répéter ici, (*h*) tout ce qu'Henri Etienne allegue pour le juſtifier ſur cet article, il eſt bon d'ailleurs de remarquer, que Plutarque, qui prétend que Creſias étoit trop prévenu en faveur des Lacedemoniens, accuſe Herodote d'un défaut encore plus odieux, c'eſt d'avoir parlé de la plupart des peuples de la Grece avec une noire malignité. Au reſte, quand tous ces reproches ſeroient fondés, il faudra convenir toujours, que Creſias devoit connoitre au moins, l'ancienne Hiſtoire de Perſe. Il avoit demeuré dix ſept ans à la Cour d'Artaxerxes Roi de Perſe, qu'il ſervoit en qualité de ſon Médecin. Le crédit ou il étoit auprès de ce Prince, lui avoit d'ailleurs procuré la permiſſion de fouïller dans les Archives, (*i*) & de conſulter les Annales, où on écrivoit, en vertu d'une ancienne Loi, tout ce qui arrivoit de plus remarquable dans l'Empire. Beaucoup mieux inſtruit qu'Herodote, qu'il avoit ſouvent occaſion de relever, je ne vois pas auſſi, qu'il pût avoir aucune raiſon, de rapporter les événemens de la vie de Cyrus, autrement qu'il ne les avoit trouvés dans les Annales; & cela d'autant plus, qu'il s'agiſſoit de faits qui devoient être encore de notorieté publique parmi les Perſes. (*l*)

§. V. Voici donc en ſubſtance ce que Creſias rapportoit de la vie & des expéditions de Cyrus, ſuivant l'Extrait que Photius nous en a donné.

(*m*) „Il

(*h*) Henric. Stephan. Præfat. ad Fragmenta Creſiæ; ad calcem Herodoti pag. 631.

(*i*) Diod. Sic. Lib. II. cap. 32.

(*l*) Cyrus mourut 529. ans avant J. C. Creſias fut fait priſonnier par le Roi Artaxerxes Mnemon, & entra à ſon ſervice 401 an avant J. C. Son Hiſtoire de Perſe finiſſoit à l'an 398 avant J. C. & celle d'Herodote va jusqu'à l'an 413 avant J. C.

(*m*) „ Il diſoit qu' Aſtyage, qu'il appelle auſſi Aſtygan, n'étoit
„ point parent de Cyrus. Après qu'il eut été mis en fuïte, & qu'il
„ ſe fût rendu à Cyrus, ce Prince le tira au bout de quelques tems de
„ ſa priſon, l'honora comme un Pére, & épouſa même ſa fille Amy-
„ tis, qui étoit veuve de Spitama. Enſuite Cyrus fit la guerre aux
„ Bactriens, & dans une bataille qui ſe donna, l'avantage fût à peu
„ près égal de part & d'autre. Mais les Bactriens ayant appris dans
„ ces entrefaites, que Cyrus en uſoit bien avec Aſtyage, & qu'il avoit
„ même épouſé ſa fille, ſe ſoumirent volontairement à Amytis & à
„ Cyrus.

„ Après cela Cyrus tourna ſes armes contre les Saces, & dans
„ cette guerre il fit priſonnier le Roi Amorges, mari de Sparethra.
„ Cette Princeſſe ayant appris, que ſon mari étoit entre les mains de
„ l'ennemi, aſſembla une armée de 300000. hommes, & de deux cens
„ mille femmes, & marcha contre Cyrus, qui fût vaincû, (*n*) &
„ fait priſonnier, avec Parmiſes Frére d'Amytis, & trois de ſes fils.
„ De cette maniere Amorges obtint ſa liberté, ayant été échangé con-
„ tre les priſonniers Perſes.

„ Cette guerre étant terminée, Cyrus marcha contre Creſus, &
„ aſſiegea la ville de Sardes, Amorges l'ayant ſervi dans cette guerre,
„ en qualité d'allié. — — —

„ La derniere expédition de Cyrus, fut celle qu'il entreprit con-
„ tre les Derbices, qui avoient pour Roi Amorrheus. Ces Derbices
„ s'étant mis en embuſcade, avec leurs élephans, battirent la Cavale-
„ rie des Perſes, & Cyrus lui-même fut renverſé de ſon cheval, &
„ bleſſé dangereuſement à la cuiſſe, par l'un des Indiens, qui étoient
„ venus au ſecours des Derbices, & qui leur avoient amené des éle-
„ phans. Les gens de Cyrus l'ayant relevé, le porterent au camp.
„ Il périt dans ce choc beaucoup de Perſes, & autant de Derbices, la
perte

(*m*) Photii Bibliothec. Sect. LXXII. p. 106. & in calce Herodoti p. 637.

(*n*) Je ſuis ici la verſion commune. Voyez le paſſage Grec, cy-deſſous §. 10. note *n*.

„ perte ayant été de dix mille hommes de chaque côté. Amorges „ ayant été informé de ce qui étoit arrivé à Cyrus, s'avança à grand- „ hâte, menant avec lui vingt mille hommes de Cavalerie Sace. Il ſe „ donna là deſſus une bataille entre les deux armées. Les Perſes, & „ les Saces, y remporterent une victoire ſignalée, Amorrheus ayant „ été tué, avec deux de ſes fils, & trente mille Derbices, au lieu que „ les Perſes ne perdirent que neuf mille hommes. De cette maniere „ le païs des Derbices fut ſoumis à Cyrus. Ce Prince voyant approcher ſa fin, établit Roi, Cambyſe ſon fils ainé. Il déclara Tanyoxarces ſon ſecond fils, Seigneur des Bactriens, des Choramniens, „ des Parthes, & des Carmaniens, ordonnant qu'il poſſedât tous ces „ païs, ſans en paver aucun tribut. Les deux fils de Spitama, ſavoir „ Spitade, & Megaberne, furent nommés, le premier Satrape des „ Derbices, & le ſecond des Barcaniens. Il ordonna à ces Princes „ d'obeïr en toutes choſes à leur Mere. Enfin il voulût, qu'ils donnaſſent la main à Amorges, & qu'ils ſe la donnaſſent entre eux, „ pour marque d'une amitié reciproque; ſouhaitant toute ſorte de „ proſpérités à ceux qui l'entretiendroient, & donnant ſa malédiction „ à ceux qui entreprendroient de la violer. Ayant prononcé ces paroles, il mourut le troiſième jour de ſa bleſſure, après avoir regné „ trente ans. Cambyſe étant ainſi parvenû à la Royauté, fit conduire le corps de ſon Pere en Perſe, par l'Eunuque Bagapates, & exécuta tout, de la maniere que Cyrus l'avoit ordonné.

§. VI. Voilà en abrégé, ce que Cteſias diſoit des expéditions de Cyrus que j'examine, & de ſa mort. Je ne vois rien dans ſa narration qui péche contre les Loix de la vraiſemblance, & qui ne s'accorde avec divers morceaux de l'Hiſtoire de Perſe, qu'on trouve dans les ouvrages des Anciens, tant Géographes, qu'Hiſtoriens. Je vais le montrer en peu de mots, après avoir ſeulement averti, que je n'ay pas crû devoir donner ici un Extrait de Xenophon, comme je l'ay fait d'Herodote, & de Cteſias. Après avoir lû & relû la Cyropédie avec beaucoup d'attention, je n'y ay trouvé qu'un beau Roman, où l'Au-

teur

teur ſe propoſe de tracer le portrait d'un bon Roi, & d'un grand Heros, mais où il ne faut pas chercher, (o) pour me ſervir des termes de Ciceron, l'exactitude hiſtorique. Quand il en ſeroit autrement, Xenophon, quoiqu'il me ſoit plus favorable que contraire, ne me fourniroit cependant aucune lumiere pour décider les queſtions que j'examine. Il dit à la verité dans une eſpece de préface, que l'on voit à la tête de ſon Hiſtoire de Cyrus, que ce Prince ſe rendit maitre de la Bactriane, & du païs des Saces, mais au reſte il ne fait aucune mention de ces expéditions dans le corps même de ſon Ouvrage. Je reviens préſentement à Cteſias.

§. VII. Cet Auteur aſſuroit donc que Cyrus, après avoir ſoumis les Medes, fit la guerre à quelques peuples barbares, qui étoient établis au deſſus de la Medie, vers la Mer Caſpienne. C'eſt de quoi tous les autres Hiſtoriens demeurent d'accord. Ils ne different de Cteſias, & entre eux, que part rapport au nom qu'ils donnent à ces peuples. Juſtin les appelle (p) Scythes. C'eſt un nom commun, que les Grecs donnoient à tous les peuples du Nord. Cteſias les appelle (q) Saces, parce que les Perſes déſignoient ſous ce nom tous les peuples Scythes. Jornandes les appelle (r) Getes; c'eſt le nom qu'ils portoient en Europe, au delà du Danube, où ils avoient leurs anciennes demeures. Enfin Herodote les appelle Maſſagetes; c'eſt un ſurnom qu'ils portoient en Aſie, & où leur nom propre de Getes entroit ſelon les apparences pour quelque choſe.

§. VIII. Si on me demandoit après cela, quel peuple étoient ces Saces à qui Cyrus fit la guerre ſelon Cteſias, je répondrai que c'étoient des Scythes qui avoient paſſé d'Europe en Aſie, où ils avoient fait pluſieurs établiſſemens très conſidérables. Juſtin le ſuppoſe ainſi.

(o) *Cyrus ille a Xenophonte, non ad Hiſtoriæ fidem ſcriptus, ſed ad effigiem juſti imperii.* Cicero Epiſt. ad Quintum fratrem Lib. I. Epiſt. I.

(p) Juſtinus, Lib. I. cap. 8.

(q) *Perſæ omnes Scythas, Sacas vocant.* Herodot. Lib. VII. cap. 64.

(r) Jornand. Getic. cap. X. p. 624.

Parlant des Scythes, il dit (*t*) *qu'ils ont contraint Darius Roi de Perſe, à s'enfuir honteuſement de leur païs, où il étoit venu les attaquer ; qu'ils ont taillé en pieces Cyrus avec toute ſon armée ; qu'ils ont détruit Zopyrion, General d'Alexandre le Grand, avec toutes ſes troupes ; qu'ils ont mis en fuite Philippe Roi de Macedoine.* Il eſt connu que les Scythes, que Darius fils d'Hyſtaſpe vint attaquer en Europe, étoient des Getes, qui demeuroient au delà du Danube, ſur lequel ce Prince fit jetter un pont, pour porter la guerre dans leur païs. On ſait auſſi (*t*) que Zopyrion, qui commandoit en Thrace, pour Alexandre le Grand, ayant entrepris une expédition contre les Getes, y perit avec toute ſon armée.

Mais depeur qu'on ne m'objecte ici, que ce paſſage de Juſtin prouve à la verité, que Cyrus, Darius Hyſtaſpe, Zopyrion, & Philippe de Macedoine, furent tous battus, & défaits par des Scythes, mais qu'il ne ſeroit peut-être pas ſur d'en conclure, que ces différens exploits doivent être attribués à un ſeul & même peuple ; j'ajouterai (*u*) que Scymnus de Chio, rapporte après quelques Auteurs plus anciens, qu'il ne nomme pas, qu'une partie des Scythes Nomades, dont Anacharſis étoit iſſû, avoient paſſé, & s'eroient établis en Aſie, où ils avoient reçû le nom de Saces. Nicolas de Damas diſoit auſſi, (*x*) que les Scythes qui chaſſerent Darius de leur païs, étoient les mêmes desquels Anacharſis tiroit ſon origine, & dont les femmes, qu'on appelloit

(*t*) *Darium Regem Perſarum turpi ab Scythia ſummoverunt fuga. Cyrum cum omni exercitu trucidaverunt. Alexandri Magni Ducem Sopyriona pari ratione cum omnibus copiis deleverunt.* Juſtin. Lib. II. cap. III. *Philippum Macedonum Regem fugaverunt.* Idem, Lib. 37. cap. 3.

(*t*) *Zopyrio Thraciæ præpoſitus, dum expeditionem in Getas faceret, tempeſtatibus procellisque ſubito coortis, cum toto exercitu oppreſſus.* Q. Curtius Lib. X. cap. 1. fine.

(*u*) *Ex his Nomadibus ſapiens Anacharſis ortus dicitur, - - - - dicunt & nonnullos in Aſiam trasgreſſos, in illa ſedes fixiſſe, quos & Sacas vocant.* Scymnus Chius pag. 378. edente Th. Ryckio ad Stephani Byzantini Lugd Bat. 1684.

(*x*) Nicol. Damaſc. apud Stobæum Serm. XXXVII. p. 18. & in Excerpt. Valeſii p. 511.

pelloit Amazones, avoient porté la guerre, dans le païs d'Athenes, & en Cilicie. On ne conteſte pas, que le Philoſophe Anacharſis ne fut de la famille Royale des Getes, (y) que Darius Hyſtaſpe vint attaquer en Europe, & au delà du Danube. Enfin Herodote avoüe lui même (z) que le motif, ou le prétexte, de la guerre, que Darius fit aux Scythes, fut de châtier dans leur propre païs, des peuples qui avoient envahi la Médie, & ſubjugué la plus grande partie de l'Aſie Mineure.

Pour éclaircir, & pour confirmer encore mieux, ce que je viens de dire, il eſt bon de remarquer, que depuis pluſieurs ſiecles, les Scythes dont il s'agit ici, avoient pris la coutume de faire de fréquentes incurſions en Aſie, c'eſt à dire dans l'Aſie Mineure, qu'ils ſoumirent toute entiere, (a) à trois differentes repriſes. Ces peuples étoient Nomades, ou Galactophages, c'eſt à dire qu'au lieu de s'appliquer à l'agriculture, ils tiroient leur ſubſiſtance de leurs troupeaux. Nayant point de demeure fixe, ils ſe tranſportoient continuellement d'une contrée à l'autre, & tiroient ordinairement vers le Midi. Aprés qu'ils eurent une fois paſſé le Danube, ils s'avancerent inſenſiblement vers l'Helleſpont, & le Détroit de Conſtantinople. Découvrant de là un très beau païs, dont ils n'étoient ſéparés que par un bras de Mer fort étroit, & dont les habitans étoient peu en état de leur réſiſter, ils firent le trajet ſur des barques, ou ſur des radeaux, & ravagerent tout ce qui ſe trouva ſous leurs pas. Après que les premiers eurent une fois paſſé, il en parut tous les jours de nouveaux eſſains. Juſtin prétend, que les Scythes n'entreprenoient des expéditions ſi eloignées que pour illuſtrer leur nom. (b) *Ils cherchoient*, dit-il, *la gloire, & non pas l'empi-*

(y) Herodotus Lib. IV. cap. 76.

(z) *Magnus Scythicus exercitus, qui Cimmerios inſequens, Mediam regionem invaſit, ac pene omnia ſuperiora Aſiæ ſubegit, ac tenuit, quo nomine poſtea Darius Scythas ivit ultum.* Herodot. Lib. VII. cap. 20. voyez auſſi Lib. IV. cap. 1. & 4.

(a) *Imperium Aſiæ ter quæſiverunt.* Juſtin. Lib. II. cap. 3.

(b) *Nihil parare quod amittere timeant; nihil victores præter gloriam concupiſcunt.* Juſtin.

l'empire. Quand la choſe auroit été vraye, les Scythes n'en auroient pas été plus loüables pour cela. C'eſt annoblir l'injuſtice & la fureur que de prétendre, qu'un guerrier puiſſe acquérir de la gloire, en atta, quant & en tuant des hommes, de qui il n'avoit aucun ſujet de ſe plaindre. Mais Juſtin auroit plus approché de la verité, s'il avoit dit, que les Scythes étoient des brigands, qui ne penſoient qu'à piller & à ſe nourrir du travail d'autrui. Des peuples qui n'avoient point de demeure fixe, & qui ne vouloient pas renoncer à leur ancienne maniere de vivre, ne pouvoient avoir la penſée de bâtir des villes, de fortifier des chateaux, & d'y établir des garniſons. Quand ils avoient tiré d'un païs tout ce qui pouvoit les accomoder, & qu'ils en voyoient les habitans entierement épuiſés, ils prenoient le parti de s'en retourner, d'où ils étoient venus. Il paroit cependant qu'ils ne ſe retiroient pas tous. Il y en avoit toujours pluſieurs, qui s'accommodant beaucoup du climat de l'Aſie Mineure, & de l'abondance qui y régnoit, abandonnoient leurs compatriotes, & leur maniere de vivre, pour ſe fixer dans les contrées, qu'ils trouvoient à leur bienſéance. Ordinairement ils n'y trouvoient pas de grandes difficultés, parce que les anciens habitans du païs n'étoient pas fâchés, d'avoir pour maitres des guerriers, (c) qui pour un tribut très médiocre, épargnoient, & défendoient le païs où ils s'étoient établis, pendant qu'ils faiſoient des courſes continuelles dans toutes les Provinces voiſines. C'eſt l'origine de pluſieurs Souverainerés, que les Scythes avoient en Aſie, & dont je parlerai dans l'un des Diſcours ſuivans. Je me contente de dire ici un mot des peuples Scythes, auxquels Cyrus fit la guerre. Cteſias nomme les Bactriens, & les Saces. Les Bactriens étoient

ſtin. Lib. II. cap. 3. *Longinqua non finitima bella gerebant, nec imperium ſibi, ſed populis ſuis gloriam quarebant, contentique victoria, imperio abſtinebant.* Idem Lib. I. cap. 1.

(c) *Aſiam perdomitam vectigalem facere, modico tributo, magis in titulum imperii, quam in victoriæ pramium impoſito.* Juſtin. Lib. II. cap. 3.

étoient des (d) Scythes, ou comme Strabon les appelle des (e) Saces, qui s'étant rendus maitres de la Bactriane, avoient pris, ou recû, le nom du païs qu'ils avoient occupé. Ils demeuroient au deſſus de la Médie, le long de (f) l'Oxus. Les Saces étoient d'autres Scythes, qui s'étoient établis à l'Orient de la Mer Caſpienne, comme on peut le voir dans (g) Strabon. Eraſtothene (h) les plaçoit dans la même contrée au delà du Jaxarte. Il faut que ces Scythes euſſent paſſé en Aſie de fort bonne heure, s'il eſt vrai qu'ils y fuſſent déjà du tems de Ninus, Roi d'Aſſyrie. C'eſt un fait que j'examinerai ailleurs. Il me ſuffira de parler ici de la derniere expédition des Scythes, qui tombe ſur le commencement du Regne de Cyaxare, (i) Roi des Medes.

Les Cimmeriens chaſſés de l'Europe par les Scythes, ayant paſſé en Aſie, (l) les Scythes conduits par Madyes ſe mirent à leur pourſuite, & les ayant manqués, ils ſe jetterent ſur la Médie, qu'ils poſſederent pendant 28. ans. Au bout de ce terme, (m) Cyaxare trouva le moyen de chaſſer les Scythes, & de rentrer dans la poſſeſſion de ſes Etats. Herodote dit (n) que Cyaxare & les Medes ayant invité les principaux des Scythes à un feſtin, les maſſacrerent pendant qu'ils étoient dans l'yvreſſe. Juſtin qui ne fait aucune mention de cette particularité, dit ſimplement (o) que les Scythes retournerent dans leur païs,

(d) *Scythæ Parthos, Bactrianosque, fœmina autem eorum Amazonum regna condiderunt.* Juſtin. II. 1. *Parthicum & Bactrianum imperium ipſi condiderunt.* Idem II. 3.

(e) *Sacæ, Cimmeriorum, & Trerum modo incurſiones fecerunt, alias in remotiora, alias in vicina, nam & Bactrianam occupaverunt, & optimam Armeniæ regionem, quam a ſe Sacaſenam denominaverunt.* Strabo XI. p. 511.

(f) *Eraſtothenes tradit Maſſagetas ſitos juxta Bactrios ad Oxum. Sacas & Sogdianos Jaxarte dirimi; hos & Bactrianos Oxo.* Strabo XI. p. 513. 514. 517.

(g) *Plerique Scytharum qui a Caſpio Mari incipiunt Dæ appellantur. Orienti viciniores Maſſagetæ & Sacæ.* Strabo XI. 551.

(h) Voyez la note (f).

(i) 624 ans avant J. C. Des Vignoles Chronol. de l'Hiſt. Sainte, T. II. p. 258. 271.

(l) Herodot. Lib. I. cap. 103. 106. IV. 1. 4. 12. VII. 20.

(m) 596 ans avant J. C. (n) Herodot. Lib. I. cap. 106. IV. 1. & 4.

(o) Juſtin. Lib. II. cap. 5.

païs, où ils eurent une nouvelle guerre à ſoutenir contre leurs propres eſclaves. L'un & l'autre eſt vrai. Les Scythes ayant perdu leurs chefs, la plus grande partie de leur armée retourna en Europe, comme Herodote (*p*) le reconnoit lui-même, pendant que l'autre partie ſe réfugia chez les Saces, qui étoient voiſins de la Médie. On peut le conclure aſſez naturellement d'un fait qu'Herodote rapporte dans un autre endroit, ſavoir (*q*) que dans une ſédition qui s'éleva parmi les Scythes Nomades, un eſcadron de ces Scythes s'échappa, & ſe retira en Médie, ou Cyaxare les reçut favorablement. Il s'agit dans ce paſſage, des Scythes qui demeuroient ſur les frontieres de la Médie, & non pas de ceux qui étoient retournés en Europe. Ce qui confirme la choſe, c'eſt que Cyaxare avoit dans ce tems-là la guerre avec les Scythes, ou Saces, ſes voiſins. C'eſt celle que Diodore de Sicile rapporte après Cteſias au Livre ſecond de ſon Hiſtoire. On y lit que (*r*) les Parthes, (qui étoient auſſi un peuple Scythe, (*s*) venu d'Europe,) s'étant ſoulevés contre les Medes, ſe mirent ſous la protection des Saces, qui les ſoutinrent de toutes leurs forces ; & après que la guerre eut duré pluſieurs années, la paix ſe fit enfin, aux conditions que les Parthes rentreroient ſous l'obeiſſance de leurs anciens Maitres, & qu'il y auroit deſormais, une paix, & une alliance perpétuelle, entre les Saces & les Medes. Ce fut pendant cette guerre de (*t*) Cyaxare avec les Saces, que ceux-ci perdirent leur Roi (*u*) Marmaris, & que la Reine Zarine ſa veuve, eut avec un Seigneur Mede, nommé Stryangée, les avantures

(*p*) Herodot. Lib. IV. cap. 1. & 4.

(*q*) Herod. Lib. I. cap. 73. 74. (*r*) Diodor. Sic. Lib. II. cap. 32.

(*s*) *Arrianus vult Parthos a Scythis originem ducere.* Excerpta ex Arriano apud Photium n. LVIII. p. 51. *Non dubitatur quin Scythæ, qui Parthos condiderunt, non a Boſphoro, ſed ex Europæ regione penetraverint.* Curtius Lib. 6. cap. 2. p. 232. voyez ci-deſſus note (*d*).

(*t*) Diodore de Sicile, qui ſuit ici Cteſias, l'apelle Artibarnas, ou Aſtibaras ; mais il remarque quelques lignes après, que cet Aſtibaras, fut Pere d'Apandas, que les Grecs nomment Aſtyage. Diod. Sic. Lib. II. cap. 34.

(*u*) Nicolaus Damaſc. in Excerptis apud Valeſium I. p. 437.

tures que Monſieur Boivin l'ainé raconte d'une maniere fort étendue, (x) mais qui tient beaucoup plus du Roman, que de l'Hiſtoire.

§. IX. On voit préſentement, quelle fut la cauſe de la guerre que Cyrus fit premièrement aux Bactriens, & enſuite aux Saces leurs voiſins. Tant que Cyrus fut ſimplement Roi de Perſe, il n'eut rien à demêler avec les Scythes, qui étoient fort éloignés de ſes Etats. Les Perſes avoient leurs anciens établiſſemens (y) du côté de la Mer Rouge. Mais ce Prince, qui n'étoit point parent d'Aſtyage, ayant acquis la Médie, non par droit de ſucceſſion, mais par la force des armes, les Bactriens qu'Aſtyage avoit ménagés, & qui lui étoient fort affectionnés, commençerent à remuer, & prirent les armes, pour le tirer de ſa priſon. Dans la bataille qu'ils livrerent à Cyrus, l'avantage fut à peu près égal de part & d'autre. Mais les Bactriens ayant appris dans ces entrefaites, que Cyrus en uſoit bien avec Aſtyage, & qu'il avoit même épouſé Amytis, fille de ce Prince, & veuve de Spitama, ſe ſoumirent volontairement au nouveau Roi, & à ſon Epouſe. Après cela Cyrus fut obligé de tourner ſes armes contre les Saces, qui ayant un Traité de paix & d'alliance avec le Roi des Medes, ne ſe croyoient pas obligés de l'obſerver avec l'Uſurpateur de ſon Royaume. Le commencement de cette guerre fut favorable à Cyrus. Cteſias dit, qu'Amorges, Roi des Saces, fut fait priſonnier par les Perſes; & ſelon les apparences, ce malheur lui arriva par un manque de précaution plutôt que de bravoure. On le voit dans Strabon, qui parlant de la guerre de Cyrus contre les Saces, rapporte (z) *que pendant que les Saces ſe réjouiſſoient, & faiſoient bonne chere du butin qu'ils avoient gagné ſur l'ennemi, les Généraux Perſes qui étoient dans le voiſinage, les attaquerent, & détruiſirent entierement leur armée. - - - D'autres*

(x) Mémoires de l'Académie des Inſcriptions &c. Tom. II. p. 34. 62. VII. 428.

(y) Herodot. Lib. cap. 37. Strabo Lib. XI. p. 526. Lib. XV. p. 728.

(z) *Hos cum ob prædam partam feſtos dies agitarent, Perſarum præfecti, qui circum ipſa loca erant adorti, funditus deleverunt.* Strabo Lib. XI. p. 512.

tres ajoute Strabon, (a) *racontent la choſe de cette maniere. Cyrus ayant entrepris une expédition contre les Saces, fut battu, & contraint de prendre la fuite. S'étant donc retiré dans le camp, où il avoit laiſſé ſon bagage, & où il y avoit abondance de proviſions, mais ſurtout de vin, il fit un peu repoſer ſon armée. Vers le ſoir il ſe remit en marche, faiſant ſemblant de fuir, & laiſſant les tentes remplies de vivres, & de boiſſon. Après s'être éloigné autant que la choſe lui parut néceſſaire, il fit faire alte à ſon armée. Les Saces s'étant mis à pourſuivre leur ennemi, & ayant trouvé le camp des Perſes abandonné, & bien fourni de viandes, & de vin, ſe gorgerent de ces proviſions. Cyrus étant revenu ſur ſes pas, les trouva plongés dans l'yvreſſe. Ainſi les uns furent maſſacrés, pendant qu'ils étoient enſévelis dans un profond ſommeil; les autres qui avoient quitté leurs armes pour danſer, & pour faire la débauche, ne firent pas plus de réſiſtance à un ennemi armé, de ſorte que la plus grande partie de l'armée des Saces périt dans cet endroit. Cyrus attribuant cette victoire au ſecours des Dieux, conſacra le jour où il l'avoit remportée,* (b) *à la Déeſſe qu'il ſer-*

(a) *Cyrus cum feciſſet expeditionem in Sacas, prælio victus fugit; proinde cum caſtra poſuiſſet eo loco ubi impedimenta reliquerat, omni rerum copia, ac maxime vini ſuppeditante, paululum quiete refecto exercitu, ſub veſperam duxit, fugam ſimulans, & tabernacula plena relinquens; ac progreſſus, quantum videbatur ex uſu fore, ſubſtitit. Saca inſequentes, cum caſtra hominum vacua, cibo potuque plena reperiſſent, affatim ſe impleverunt. Cyrus reverſus, vinolentos eos & ſtupidos deprehendit; itaque alii, ſomno obruti profundo, trucidati ſunt; alii inter ſaltandum & bacchandum, nudi in arma hoſtium inciderunt, ac pene univerſi perierunt. At Cyrus divinitus oblatam ſibi hanc victoriam arbitratus, diem iſtam Deæ, quam patrio more colebat, conſecravit, & Sacæa appellavit. Ubicunque autem fanum ejus Deæ eſt, ibidem ſtatutum eſt celebrari Sacæa, feſtum Bacchicum, per diem & noctem Scythico habitu potantibus viris ac mulieribus, atque in vino invicem per joca & laſciviam concertantibus.* Strabo, Lib. XI. p. 512.

(b) C'étoit la Déeſſe Anaïtis, comme Strabon l'avoit dit un peu plus haut. Sur cette Anaïtis, voyez Hiſt. des Celtes Livre III. p. 298. 301.

ſervoit à la maniere de ſes Péres, & donna à la fête le nom de SACÆA. *On célébre cette fête dans tous les lieux où il y a un Temple de la Déeſſe. C'eſt une eſpece de ſolemnité bacchique, qui dure un jour, & une nuit ; & pendant tout ce tems, les Perſes, tant hommes que femmes, habillés à la maniere des Scythes, boivent enſemble, & donnent dans les jeux, & dans les plaiſirs que le vin porte avec ſoi.*

On ne peut donc pas douter, que Cyrus n'eut remporté d'abord de grands avantages ſur les Saces, puiſque ces heureux ſuccès, donnerent lieu à l'inſtitution d'une fête annuelle, dont une foule d'Hiſtoriens ont fait mention, & pendant laquelle les Perſes célébroient avec de grandes démonſtrations de joye, la mémoire de la défaite des Saces par ce Prince. Ce fût ſelon les apparences dans le même tems, que Cyrus fit conſtruire, & fortifier ſur le bord du Jaxarte, la ville de Cyra, (c) pour couvrir les frontieres de ſon Empire contre les incurſions des Saces.

Il paroit par ce que je vienx d'expoſer, que le récit de Cteſias s'accorde jusqu'ici fort bien avec ce que d'autres Hiſtoriens ont rapporté de l'expédition de Cyrus contre les Saces. Mais continuons d'entendre Cteſias. „ La Reine Sparethra, Epouſe d'Amorges, ayant „ apris, que le Roi ſon mari avoit été fait priſonnier par les Perſes, „ aſſembla une armée de 300000. hommes, & de 200000. femmes, „ à la tête de laquelle, elle marcha contre Cyrus, qui fut vaincu, & „ pris par les Saces, avec Parmiſes, frere de la Reine Amytis, & trois „ de ſes fils. Des priſonniers ſi diſtingués, que l'on avoit fait de „ part & d'autre, faciliterent un accommodement entre les deux „ parties belligerantes, le Roi Amorges ayant obtenu ſa liberté, après „ qu'on eut relâché les priſonniers Perſes.

Cette armée de trois cent mille hommes, que les Saces avoient miſe ſur pied, n'aura rien d'incroyable, ſi on veut conſiderer, que

 parmi

(c) *Cyra, ultimum Cyri opus, ad Jaxartem fluvium condita, & Imperii Perſici terminus.* Strabo Lib. XI. p. 517. *Cyropolis - - à Cyro condita.* Arrianus Expedit. Alexan. Lib. IV. p. 241. 242.

parmi les peuples Scythes, tous les hommes faits portoient les armes, & que dans des cas de neceſſité, les Nations entieres alloient à la guerre. (*d*) Diodore de Sicile remarque d'ailleurs expreſſément, que les Saces étoient une Nation puiſſante, qui avoit reſiſté pendant pluſieurs années à toutes les forces des Medes. Il n'eſt pas plus étonnant, que cette grande armée fut commandée par une Princeſſe, & qu'elle fut fortifiée d'un corps de deux cens mille femmes. J'ai montré ailleurs (*e*) que les femmes des Scythes ſuivoient leurs maris à la guerre, & que celles des Sarmates ſe battoient contre l'ennemi. Les Scythes établis en Aſie avoient fourni des armées entieres d'Amazones ; & il n'y avoit encore que quelques années, qu'on avoit vû la Reine Zarina, (*f*) dont j'ay fait mention, (*g*) commander les armées des Saces, ſoutenir avec honneur la guerre contre Cyaxare, Roi des Medes, faire de grandes conquêtes ſur les peuples voiſins, & ſurpaſſer toutes les perſonnes de ſon ſexe, par ſon courage & par ſon adreſſe. Diodore de Sicile qui rapporte ces faits, ajoute expreſſément, (*h*) que les femmes des Saces, robuſtes & vaillantes, autant que leurs maris, partageoient avec eux tous les périls de la guerre.

§. X. Photius n'ayant donné que de courts extraits, des Ouvrages de Cteſias, il faut voir ſi nous ne pourrions pas trouver ailleurs, le détail des faits que ces extraits ne font qu'indiquer. Comme les Saces ſervoient tous à cheval, & que leur armée étoit ſupérieure en nombre à celle des Perſes, je ne doute point du tout, qu'il ne faille placer ici ce que Diodore de Sicile rapporte au Livre XVII. de ſon Hiſtoi-

(*d*) Diod. Siculus, Lib. II. cap. 34.

(*e*) Hiſt. des Celtes, Liv. I. chap. 2. p. 15. Liv. II. chap. 14. p. 509.

(*f*) Le nom de *Zarina*, qui ſignifie en Ruſſien, ſans aucun changement, *une Princeſſe*, celui de *Roxanace*, que portoit la ville capitale des Saces, (Nicolaus Damaſc. in Excerpt. Valeſ. I. p. 437.) me feroient presque ſoupçonner, qu'ils étoient un peuple Eſclavon, ou Sarmate.

(*g*) Ci-deſſus §. VIII. fine. (*h*) Diodor. Sic. Lib. II. cap. 34.

Hiſtoire, ſavoir (*i*) „ que dans l'une des expeditions de Cyrus, ſes „ ennemis lui couperent les vivres, & le pouſſerent dans des défilés, „ ou dans un païs inculte, où ſes troupes ſouffrirent beaucoup de la „ faim, & où elles auroient toutes péri, les Soldats étant déjà réduits „ à ſe manger les uns les autres, ſi un peuple voiſin, que l'on appel- „ loit Arimaſpes, n'avoit trouvé le moyen de conduire à l'armée „ des Perſes, un convoi de 3000. chariots, chargés de bled. En „ conſidération de cet important ſervice, Cyrus les déchargea de tout „ impôt, leur fit de riches préſens, & leur donna le nom de Bien- „ faiteurs, qu'ils portoient encore du tems (*l*) d'Alexandre le Grand. „

Comme Quinte-Curce ajoute, que les Arimaſpes, qu'il apelle (*m*) Agriaſpes, fournirent non ſeulement des vivres aux troupes de Cyrus, mais qu'ils leur ouvrirent encore leurs propres maiſons ; il y a apparence, que ce Prince, après que ſon armée eut été un peu rétablie, par les proviſions qu'on lui avoit amenées, ſe mit en marche pour retourner en Medie, & qu'il traverſa le païs des Arimaſpes, ou les Soldats ſe remirent pleinement, de tout ce qu'ils avoient ſouffert de la faim & du froid. Ce fut vraiſemblablement pendant cette

(*i*) *His expeditis Alexander, cum per Dranginen agenda conſtituiſſet, exercitum in Arimaſpos duxit. Hos quidem olim illis nomen erat, ſed nunc Evergetæ vocitantur. Nominis ratio hæc eſt. Cyrus, qui primus a Medis ad Perſas imperium transtulit, in expeditione quadam, cum propter victus penuriam, in locis incultis, ad extremum redactus eſſet diſcrimen, adeo quidem ut miles militis carne famem mitigare cogeretur, tum Arimaſpi 3000 plauſtris frumentum advexere. Rex itaque cum ſecus quam ſperaverat, periculum evaſiſſet, non vectigalibus modo gentem exſolvit, ſed aliis inſuper muneribus affecit, priſtinoque nomine abrogato, Evergetas nuncupavit.* Diodor. Siculus Lib. XVII. cap. 81.

(*l*) *Ex Drangis Alexander venit in Evergetas, quos Cyrus ſic nominavit.* Strabo Lib. XV. p. 724.

(*m*) *His ita compoſitis, Alexander, Arianorum Satrape conſtituto, iter pronuntiari juſſit in Agriaſpas, quos jam tunc mutato nomine Evergetas appellabant, ex quo frigore, victuſque penuria, Cyri exercitum affectum, tectis & commeatibus juverant.* Curtius, Lib. VI. cap. 3. Arrien les appelle auſſi Agriaſpes, Expedit. Alexand. Lib. III. pag. 228.

marche, qu'il ſe donna un choc, ou une bataille, dans laquelle les Saces eurent le deſſus, & prirent ſinon Cyrus lui-même, (*n*) au moins quelques Seigneurs diſtingués de ſon armée. Il y eut après cela des pourparlers, en conſéquence desquels les priſonniers furent relachés de part & d'autre, & le Traité que Cyaxare avoit conclu autrefois avec les Saces, renouvellé & confirmé. Ce Traité ſubſiſtoit encore du tems de Darius Codomannus, qui, ſelon la remarque d'Arrien, (*o*) avoit dans l'armée qu'il oppoſa à Alexandre le Grand, un corps de troupes Saces, qui ſervoient en qualité de confederés, & non pas de ſujets.

§. XI. Cteſias ajoute, „ que la guerre avec les Saces ayant été „ terminée de cette maniere, Cyrus marcha contre Creſus Roi de Ly- „ die, & aſſiéga la ville de Sardes, Amorges Roi des Saces l'ayant „ accompagné dans cette expédition, en qualité d'allié. „ On voit par là, que la guerre de Cyrus contre les Saces doit être placée, non pas à la fin de ſa vie, comme l'a fait Herodote, mais dans l'eſpace de tems qui s'écoula, depuis la défaite d'Aſtyage, & la conquête de la Médie, que Cyrus ſoumit l'an dixième de ſon regne, (*p*) 550. ans avant I. C., jusqu'à la guerre de Lydie, que Solin (*q*) rapporte à la LVIII. Olympiade, c'eſt à dire à l'an 547. avant l'Ere Chrêtienne.

§. XII.

(*n*) Le Grec de Cteſias porte - - καὶ νικᾷ Κύρον, καὶ συλλαμβάνει ζωγρίαν, μετὰ καὶ ἄλλων πλείσων, Παρμίσην τε τὸν Ἀμυτιος ἀδελφὸν, καὶ τρεῖς αὐτῦ παῖδας, δι ὁὺς ὕσερου καὶ Ἀμόργης ἀφείθη, ἐπεὶ - - κακεῖνοι ἀφεθησαν. Excerpta ex Cteſia in calce Herodoti pag. 638. ce qui doit être traduit, autant que je puis en juger de cette maniere, *& Cyrum vicit, vivosque cepit, præter plures alios, Parmiſem Amytis fratrem, & tres filios ejus, propter quos poſtea Amorges liberatus, quod & ipſi liberati fuiſſent.*

(*o*) *Conjunxerant ſe his* (Bactrianis) *Saca, ex Scythis oriundi, iis qui Aſiam incolunt, non ſubjectis Beſſo, ſed Dario confœderati. Erant equeſtres ſagittarii.* Arrianus Exped. Alex. Lib. III. p. 171.

(*p*) L'an 4164 de la Periode Julienne. Voyez Des Vignoles Chronol. de l'Hiſtoire Sainte. Tom. II. p. 552.

(*q*) Solin. Cap. I. pag. 8. Edit. Salmaſ.

§. XII. La derniere conquête de Cyrus fut, ſelon Cteſias, celle des Derbices, peuple voiſin des Indes ; mais il fut bleſſé dans cette expédition, & mourut au bout de trois jours, comme je l'ay rapporté plus haut. Il y a ici deux raiſons, qui confirment le récit de Cteſias, & qui le rendent beaucoup plus probable que celui d'Herodote.

1. Si Cyrus avoit péri avec ſon armée dans une expédition contre les Scythes, on auroit de la peine à comprendre, qu'aucun des peuples qu'il avoit ſoumis, pendant un regne de trente ans, n'eut remué après ſa mort, & que Cambyſe ſon fils, & ſon ſucceſſeur, au lieu de penſer à repouſſer les Scythes, eut formé dès le commencement de ſon regne le projet de ſoumettre l'Egypte.

2. La ſeconde raiſon eſt encore plus forte. Les Perſes montroient (r) à Paſſargada le ſepulcre de Cyrus magnifiquement orné. Deux cens & quelques années après la mort de Cyrus, Alexandre le Grand eut la curioſité de faire ouvrir ſon ſepulcre. (s) On y trouva le corps de ce Prince, couché dans un cercueil d'or, qui étoit poſé ſur une eſtrade du même métal. Ces particularités ne peuvent ſubſiſter avec le récit d'Herodote, mais elles s'accordent parfaitement avec celui de Cteſias, qui dit, que Cambyſe fit conduire le corps de ſon Pere en Perſe, pour y être enſéveli, & qu'il exécuta tout ce que Cyrus avoit ordonné en mourant.

§. XIII.

(r) *Caſtellum Paſſargada nomine, hic Cyri ſepulcrum.* Solin. cap. LV. p. 62. Plinius Hiſt. Nat. Lib. VI. cap. 26.

(s) *Ariſtobulus in ædicula loculum* (πυέλον) *aureum eſſe poſitum, in quo Cyri corpus conditum ſervatur.* Arrian. Exped. Alex. Lib. VI. p. 435. 437. *Per eum* (anguſtum aditum) *Ariſtobulus introiſſe ſe ait juſſu regis, atque ſepulcrum exornaſſe. Vidiſſe autem auream lectiſcam, & menſam cum poculis, & aureum loculum, veſtem plurimam & mundum gemmis ornatum. Verum hæc ſe vidiſſe affirmat primo adventu, poſtea direpta fuiſſe, ac cetera quidem aſportata, lectiſcam vero confractam, & loculo loco moto, cadaver nusquam apparuiſſe. Non hoc Satrapæ ſed prædatorum opus fuiſſe, qui ea reliquerant quæ aſportare nequiverant.* Strabo XV. p. 730. vid. etiam Plutarch. Alex. p. 706. Curtius X. 1.

§. XIII. Après ce qui vient d'etre expoſé, il ſera facile de déterminer, s'il y a quelque choſe de vrai, dans le paſſage d'Ammian Marcellin, que j'ay rapporté au commencement de ce Diſcours. Nous avons vû que Cyrus battit les Saces, & en fut battu à ſon tour, dans des païs ſitués à l'Orient de la Mer Caſpienne. Autant que je puis en juger, ce Prince paſſa d'abord l'Oxus & le Jaxarte, & défit les Saces dans leur propre païs ; après quoi il s'en retourna, emmenant avec lui le Roi Amorges, qu'il avoit fait priſonnier dans une bataille, ou par un ſtratageme. La Reine Sparethra ayant promtement mis ſur pied une nouvelle armée de Saces, qui ſervoient tous à cheval, paſſa les mêmes fleuves, & atteignit les Perſes dans une contrée deſerte, voiſine des Arimaſpes, & de la Drangiane, qui eſt un païs connu. Ammian Marcellin s'eſt donc trompé, en faiſant paſſer le Boſphore à Cyrus, comme Herodote s'eſt mépris en lui faiſant paſſer l'Araxe. Il eſt facile de découvrir ce qui a trompé le premier de ces Hiſtoriens. Ammian ſavoit, que les Saces à qui Cyrus fit la guerre, étoient des Scythes venus d'Europe. Il ſavoit, que Darius fils d'Hyſtaſpe avoit paſſé le Boſphore, & enſuite le Danube, pour attaquer dans leur propre païs des peuples, qui avoient autrefois envalu la Medie, & une partie de l'Aſie Mineure. Regardant la ſeconde de ces guerres, comme une ſuite & une continüation de la premiere, il a crû devoir ſuivre l'opinion des Auteurs, qui leur donnoient le même théatre. Voilà ce que j'avois à dire de l'expédition de Cyrus contre les Scythes. Dans un autre Diſcours je parlerai plus au long des migrations des peuples Scythes qui avoient paſſé en Aſie, & des differentes Souverainetés, qu'ils y avoient établies. C'eſt un ſujet, qui, autant que je puis le ſavoir, n'a pas encore été traité, & qui ne laiſſe pas d'être intéreſſant, par la liaiſon qu'il a avec ce qui nous reſte de l'ancienne Hiſtoire de l'Aſie Mineure.

TABLE.

ELOGE
DE MONSIEUR LE COMTE DE MUNCHOW.

LOUIS GUILLAUME, Comte de MUNCHOW, Miniſtre d'Etat, Chef-Préſident de la Sileſie, Chevalier de l'Aigle Noir, Honoraire de l'Académie Royale, Seigneur de *Wollin*, *Grunau*, *Coſe*, *Coſemühl*, & autres Lieux, nâquit en 1709. Son Pére, *Chrétien Ernеſt de Munchow*, étoit Préſident de la Chambre des Domaines de la Nouvelle Marche, & Commandeur de l'Ordre de St. Jean. A' ſes biens héréditaires il en avoit joint de très conſidérables en épouſant une Baronne de *Chwalkowski*.

On ne ſçauroit conteſter une haute ancienneté à la famille de *Munchow*. En fait de nobleſſe, on peut regarder le Regne de Charlemagne comme les tems fabuleux par rapport à l'Hiſtoire. Les Traditions qui remontent jusqu'à cette Epoque, ne prouvent aſſurément point les faits ſur leſquels elles roulent ; mais elles prouvent du moins que les archives des familles, où l'on conſerve ces Traditions, ſont de tems immémorial. Je n'exige donc pas des autres plus de foy que je n'en ay moi-même, pour ce *Bernard*, tige prétenduë des *Münchow*, qui ayant préſenté à Charlemagne, au bout d'une lance, les têtes de trois des principaux Sarraſins, qu'il avoit tués de ſa propre main, fut ennobli par cet Empereur, & en reçut un Ecu chargé de trois têtes de Mo-

(*) Cet Eloge & le ſuivant appartenoient au Tome IX. mais, comme il ſe trouva parvenu à la groſſeur ordinaire de nos Volumes, lorsqu'on voulut les y inſérer, ils ont différés jusqu'à celui-ci.

Mores avec cinq branches de palmier, & une Couronne au deſſus du Caſque.

Pour trouver un point plus fixe, il faut deſcendre jusqu'à *Henri de Münchow*, ou *Münko*, qui en 1238. ſigna comme témoin dans l'Acte d'une donation de Barnim I. Duc de Poméranie, faite à une Egliſe de Stettin, acte qui ſe trouve dans *Micrælius*. Depuis ce tems-là cette famille s'eſt ſoutenue avec honneur, & ſes diverſes branches ſe ſont étenduës dans les Marches Moyenne, Uckerane, & Nouvelle.

M. *de Münchow*, iſſu d'un ſang auſſi illuſtre, étoit deſtiné à en augmenter la gloire. Il reçut une éducation convenable à ſa naiſſance. Après avoir acquis les premières connoiſſances, qui portent le nom d'Humanités, & ſans leſquelles on fait rarement des progrès conſidérables dans les Sciences dont l'étude leur ſuccede, le jeune *de Münchow* fut envoyé à Francfort ſur l'Oder, pour s'y former principalement aux affaires Camérales & Oeconomiques, & ſe mettre par là en état d'exercer des emplois pareils à ceux dont ſon Père étoit revêtu.

Ce genre de connoiſſance n'eſt inconnu nulle part, mais on peut dire qu'il a été pouſſé à ſon plus haut point dans les Etats de la domination Pruſſienne ; & à certains égards on n'auroit pas tort d'avancer qu'il y a été créé. Entre les diverſes cauſes qui ont élevé ſi rapidement l'auguſte Maiſon de Brandebourg à ce degré de ſplendeur, dont nous ſommes les fortunés temoins, l'excellent ordre établi dans l'adminiſtration des finances eſt ſans contredit une des principales. La régie des revenus du Prince eſt la choſe du monde la plus importante, & pour le Souverain, & pour les ſujets. Il en eſt des Etats comme des Familles ; une ſage œconomie peut ſeule les ſoutenir : & comme nous voyons tous les jours les fortunes les plus brillantes s'éclipſer, faute de calcul, ſi je puis ainſi parler, les Royaumes eux-mêmes, quoique plus lentement, perdent leur force, & quelquefois leur exiſtence, en perdant ce qu'on a fort bien appellé le nerf de toutes les entrepriſes. Pour prévenir ces cataſtrophes, il faut ſurtout que la perception

des

des deniers publics ſoit une opération exacte, nette, ſyſtématique, où l'on voye jusqu'au dernier denier, d'où l'argent vient, & où il va. Il faut que les Exacteurs ſoyent mis dans l'impuiſſance d'arrêter un ſeul inſtant cette circulation auſſi eſſentielle à la vie d'un Etat, que celle du ſang l'eſt au corps humain. Voilà, autant que mes foibles lumières me permettent d'en juger, le chef d'œuvre de l'œconomie Pruſſienne: voilà le fin de cette ſcience, dans laquelle M. *de Münchow* fut initié, & où il ſe diſtingua.

Il fut d'abord placé par le feu Roy, de glorieuſe mémoire, dans la Chambre des Domaines de Cüſtrin, en qualité d'Aſſeſſeur écoutant. Bientôt après il devint Conſeiller de Guerre à celle de la Moyenne Marche ; & au bout de quelques années, il fut déclaré Conſeiller Privé de guerre. A' ces prérogatives il joignit celle d'être compris dans la dernière création des Chevaliers de l'ordre de S. Jean.

C'étoit là ſuivre le chemin frayé par ſes Ancêtres, & paſſer par les grades auxquels ſon mérite & ſa naiſſance l'appelloient naturellement. Mais M. *de Münchow* devoit jouër un plus grand rôle ; & la Providence préparoit à l'exercice de ſes talens un théatre plus élevé & plus éclatant. Le Prince Royal, aujourd'hui le Roy, pendant la réſidence de quelques années qu'il fit à Reinsberg, en donna les Domaines à régir à M. *de Münchow*. Celui-cy, flatté comme il devoit l'être de cette diſtinction & de cette confiance, conſacra toute ſon application & tout ſon génie à ſervir fidèlement & utilement un Maitre plus grand encore par ſa bonté que par ſon auguſte rang. Il eſt rare de trouver des Maitres qui ſachent ſe faire aimer, dans le tems même qu'on les ſert, & qu'on leur eſt utile ; la grandeur a toujours quelque choſe d'impérieux & de dur : mais il eſt plus rare encore d'en trouver qui ſe ſouviennent des ſervices qu'on leur a rendus, & qui ſe croyent appellés à les reconnoitre. M. *de Münchow* jouit de ce double bonheur : il auroit été aſſés récompenſé par les délices qu'il gouroit au ſervice du Prince Royal ; il le fut au delà de toutes ſes eſpérances par le

torrent de faveurs dont ce Prince devenu Roy, & un grand Roy, ſe plût à l'inonder.

Icy s'ouvre donc cette partie brillante de la carrière de M. de *Münchow*; qui par malheur n'a pas été d'aſſez longue durée. Le premier pas qu'il fit, ce fut d'être Commiſſaire de l'Armée en Sileſie, dans la glorieuſe expédition de 1740. Cette belle Province étant rentrée ſous une domination, à laquelle d'anciens & légitimes droits la ſoumettoient, le Roy convaincu par une expérience, pour ainſi dire familière & domeſtique, de l'habileté & de l'intégrité de M. *de Münchow*, lui remit une direction qui demandoit une meſure abondante de ces qualités, en tout tems, mais ſurtout dans les commencemens, où elle ne pouvoit manquer d'être fort épineuſe. La force des Armes a bientôt mis une contrée ſous le joug; mais quand le Conquèrant veut être en même tems Legislateur & Père de la Patrie, titres ſous leſquels FREDERIC paſſera à la poſtérité la plus reculée, il faut beaucoup de tems, de patience, de ſupport, pour établir parmi de nouveaux ſujets les mêmes arrangemens qui font le bonheur des anciens. Perſonne n'étoit plus propre à y réüſſir que M. *de Münchow*, qui joignoit à ſes propres lumières l'avantage d'être continuellement éclairé de celles de ſon Souverain, ſoutenu par ſa protection, encouragé par ſes bienfaits. Il fut fait Miniſtre d'Etat, dirigeant en chef toute la Sileſie; il fut élevé avec ſes frères au rang de Comte; il fut décoré du Cordon de l'Aigle noir; il reçut en divers tems des préſens dignes de la main Royale qui les lui accordoit. Le Roi de Pologne lui avoit auſſi conferé l'Ordre de l'Aigle blanc.

Telle étoit la ſituation de M. *de Münchow*, avant que d'avoir atteint ſa quarantième année. Quelle fleur fut jamais plus belle, & plutôt coupée! M. *de Münchow* livré aux affaires, avec une ardeur qui ne connoiſſoit point de ménagemens, altéra ſa ſanté; & ce qui eſt plus dangereux encore, négligea ces premieres attentions à un mal naiſſant, qui auroient pû, à ſon âge & dans un homme auſſi bien conſtitué, procurer ſon rétabliſſement. Il ſe plaignit de crampes d'eſtomach, & de cardial-

dialgie. La goutte s'en mêla enſuite ; & il eut le malheur d'employer des remèdes qui l'en guèrirent. Dès-lors toute l'œconomie de ſon corps fut bouleverſée. Il ſe vit, il y a trois ans, à deux doits de la mort ; mais d'habiles Médecins, auxquels le Roi recommandoit fortement ſa conſervation, vinrent à bout de le tirer d'affaires. L'heureux ſuccés d'un voyage aux Eaux de Carlsbad ſembloit promettre un rétabliſſement parfait ; il n'en fut pas de même d'un ſecond, dont il revint l'automne dernière dans un nouveau deſordre de ſanté, qui avoit tous les ſymptomes facheux des rechûtes. Il n'a fait depuis ce tems-là que lutter contre des infirmités toujours renaiſſantes, qu'une hydropiſie a terminées. Ni les ſouffrances, ni tant de motifs qui auroient pû l'attacher à la vie, n'ont fait ſortir aucune plainte de ſa bouche ; & ayant vû les approches de la mort avec beaucoup de réſignation, il a rendu l'ame ſans effort entre les bras d'un de M^rs ſes Frères, & de quelques domeſtiques affectionnés, au moment qu'on le portoit de ſon canapé ſur un lit, où il avoit ſouhaité qu'on le mit.

M. *de Münchow* mérite les regrets univerſels que ſa perte a cauſés, & parmi leſquels il faut diſtinguer ceux du Roy, dont les ſentimens à ſon égard ont été auſſi invariables que le zèle & la fidélité de ce digne Miniſtre. Mais l'Académie doit ſurtout conſerver précieuſement la mémoire d'un Seigneur, qui ne s'eſt pas contenté de lui faire honneur par la rélation qu'il a contractée avec elle, en joignant avec empreſſement le titre d'Académicien à tant d'autres qui auroient pû le lui faire négliger, mais qui lui a rendu dans toutes les occaſions des offices eſſentiels, dans l'étendue de ſon Département, & les a aſſaiſonnés des marques les moins équivoques de ſon attachement pour cette Compagnie. L'eſpece de correſpondance que diverſes affaires établiſſoient entre l'Académie & M. *de Münchow*, ayant paſſé par mes mains, m'avoit acquis quelque part à ſa bienveillance ; & je ne ſaurois m'empêcher d'en tirer ici une vanité que je crois très permiſe.

M. *de Münchow* étoit aimable; cette qualité ne doit pas paroître trop frivole pour entrer dans ſon éloge : & il ſeroit à ſouhaiter qu'elle parut ſouvent, & avec autant de vérité, dans l'éloge de tous les Grands. M. *de Münchow* étoit aimable, & avoit tout ce qu'il faut pour l'être. Un extérieur des plus avantageux, une régularité de traits, une véritable fleur de cette beauté, qui n'eſt guères vantée que dans le ſexe où elle a placé ſon empire, un port noble, un air prévenant, des manières aiſées & engageantes, un eſprit naturellement agréable, & perfectionné par les connoiſſances acquiſes, & par l'uſage du monde, cette douceur & cette affabilité, qui préviennent & gagnent tous les cœurs ; voilà l'homme de dehors, qui acheve le tableau, & qui donnoit tout le relief qu'on peut aiſément imaginer à l'homme de dedans, ſur lequel avoit roulé jusqu'à préſent cet éloge.

M. *de Münchow* eſt mort, ſans avoir été marié, le 23. de Septembre 1753.

ELOGE
DE
MONSIEUR D'ARNIM.

GEORGE DIETLOF D'ARNIM, Miniſtre d'Etat, Chevalier de l'Aigle Noir, Commandeur de l'Ordre de S. Jean, Grand-Maitre des Poſtes de la Marche Electorale, Curateur de l'Académie Royale, Seigneur de *Boitzembourg*, *Zichow*, & autres Lieux, tiroit ſon origine d'une famille également illuſtre, & par ſon ancienneté, & par toutes les autres prérogatives qui contribuent à la ſplendeur d'une Maiſon.

On a tout lieu de croire que la Maiſon *d'Arnim* eſt la même que celle qui porte le nom *d'Arnem*, ou *Arnheim*, dans la Gueldre où elle eſt établie de tems immémorial. Cette conjecture eſt plus vraiſemblable que celle de *Leutinger* qui la dérive des Slaves, ou Venedes, quoique d'ailleurs il ſoit aſſez égal de ſortir de ces Peuples, ou des anciens Germains : il ne s'agit que d'y atteindre par quelque ſuite de Documens non ſuſpects. Nous croyons remonter aſſez haut en nous arrêtant à *Vochard Hennekin de Arnem*, qui vivoit en 1268. & qui eſt la tige commune de tous ceux qui portent aujourd'hui le nom d'*Arnim*. On trouve ſon nom en qualité de témoin dans un Acte rélatif au Cloitre de *Boitzembourg*, & donné par les Marggraves de Brandebourg *Otton* & *Conrad*. Près de cent ans après, en 1376. ſous l'Empereur Charles IV. les deſcendans de *Vochard* avoient formé deux lignes, qui ſe ſont ſubdiviſées enſuite en pluſieurs autres. Celle de *Biſenthal*, d'où venoit M. *d'Arnim*, a produit pluſieurs Seigneurs placés dans les premiers poſtes de l'Etat, un Grand-Maréchal & Grand-Cham-

Chambellan de l'Electorat de Brandebourg, des Veld-Maréchaux & Généraux au Service de l'Empereur, de la Saxe, & du Roy de Pruſſe; en un mot il n'y a guères d'exemples d'une proſpérité auſſi conſtante que l'eſt celle de cette Maiſon: & il ne faut pas négliger de remarquer cette exception à ce qu'on appelle ordinairement le caprice & l'injuſtice de la fortune, qui s'eſt ici réconciliée avec le mérite.

M. *d'Arnim* nâquit le 8. Septembre de 1679. Son Père, *Jaques Dietloff*, étoit Colonel de Cavalerie au Service de l'Electeur FRIDERIC GUILLAUME le Grand, & ſa Mère *Euphemie de Blanckembourg*, étoit de la Maiſon de *Wolfshagen*. M. d'*Arnim* le Père mourut au Siège de Bonn en 1689. Cette perte toujours fâcheuſe dans un âge auſſi peu avancé que l'étoit celui de jeune *d'Arnim*, fut compenſée par le redoublement de ſoins que ſa Mère, Dame d'un mérite diſtingué, donna à l'éducation de ce Fils, qui à ſa qualité d'ainé en joignoit d'autres propres à faire naitre de grandes eſpérances. Il reçut donc une excellente éducation ſous les yeux de cette digne Mère, & ſous la direction de Maitres choiſis avec cette attention qui ne ſçauroit être trop ſcrupuleuſe, & dont ſi peu de gens de diſtinction connoiſſent l'importance.

Quand M. *d'Arnim* fut en état d'aller aux Univerſités, il ſe rendit en 1696. à Halle où l'Electeur Fréderic, depuis premier Roi de Pruſſe en alloit fonder une, à la naiſſance de laquelle il aſſiſta. Il y entendit les célébres Profeſſeurs qui décorerent cette Académie dès ſon origine; & il donna en 1699. des preuves du fruit qu'il avoit remporté de leurs leçons, en ſoutenant avec honneur des Thèſes de Droit, ſous la Préſidence de *Samuel Stryck*, un des plus grands Juriſconſultes de l'Allemagne.

Les voyages ſuccéderent aux études, en vertu d'un uſage accrédité, beaucoup moins utile cependant qu'il ne le paroit; parce qu'il eſt rare que ceux qu'on promène ainſi par les diverſes contrées de l'Europe,

rope, ayent les qualités néceſſaires pour y donner une idée avantageuſe d'eux, ou pour revenir dans leur Patrie plus formés qu'ils n'en étoient ſortis. M. d'*Arnim* n'a pas fait nâitre cette réflexion ; & ſi des exemples pareils au ſien devenoient fréquens, ils la détruiroient. Il eut de bonne heure toute la décence & la ſolidité d'un homme qui ſait ce qu'il ſe doit à lui-même & aux autres. Il vit l'Allemagne, la la Hollande, la France, l'Italie; & parut dans toutes les Cours d'une maniere à faire honneur à la ſienne.

A' ſon retour le Roi Frideric I. le déclara Gentilhomme de la Chambre, & lui donna en même tems une Enſeigne dans les Grenadiers de ſa Garde. M. d'*Arnim* ſe trouva placé tout un coup au centre d'une Cour, qui de l'aveu de tout le monde a été une des plus brillantes de ſon tems. Il étoit très propre à y figurer ; ſon âge, ſa bonne mine, les agrémens de ſon eſprit, l'auroient diſpenſé de tout relief d'emprunt ; mais perſonne n'ignore combien le vray mérite' ſait tirer d'avantage de ces dons de la fortune, indifférens en eux-mêmes, & deshonorans pour ceux qui en abuſent.

M. d'*Arnim* devint Capitaine. La guerre qu'on nomme de Succeſſion s'étant allumée, il fit quelques Campagnes comme Volontaire, & ſe trouva en 1704. à la fameuſe bataille de Hochſtedt, où il fut légerement bleſſé d'un coup de piſtolet. Il eſt d'ailleurs rechappé ſain & ſauf de pluſieurs actions différentes, & de divers ſiéges meurtriers, tels que ceux d Ulm & de Landau, où il s'étoit rencontré. Le Prince régnant d' Anhalt-Deſſau, qui commandoit les troupes Pruſſiennes, le dépêcha comme Courier pour porter à Berlin la nouvelle de la reddition de la forteresſe de Landau ; commiſſion agréable, qui lui valut de nouvelles marques de diſtinction.

En 1705. M. d'*Arnim* ſe maria avec *Dorothée Sabine*, Comteſſe de *Schlieben*, fille aînée de *George Adam*, Comte de *Schlieben*,

Conſeiller Privé, & Commandeur de l'Ordre de St. Jean. Cette union pleine de douceur a duré quarante huit ans.

Ce fut l'année ſuivante, 1706. que M. d'*Arnim*, pour vaquer avec plus de loiſir & de tranquillité à l'adminiſtration de ſes affaires domeſtiques, quitta le ſervice militaire. Mais le Roi connoiſſoit trop le prix d'un pareil ſujet pour ne pas l'employer auſſi-tôt à d'autres fonctions. Il fut donc fait Grand-Juſticier, (c'eſt ainſi que je crois pouvoir traduire le titre de *Landvogt*,) de l'Uckermarck, & eut en même tems la caractère de premier Conſeiller Héraldique. Il ne tarda pas à être déclaré Conſeiller Privé, & s'acquitta de tous ſes emplois d'une maniere qui lui attira également la bienveillance de ſes Souverains, & la vénération de tous ceux qui, placés ſous ſa dépendance, ou appellés à porter leurs cauſes devant lui, le virent invariable dans cette candeur, cette droiture, & même cette bonté compâtiſſante, qui ont fait la baſe de ſon caractère.

Dans la création de Chevaliers, que Monſeigneur le Marggrave *Albert* de Brandebourg, alors Grand-Maitre de l'Ordre, fit en 1728. M. d'*Arnim* qui y avoit été inſcrit en 1693. reçut, avec l'habit & les autres marques de Chevalerie, l'expectance de la Commanderie de *Werben*.

Au commencement de l'année 1738. le Roi Fréderic Guillaume éleva M. d'*Arnim* à ce Poſte ſupérieur dont il étoit ſi digne, au Miniſtère. Il joignit au titre de Miniſtre d'Etat & de Guerre la Préſidence du Conſeil Privé de Juſtice, & des Appels, & la direction des affaires féodales; & lorsque notre Monarque eut ajouté la Sileſie à ſes anciens Etats, il confia à M. d'*Arnim* les affaires Civiles & Eccleſiaſtiques de ce Duché. C'eſt à la voix publique à dépoſer ici; ſon témoignage, ſi redoutable à tous ceux qui ſont dans les grandes places, ſera plus fort que tous

nos

nos éloges ; & ſi l'on avoit renouvellé à l'égard de ce reſpectable Miniſtre l'ancien uſage d'Egypte, de juger les morts, il ne ſe ſeroit aſſurement élevé aucun accuſateur contre ſa mémoire. L'excellent caractère de M. *d'Arnim* étoit ſi décidé que l'eſprit de défiance, & les ſoupçons injuſtes qui régnent dans tous les Procés, ceſſoient dés qu'il étoit chargé de leur déciſion. Auſſi le Roi lui a-t-il ſouvent commis des affaires importantes, ou ſecrètes, à régler, dans des cas où il convenoit de prévenir les ſuites de démêlés propres à troubler les familles, & de ramener à force d'équité & de bon ſens, des eſprits que la chicane des procédures ordinaires n'auroit fait qu'aigrir de plus en plus.

M. *d'Arnim* qui avoit acquis de bonne heure les connoiſſances ſolides de ſon état, n'avoit point négligé celles qui appartiennent plus particulièrement aux Sciences, aux Arts, aux Belles-Lettres. Il avoit l'eſprit orné, il aimoit la converſation des gens de lettres; il y fourniſſoit un contingent, qui le rendoit à tous égards un vray Mécene. Dans cette Epoque ſi glorieuſe pour nous, & qui a donné un nouveau luſtre à cette Compagnie, rien n'étoit plus naturel que d'intéreſſer M. *d'Arnim* à ce qui la regardoit. Le Roi lui-même daigna le faire, en le mettant de la Commiſſion de Miniſtres d'Etat, qui fut chargée de combiner l'ancienne Société avec la nouvelle. Dés ce moment il commença à nous donner les preuves les plus marquées de ſon zèle ; & ayant été enſuite revêtu de la dignité de Curateur, lorsque M. le Comte *de Gotter* la quitta, nous ne l'avons, pour ainſi dire, plus perdu de vuë, & nous avons reçu mille marques de ſon affection, ſur leſquelles je ne pourrois inſiſter, ſans r'ouvrir une playe véritablement ſaignante. Qui eſt en effet celui d'entre nous que ce bon & gracieux Seigneur n'ait pas prévenu, par les manières les plus engageantes, & n'ait pas obligé, lorsque les occaſions s'en ſont préſentées, par les ſervices les plus réels ? Qui eſt celui d'entre nous qui n'ait pas ſenti

toutes les fois qu'il paroiſſoit dans nos Aſſemblées, (& il y a paru dix jours encore avant ſa mort,) cette impreſſion ſi douce de reſpect & de tendreſſe, dans les Grands devroient être plus jaloux que de tous leurs autres avantages, parce qu'il n'y a que la véritable Grandeur qui la faſſe naitre.

Une loi commune aſſujettit les hommes; & ce n'eſt pas à nous à former des plaintes contre la Providence de ce qu'elle ne fait pas à cet égard des diſtinctions qui s'accorderoient avec nos vœux les plus legitimes. C'eſt au contraire un ſujet d'action de graces, lorsqu'elle veut bien prolonger les jours de ceux qui vivent plus pour les autres, que pour eux-mêmes. M. *d'Arnim* a fourni une longue carrière ſuivant le cours de la nature, quelque courte que nos ſentimens pour lui l'ayent fait paroitre. Il s'étoit apperçu, il y a déjà quelques années, des infirmités attachées à un age avancé; & voulant, à l'exemple de pluſieurs Citoyens illuſtres dans tous les tems, mettre un intervalle entre la vie & la mort, il avoit demandé en 1748. la démiſſion de ſes Emplois, qui ne pouvoit être refuſée à de ſi juſtes raiſons, mais qui ne lui fut accordée qu'à regret. La ſuite ne tarda pas à le juſtifier. L'année ſuivante n'étoit pas encore écoulée, que l'auguſte Maitre, qui avoit employé les expreſſions les plus ſatisfaiſantes pour M. *d'Arnim*, en cédant aux inſtances qu'il avoit faites pour ſa retraite, en mit de plus fortes encore en œuvre, afin de le déterminer à conſacrer le reſte de ſes jours au ſervice du Souverain & de la Patrie. M. *d'Arnim* étoit incapable de réſiſter à tant de bontés; il auroit donné mille vies pour les reconnoitre. Il revint donc à Berlin; & en rentrant dans le Miniſtere, il fut décoré de l'Ordre de l'Aigle Noir, & eut la charge de Grand-Maître des Poſtes. La mort de M. *de Tettau* lui avoit fait écheoir peu auparavant la Commenderie de *Werben*. Le retour de M. *d'Arnim* fut un ſujet d'allégreſſe publique; & la nôtre fut proportionnée aux motifs qui l'excitoient.

C'eſt

C'eſt donc au faite de ces honneurs ſi juſtement acquis & ſi bien mérités que M. *d'Arnim* a achevé, pour ainſi dire, de blanchir, & d'arriver à cette maturité qui rend la faux de la mort inévitable. La vigueur de ſon tempérament l'eloignoit pourtant encore beaucoup d'une décadence totale; & rien n'annonçoit une cataſtrophe auſſi prochaine. Si elle avoit dû arriver par une ſuite de dégrés, nous aurions pu nous flatter de poſſeder encore M. *d'Arnim* quelques années; mais une fiévre violente vint en huit jours détruire ſes forces & nos eſpérances; il ſuccomba à la vé hémence du mal, & ayant prévu un événement auquel ſa piété l'avoit accoutumé à penſer ſouvent, il n'en fut ni ſurpris, ni émû; il fit tous les actes de foi & d'amour qu'une ame auſſi privilégiée que la ſienne devoit à l'Auteur de toutes les graces dont elle avoit joui, & s'endormit doucement le 20. Octobre 1753. agé de 74. ans accomplis.

Je crois avoir répandu dans cet Eloge tous les traits qui peuvent caractériſer l'illuſtre défunt; & quoique je puſſe en dire beaucoup davantage ſans franchir les bornes de la vérité, je franchirois celles de ces Piéces Académiques, ſi je me livrois, & à l'abondance du ſujet, & aux mouvemens d'un cœur pénétré d'une tendre & reſpectueuſe reconnoiſſance pour la mémoire d'un Seigneur, qui dans les bontés dont il ma comblé a plutôt ſuivi ſa pente généreuſe que l'effet d'un mérite auſſi foible que le mien. Je ne fais donc que glaner encore quelques traits en finiſſant.

M. *d'Arnim* avoit toutes les vertus ſociales, parce qu'elles naiſſent toutes de la bonté de cœur, dont il étoit ſi richement pourvû. Il faiſoit les délices de ſa famille, de ſes amis, & de tous ceux qui avoient le bonheur de l'approcher. Il avoit trouvé ce juſte tempérament, ſi difficile à ſaiſir dans l'opulence & dans les grandeurs, entre la décoration d'un faſte ſouvent odieux ou ridicule,

& le défaut d'attention aux bienſéances de ſon état. Cet emploi des richeſſes eſt une des principales rouës, qui font mouvoir la machine de la Société ; & bien loin d'être blâmable dans les Grands, il peut être mis au rang de leurs devoirs. Mais M. *d'Arnim* avoit des vuës bien plus relevées encore, & plus dignes de lui dans la diſpenſation des Treſors, dont il ne ſe croyoit que le dépoſitaire. Nous avons dit qu'il étoit pieux ; & ſa piété vraiement éclairée, étoit feconde en bonnes œuvres. Il a répandu d'une main libérale cette ſemence dont il recueille à préſent le fruit ; il a fait dans ce genre des choſes fort ſupérieures à toutes celles qui vous paroiſſoient peut-être épuiſer ſon éloge. Ses Terres formoient un petit Canton, diſtingué de presque tous les autres par le bonheur, la tranquillité, l'aiſance, dont ceux qui les habitent, (& le nombre en eſt conſidérable,) y jouïſſent. Il y a réparé les traces funeſtes de la guerre de trente ans, qui étoient encore ſenſibles ; il a fait de lieux auparavant ſauvages & incultes, un ſéjour riant & fertile ; & plus attentif encore à la culture des eſprits qu'à celle des terres, il a formé la jeuneſſe de ces contrées à l'inſtruction, au travail, & à tous les moyens honnêtes de ſubſiſter commodément. Auſſi étoit-il chéri comme un Pére, de toutes les familles qui avoient le bonheur de vivre ſous ſa dépendance ; & il ſeroit impoſſible de tarir leurs larmes, ſi ſon digne fils n'avoit hérité de ſes ſentimens encore plus que de ſes biens.

Ce fils, qui avec deux filles, Comteſſes *de Solms* & de *Schwerin* par le mariage, compoſe toute la famille de M. *d'Arnim*, dont les autres enfants ſont morts en bas age ; ce fils, dis-je, appartient à l'Eloge du Pére par bien des endroits. Il y appartient, parce qu'il en a toutes les grandes qualités ; parce qu'il a été l'objet de ſa plus tendre affection ; & peut-être encore plus, parce qu'il s'eſt diſtingué par un nouveau genre de grandeur qui lui eſt propre, par ce courage digne du nom d'héroïsme, ou pour mieux dire,

dire, par des ſentimens fort ſupérieurs à ceux auxquels on attache vulgairement ce titre, qu'il fait éclater dans la rude épreuve que la privation de ſa ſanté, & pour ainſi dire, d'une partie de ſon être, lui fait endurer depuis pluſieurs années. Cette fâcheuſe conjoncture a été un des plus cuiſans chagrins de la vie de M. *d'Arnim;* adouci cependant par les vertus de ſon fils, & par la conſolation qu'il a euë de ſe voir renaitre en d'illuſtres petits fils, qui ſe montrent déjà dignes de lui appartenir, & d'obtenir un jour les éloges de nos neveux.

TABLE.

TABLE.

CLASSE de Philoſophie Expérimentale.

Recherches *ſur l'uſage prétendu dangereux de la vaiſſelle de cuivre dans nos cuiſines, par* M. ELLER. pag. 3

Inſtructions *néceſſaires pour la connoiſſance de diverſes Plantes du païs, dont l'uſage peut ſervir à épargner les chênes, & l'emploi des matieres étrangeres, dans la tannerie des cuirs; par* M. GLEDITSCH. 16

Expériences *qui concernent la régéneration de l'Alun de ſa propre Terre, après l'avoir ſéparé par l'acide vitriolique; avec quelques compoſitions artificielles de l'Alun par le moyen d'autres Terres, & dudit acide; par* M. MARGGRAF. 31

Expériences *faites ſur la Terre d'Alun; par* M. MARGGRAF. 41

Continuation *des travaux ſur la Terre d'Alun; par* M. MARGGRAF. 51

Diſſertation Phyſico-Philologique *ſur un paſſage difficile de Pline*, Hiſt. Natur. Liv. XXXVII. Chap. XLVII. *où il s'agit d'une Pierre précieuſe des Anciens, nommée* Aſteria; *par* M. LEHMANN. 67

Diſſertation *ſur un Pommier à tige baſſe, en buiſſon, d'une eſpece dégénérée, femelle, apétale, & de ſes variétés; par* M. GLEDITSCH.

Obſervations Anatomiques *ſur des pierres trouvées dans les différentes parties du Corps humain; par* M. MECKEL. 92

Deſcription *d'un Monſtre Cyclope, mis au monde à Berlin, le 19. de Fevrier de l'année* MDCCLV. *par* M. ELLER. 112

Liſte *des Plantes qui ont été employées à des eſſais de Tannerie* 124

CLASSE

CLASSE
de Mathématique.

De *la Réfraction de la Lumiere en paſſant par l'Atmoſphere, ſelon les divers degrés tant de la chaleur que de l'elaſticité de l'air par* M. EULER. pag. 131

Réfléxions *ſur un Problème de Géométrie, traité par quelques Géométres, & qui eſt néanmoins impoſſible; par* M. EULER. 173

Recherches phyſiques *ſur la diverſe réfrangibilité des rayons de lumiere, par* M. EULER. 200

Théorie plus complette *des Machines qui ſont miſes en mouvement par la réaction de l'eau; par* M. EULER. 227

De *la variation de la latitude des Etoiles fixes, & de l'obliquité de l'Ecliptique; par* M. EULER. 296

Eclairciſſemens *ſur les erreurs qu'on peut attribuer à la meſure du degré en france, entre Paris & Amiens; par* M. *l'Abbé de la* CAILLE. 337

CLASSE
de Philoſophie Spéculative.

Diſſertation *ſur les différents moyens dont les hommes ſe ſont ſervis pour exprimer leurs idées; par* M. *de* MAUPERTUIS. 349

De *l'etendüe de l'Imagination, par* M. FORMEY. 365

Sur *le Principe des Indiscernables, par* M. MERIAN. 383

Eſſai *ſur le bonheur des Etres intelligens, par* M. SULZER. 399

Deux Pieces en forme d'Eſſais, *concernant l'une* le Principe de la Raiſon ſuffiſante, & *l'autre* la Loi de continuité; *par* M. *de* PRE'MONTVAL. 418

Remarque *ſur cette définition de* M. Wolf. *du mot* Aliquid : Aliquid eſt cui aliqua notio reſpondet, §. 54. *de l'Ontologie, p.* 41. par M. *de* PRE'MONTVAL. pag. 440

CLASSE
de Belles - Lettres.

Eloge *de* M. *de* MONTESQUIEU. 445
Diſſertation *ſur les fréquentes aliénations de la Marche de Brandebourg dans le quatorzième Siecle, & ſur le bas prix pour lequel on pretend qu'elle a été venduë ; par* M. *de* HERTZBERG. 469
Diſcours *ſur l'expédition de Cyrus contre les Scythes ; par* M. PELLOUTIER. 476
Eloge *de M. le Comte de* MUNCHOW. 505
Eloge *de* M. D'ARNIM. 511